

налицо достаточно сильная зависимость времени релаксации от  $T_R$ , причем использование двухпараметрической величины заметно улучшит выполняемый по (1.5) приближенный расчет. Представленные результаты указывают на необходимость учета в рамках  $\tau$ -приближения начального распределения по вращательным уровням.

Авторы благодарят Г. В. Дубровского, Е. Г. Колесниченко, С. А. Лосева, А. И. Осипова и С. Я. Уманского за обсуждение работы.

Поступила 16 VI 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976.
2. Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Шелепин Л. А. Кинетические процессы в газах и молекулярных лазерах. М.: Наука, 1980.
3. Гиршфельдер Дж., Кергасс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИЛ, 1961.
4. Parker J. G. Rotational and vibrational relaxation in diatomic gases. — Phys Fluids, 1959, vol. 2, N 4.
5. Brau C. A., Jonkman R. H. Classical theory of rotational relaxation in diatomic gases. — J. Chem. Phys., 1970, vol. 52, N 2.
6. Nyeland C. Rotational relaxation of homonuclear diatomic molecules. — J. Chem. Phys., 1967, vol. 46, N 1.
7. Герасимов Г. Я. Пространственная модель вращательных переходов в двухатомном газе. — ТВТ, 1974, т. 12, № 5.
8. Lordi J. A., Mates R. E. Rotational relaxation in nonpolar diatomic gases. — Phys. Fluids, 1970, vol. 13, N 2.
9. Герасимов Г. Я., Макаров В. Н. К теории вращательной релаксации в двухатомном газе. — ПМТФ, 1975, № 1.
10. Taxman N. Classical theory of transport phenomena in dilute polyatomic gases. — Phys. Rev., 1958, vol. 110, N 6.
11. Mason E. A., Monchick L. Heat conductivity of polyatomic and polar gases. — J. Chem. Phys., 1962, vol. 36, N 6.
12. Никитин Е. Е., Осипов А. И. Колебательная релаксация в газах. — В сб.: Итоги науки и техники, сер. Кинетика и катализ, 1977, т. 4.
13. Беляев Ю. Н., Полянский В. А., Ромашин И. В., Шапиро Е. Г. Ин-т механики МГУ, отчет № 1802, 1976.
14. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1977.
15. Варгафтик И. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972.
16. Rabitz H., Lam S. H. Rotational energy relaxation in molecular hydrogen. — J. Chem. Phys., 1975, vol. 63, N 8.

УДК 531; 539.5; 621.316.5

### ДИНАМИКА ИМПУЛЬСНОГО НАГРЕВА МЕТАЛЛА ТОКОМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ВЗРЫВ ПРОВОДНИКОВ

*В. Н. Доровский, А. М. Искольдский, Е. И. Роменский*

*(Новосибирск)*

Исследования электрического взрыва носят в основном экспериментальный характер и ориентируются на решение конкретных практических задач. В частности, взрывающиеся проводники применяются в устройствах прерывания тока энергоемких индуктивных накопителей — существенных элементов некоторых крупных термоядерных проектов. Определенный интерес представляет электрический взрыв в связи с обсуждением и реализацией одной из схем так называемого инерционного термоядерного синтеза, в которой электрическая энергия емкостного накопителя передается схлопывающейся металлической оболочке без промежуточного преобразования в свет или энергичные частицы.

Моделирование процессов импульсного нагрева проводников током представляет интерес также в связи с экспериментальными закономерностями, интерпретируемыми как аномалии. А именно с теми, которые дают повод считать некоторые феноменологические характеристики среды зависящими не только от термодинамических переменных, но и от их временных производных. При этом удельная внутренняя энергия [1] и температура начала плавления (при постоянном давлении) [2] становятся функциями скорости изменения температуры; обсуждается возможность проявления аномалий

в проводимости [3] и др. Речь идет об экспериментах с временами нагрева  $t_{\text{н}}$ , большими как минимального звукового времени  $t_2 = 2r/c_s$  ( $r$  — радиус проводника,  $c_s$  — скорость звука), так и характерного магнитного диффузионного времени  $t_m = 4\pi\sigma r^2/c^2$  ( $\sigma$  — удельная проводимость,  $c$  — скорость света). Предполагается, что первое условие ( $t_{\text{н}} \gg t_2$ ) обеспечивает равномерность распределения по сечению проводника массовой плотности, а второе ( $t_{\text{н}} \gg t_m$ ) — плотности тока, мощности Джоулевых источников тепла и температуры. Однако можно привести ряд априорных оценок и экспериментальных данных, заставляющих с осторожностью отнестись к такому предположению в условиях, когда проявляются аномалии.

Более того, известен экспериментальный результат, по нашему мнению, свидетельствующий об обратном. Он состоит в том, что изгибные неустойчивости, связанные с продольными напряжениями, могут развиваться в обесточенном проводнике с большой задержкой по отношению к моменту окончания стадии нагрева. Например, в [4] стадия нагрева медного проводника диаметром 1 мм составляет 20 мкс, а заметные неустойчивости проявляются только через 100. Указанные соображения служат основанием к рассмотрению задачи об импульсном нагреве проводника током в рамках механики вязкой термоупругой сплошной среды с релаксацией напряжений.

Результаты расчетов сравниваются в основном с данными экспериментов [5], где проведена тщательная обработка опытных данных и подтверждена статистическая значимость ряда закономерностей, в отношении которых среди экспериментаторов еще отсутствует согласованное мнение. Это касается в первую очередь уменьшения угла наклона графика зависимости сопротивления — энергия, фиксируемого в импульсных экспериментах, и изменений (в тех же координатах) положения точки начала плавления.

**1. Постановка задачи.** Для описания поведения проводника под действием электрического тока необходимо рассматривать уравнения упругопластических деформаций совместно с уравнениями Максвелла. При этом, как, например, в магнитной гидродинамике [6], следует пренебречь токами смещения. В качестве модели для описания динамики упругопластических деформаций выбрана релаксационная модель Максвелла [7], позволяющая описать непрерывный переход среды из упругого в пластическое и в жидкое состояние. Полная система уравнений в декартовой системе координат  $x_i$  состоит из законов сохранения импульса, энергии, уравнений эволюции деформаций и уравнений диффузии магнитного поля:

$$(1.1) \quad n \frac{du_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ih}}{\partial x_h} + \frac{1}{c} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}]_i, \quad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot } \mathbf{H},$$

$$\frac{d\sigma_{ih}}{dt} + g_{i\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_h} + g_{h\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_i} = \Phi_{ih},$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot} [\mathbf{u} \times \mathbf{H}] - \frac{c^2}{4\pi} \text{rot} \left( \frac{1}{\sigma} \text{rot } \mathbf{H} \right), \quad \text{div } \mathbf{H} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( n \left( e + \frac{|\mathbf{u}|^2}{2} \right) + \frac{|\mathbf{H}|^2}{8\pi} \right) + \text{div } \mathbf{q} = 0,$$

$$q_i = nu_i \left( e + \frac{|\mathbf{u}|^2}{2} \right) - u_\alpha \sigma_{i\alpha} + \frac{c^2}{4\pi} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]_i - \kappa \frac{\partial T}{\partial x_i}, \quad \mathbf{E} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{j} - \frac{1}{c} [\mathbf{u} \times \mathbf{H}].$$

Здесь  $d/dt = \partial/\partial t + u_\alpha \partial/\partial x_\alpha$ ;  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$  — вектор скорости;  $\sigma_{ih} = 2ng_{i\alpha} \partial e / \partial g_{\alpha h}$  — тензор напряжений;  $g_{ih}$  — тензор эффективных упругих деформаций;  $e = e(g_1, g_2, g_3, S)$  — плотность внутренней энергии;  $g_i$  — главные значения тензора  $g_{ih}$ ;  $S$  — энтропия;  $n = n_0 (\det ||g_{ih}||)^{1/2}$  — плотность среды;  $T = \partial e / \partial S$  — температура;  $\mathbf{H} = (H_1, H_2, H_3)$  — вектор магнитного поля;  $\sigma$  — удельная проводимость;  $\Phi_{ih}$  — максвелловские релаксационные члены;  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности;  $c$  — скорость света.

Рассматривается цилиндрический проводник с протекающим по его сечению переменным током, задаваемым формулой  $I(t) = I_{\text{max}} \sin \omega t$ . Это соответствует ситуации, когда волновое сопротивление контура существенно больше как его омического сопротивления, так и сопротивления проводника. Рассмотрение более общего случая, в котором параметры проводника влияют на поведение источника, связано с незначительным усложнением задачи. Координатная ось  $z$  цилиндрической системы коор-

динат  $r, \varphi, z$  совмещена с осью симметрии проводника. Система уравнений (1.1) в цилиндрических координатах для осесимметричного случая и без учета зависимости от  $z$  приводится к виду

$$(1.2) \quad \begin{aligned} r \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial rnu}{\partial r} &= 0, \\ r \frac{\partial nh_2}{\partial t} + \frac{\partial rnuh_2}{\partial r} &= nu - \frac{rn}{\tau} \left( h_2 - \frac{h_1 + h_2 + h_3}{3} \right), \\ r \frac{\partial nh_3}{\partial t} + \frac{\partial rnuh_3}{\partial r} &= - \frac{rn}{\tau} \left( h_3 - \frac{h_1 + h_2 + h_3}{3} \right), \\ r \frac{\partial nu}{\partial t} + \frac{\partial r(nu^2 - \sigma_r + H^2/(8\pi))}{\partial r} &= - \left( \sigma_\varphi + \frac{H^2}{4\pi} \right), \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left( uH - \frac{c^2}{4\pi\sigma r} \frac{\partial rH}{\partial r} \right) &= 0, \\ r \frac{\partial}{\partial t} \left( n \left( e + \frac{u^2}{2} \right) + \frac{H^2}{8\pi} \right) + \frac{\partial}{\partial r} r \left( nu \left( e + \frac{u^2}{2} \right) - u\sigma_r + \right. \\ &\quad \left. + \frac{uH^2}{4\pi} - \frac{c^2}{16\pi^2} \frac{H}{\sigma r} \frac{\partial rH}{\partial r} - \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0, \end{aligned}$$

где  $u$  — радиальная скорость;  $\sigma_r = n\partial e/\partial h_1$ ,  $\sigma_\varphi = n\partial e/\partial h_2$ ,  $\sigma_z = n\partial e/\partial h_3$  — напряжения вдоль осей  $r, \varphi, z$  (касательные напряжения отсутствуют);  $h_1, h_2, h_3$  — главные значения тензора Генки эффективных упругих деформаций ( $h_i = -(1/2) \ln g_i$ ) вдоль осей  $r, \varphi, z$ ;  $H$  — азимутальная компонента магнитного поля;  $n = n_0 \exp(-h_1 - h_2 - h_3)$  — плотность;  $\tau(h_1, h_2, h_3, S)$  — время релаксации касательных напряжений, которое может изменяться от  $\infty$  (соответствует нелинейно-упругой среде) до 0 (соответствует идеальной жидкости).

Граничные условия для рассматриваемой задачи таковы:

$$\begin{aligned} H|_{r=R(t)} &= 2I(t)/cR(t), \quad H|_{r=0} = 0, \\ \sigma_r|_{r=R(t)} &= 0, \quad \partial T/\partial r|_{r=0} = \partial T/\partial r|_{r=R(t)} = 0 \end{aligned}$$

( $R(t)$  — переменный радиус внешней границы проводника).

Для замыкания системы уравнений необходимо задать уравнение состояния  $e(h_1, h_2, h_3, S)$ , время релаксации  $\tau(h_1, h_2, h_3, S)$ , коэффициент электропроводности  $\sigma(n, S)$ ,  $\kappa$  — коэффициент теплопроводности. Уравнение состояния задавалось в виде (полученном интерполяцией формулы из [8])

$$\begin{aligned} e &= \frac{K_0}{2\alpha_0^2} \left[ \left( \frac{n}{n_0} \right)^{\alpha_0} - 1 \right]^2 + c_l^2 \left( \frac{n}{n_0} \right)^{\beta_0} \sum_{i=1}^3 \left( h_i - \frac{h_1 + h_2 + h_3}{3} \right)^2 + \\ &\quad + c_V^0 T_0 \left( \frac{n}{n_0} \right)^{\gamma_0} (\exp(S/c_V^0) - 1), \end{aligned}$$

где  $K_0 = c_l^2 - \frac{4}{3} c_t^2$ ;  $c_l, c_t$  — продольная и поперечная скорости звука;  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  — константы материала;  $c_V^0$  — удельная теплоемкость.

Для рассматриваемых ниже медных проводников выбирались следующие значения констант:

$$\begin{aligned} c_l &= 4,651 \text{ км/с}, \quad c_t = 2,14 \text{ км/с}, \\ c_V^0 &= 0,412 \text{ Дж/(г·град)}, \quad n_0 = 8,9 \text{ г/см}^3, \\ T_0 &= 300 \text{ К}, \quad \alpha_0 = 0,95, \quad \beta_0 = 3,14, \quad \gamma_0 = 1,91. \end{aligned}$$

Проводимость задавалась формулой

$$\sigma = \sigma_0 (T_0/T)^x (n/n_0)^y,$$

где  $\sigma_0^{-1} = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ Ом·см}$ ;  $x = 1$ ;  $y = 4$ .

Время релаксации  $\tau$  в некоторых расчетах задавалось по формуле [9]

$$\tau = \tau_0 \left( \frac{n_0 c_t^2}{D_\sigma K_0} \right)^{K(T)-1} \exp \left( \mu \frac{U(T)}{RT} \right),$$

где 
$$K(T) = \frac{1}{K_1} \left[ \left( \frac{T}{\Theta_0 K_2} - 1 \right)^2 + K_3 \right]^{-1};$$

$$U(T) = c_t^2 \frac{T}{\Theta_0 K_4} \left( 1 - \frac{T}{\Theta_0 K_5} \right) K(T),$$

для меди брались значения  $\mu = 63,54$  г — атомный вес,  $R = 8,31 \times 10^7$  г·см<sup>2</sup>/(с<sup>2</sup>·град) — универсальная газовая постоянная,  $\Theta_0 = 315$  К — дебаевская температура,  $\tau_0 = 23,98 \cdot 10^{-5}$  с,  $K_0 = 1,96 \cdot 10^4$ ,  $K_1 = 0,0184$ ,  $K_2 = 0,955$ ,  $K_3 = 1,902$ ,  $K_4 = 1,4 \cdot 10^2$ ,  $K_5 = 7,22$ ,  $D_\sigma = (1/\sqrt{2}) [(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2]^{1/2}$  — интенсивность касательных напряжений. Эта интерполяционная формула для  $\tau$  подбиралась в [9] для описания экспериментальных зависимостей предела текучести от скорости деформирования.

Численное решение уравнений (1.2) основано на разностной схеме С. К. Годунова [10]. Ниже кратко описана идея алгоритма решения рассматриваемой задачи без каких-либо конкретных расчетных формул.

Система (1.2) представлена в дивергентном виде

$$(1.3) \quad \partial A / \partial t + \partial B / \partial r + F = 0,$$

где

$$A = \begin{pmatrix} rn \\ rnh_2 \\ rnh_3 \\ rnu \\ H \\ rn \left( e + \frac{u^2}{2} \right) + \frac{H^2}{8\pi} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} rnu \\ rnuh_2 \\ rnuh_3 \\ r(nu^2 - \sigma_r + H^2/(8\pi)) \\ uH - L \\ rnu \left( e + \frac{u^2}{2} \right) - u\sigma_r + \frac{uH^2}{4\pi} - M \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ -nu + rn \left( h_2 - \frac{h_1 + h_2 + h_3}{3} \right) / \tau \\ rn \left( h_3 - \frac{h_1 + h_2 + h_3}{3} \right) / \tau \\ \sigma_\varphi + H^2/(4\pi) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где  $L = \frac{c^2}{4\pi\sigma r} \frac{\partial rH}{\partial r}$ ;  $M = \frac{c^2}{16\pi^2} \frac{H}{\sigma r} \frac{\partial rH}{\partial r} + \kappa \frac{\partial T}{\partial r}$ . Если известно решение в данный момент времени, то на следующем временном шаге решение можно определить из интегральных законов сохранения

$$(1.4) \quad \oint_{\Gamma} (A dr - B dt) - \int_{\Omega} F dr dt = 0,$$

где  $\Omega$  — область интегрирования (счетная ячейка);  $\Gamma$  — граница этой области. Для определения решения из законов сохранения необходимо знать значения величин  $n$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ,  $u$ ,  $H$ ,  $S$ ,  $L$ ,  $M$  на боковых границах счетных ячеек. Их вычисление основано на идее «расщепления по физическим процессам». Исходная система (1.3) разбивается на две независимые системы уравнений. Одна из них (гиперболическая система) описывает магнитовзу-

ковые колебания в окрестности каждого узла разностной сетки. Вторая (параболическая) система описывает процессы диффузии магнитного поля и температуры. Взаимодействие этих процессов учитывается законами сохранения (1.4).

Гиперболическая система получается из (1.3), если считать  $L = 0$ ,  $M = 0$ . Эта система линеаризуется в окрестности каждого узла разностной сетки, и с помощью решения задачи о распаде разрыва в акустическом приближении определяется ее решение на боковых гранях счетной ячейки.

Параболическая система уравнений такова:

$$(1.5) \quad \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + w \frac{\partial H}{\partial r} - \frac{c^2}{4\pi} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{\sigma r} \frac{\partial r H}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + w \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{nc_V(n)r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right), \end{aligned}$$

где  $w$  — скорость движения узлов разностной сетки. Для решения (1.5) применялась неявная разностная схема. По значениям  $H$  и  $T$ , полученным из решения (1.5), определяются потоки  $L$  и  $M$  на боковых гранях счетной ячейки. Знание потоков  $L$  и  $M$ , а также величин, полученных из акустического распада разрыва, позволяет с помощью интегральных законов сохранения перейти на следующую временную слой. Описанные ниже расчеты проводились без учета процессов теплопередачи ( $\kappa = 0$ ), поскольку в изучаемых режимах ими можно пренебречь.

В реальном эксперименте образец и параметры электрического контура выбирались таким образом, чтобы плавление начиналось вблизи максимума тока первого полупериода. Простые вычисления, подтвержденные экспериментом, показывают, что если не изменять материала проводника, то при неизменной величине

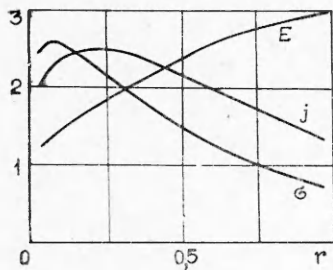
$$(1.6) \quad I_{\max}^2 \pi / 2 \omega R_0^4 = C_0$$

имеет место определенное вида подобие: плавление начинается в одной и той же фазе тока  $I = I_{\max} \sin \omega t$ . Для меди при  $C_0 \cong 1,8 \cdot 10^{10} \text{ A}^2 \cdot \text{с}/\text{см}^4$  температура плавления достигается вблизи первого максимума тока.

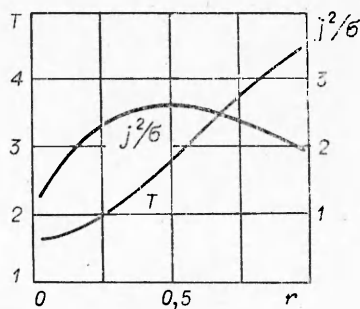
Проведено три группы расчетов, в которых подобие по (1.6) выполнялось, а значения  $I_{\max}$  (в килоамперах), диаметра проводника (в миллиметрах) и времени нагрева  $t_H = \pi / 2 \omega$  (в микросекундах) соответствовали таблице. Для всех случаев из таблицы время нагрева на два порядка меньше теплового диффузионного времени  $t = R_0^2 / \chi$  ( $R_0$  — радиус проводника,  $\chi$  — температуропроводность) и существенно больше звукового  $t_3 = 2R_0 / c_s$  ( $c_s$  — скорость звука). В первом и втором случаях — в 40 раз, в третьем — в 10 раз. Основное различие между вариантами состоит в том, что в первом магнитное диффузионное время  $t_m = 4\pi \sigma R_0^2 / c^2$  ( $\sigma$  — удельная проводимость,  $c$  — скорость света) в несколько раз меньше времени нагрева и эффекты скинирования должны быть малыми; во втором — стать заметными, а в третьем — существенными.

Для каждого варианта из таблицы проведены расчеты с различными временами релаксации. Кроме того, для случая 2 таблицы исследованы релаксационные процессы в нагревом и быстро обесточенном проводнике. Имитировалась ситуация, близкая к [11], где за счет установки последовательно с испытуемой второй, более тонкой, взрывающейся проволокой ток в основной можно было быстро прерывать в наперед заданные моменты времени.

	$I_{\max}$ , кА	$2R_0$ , см	$t_H$ , мкс	$t_m/t_H$	$t_3/t_H$	$j_{\max} \times$ $\times 10^{-7}$ А/см <sup>2</sup>	$\varepsilon \cdot 10^{-5}$ , 1/с
1	6,2	0,0145	1,25	0,25	0,025	3,6	2
2	49,6	0,058	5	1	0,025	1,8	0,5
3	99,2	0,058	1,25	4	0,1	3,6	2



Ф и г. 1



Ф и г. 2

**2. Идеальная сжимаемая жидкость, скинирование, вязкоупругость.** Анализ результатов численного моделирования показывает, что некоторые закономерности из тех, которые наблюдаются в эксперименте и воспринимаются как аномалии, обнаруживаются и естественно объясняются уже в рамках локально-равновесной модели. Эта бездиссипативная модель получается из (1.1), если приравнять нулю теплопроводность  $\kappa$  и релаксационное время  $\tau$ . Тогда мы имеем дело с идеальной сжимаемой жидкостью.

Распределение плотности тока, проводимости и электрического поля по радиусу для режима сильного скинирования (случай 3 таблицы) приведены на фиг. 1.

При менее ярко выраженных эффектах скинирования лишь уменьшается величина соответствующих радиальных перепадов. Кривые фиг. 1 относятся к моменту, близкому к максимуму тока, когда  $T(r=1) = 4,52 T_0$ . В этот момент профили температуры и удельной мощности джоулевых источников тепла имеют вид, представленный на фиг. 2. Обращают на себя внимание монотонность электрического поля  $E(r)$ , которая имеет место и в предыдущие моменты времени и в иных режимах нагрева, а также смещение максимума удельной мощности источников тепла в глубь проводника. Максимум электрического поля всегда находится на поверхности.

Зависимость проводимости от плотности и температуры задавалась в виде

$$\sigma(T, n) = \sigma_0 (T_0/T)^x (n/n_0)^y,$$

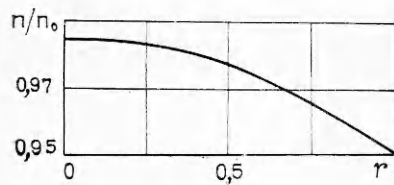
где  $\sigma_0$ ,  $T_0$ ,  $n_0$  — проводимость, температура и плотность в начальный момент времени. Приводимые результаты соответствуют случаю  $x = 1$ ,  $y = 4$ . Для меди это означает, что в точке  $(T_{пл}, n_{пл})$  вблизи температуры плавления  $\sigma_0/\sigma = 6,1$ . Причем три четверти прироста удельного сопротивления связано с температурой, а остальное — с падением плотности в результате расширения.

Если в случае сильного скинирования температуры (см. фиг. 1, 2) профили проводимости и плотности тока определяются в основном зависимостью  $T(r)$ , то при более медленном нагреве, когда температура по радиусу практически не меняется, зависимости  $\sigma(r)$  и  $j(r)$  определяются профилем плотности  $n(r)$ , приведенным на фиг. 3. Для перепада плотности между центром и границей в момент, когда на границе температура  $T = 4,52 T_0$ , имеем (для случая 2 таблицы)  $\delta n/n \cong 3\%$ . Перепад температуры в этот момент (фиг. 2, кривая 1)  $\delta T/T \cong 1,7\%$ . Радиальная зависимость проводимости определяется в основном поведением  $n(r)$ . Уменьшение плотности тока на поверхности

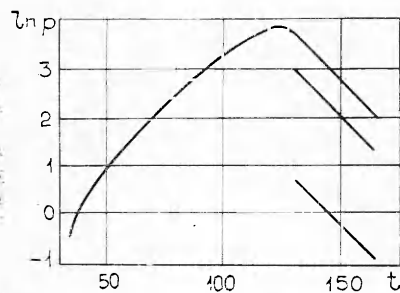
$$\delta j/\langle j \rangle = [j(r=1) - \langle j \rangle]/\langle j \rangle \cong -10\%,$$

где  $\langle j \rangle$  — средняя по сечению плотность тока, также связано с этим обстоятельством.

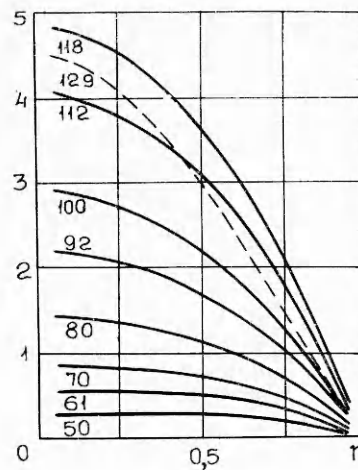
Формирование профилей плотности (фиг. 3) и давления (фиг. 4) является следствием сжимаемости и температурных напряжений. Большая величина этих напряжений во многом неожиданна. Фиг. 4 иллюстрирует



Ф и г. 3



Ф и г. 5



Ф и г. 4

динамику профиля давления в условиях (случай 2 таблицы), достаточно близких к эксперименту.

После завершения переходных процессов формируется профиль давления, близкий к параболическому. Это происходит приблизительно через 4 мкс (за 1 мкс до максимума тока), когда температура еще не слишком высока и составляет  $\sim 750$  К ( $T_{пл} = 1356$  К). В последующей стадии процесс близок к автомодельному: температура и давление в центре (фиг. 5) нарастают почти по экспоненте, а профиль давления остается параболическим. Давление в центре достигает 5 ГПа.

Эта величина на порядок больше «магнитного» давления  $p_m = H^2 / (8\pi)$ , обусловленного пондеромоторными силами.

Подчеркнем, что характерное время нарастания давления ( $\sim 1,4 \times 10^{-6}$  с) здесь на порядок превышает звуковое ( $1,5 \cdot 10^{-7}$  с).

Генерация значительных температурных напряжений существенна, по крайней мере, в двух отношениях: их необходимо учитывать при рассмотрении задач устойчивости, а также проблем, связанных с фазовыми превращениями.

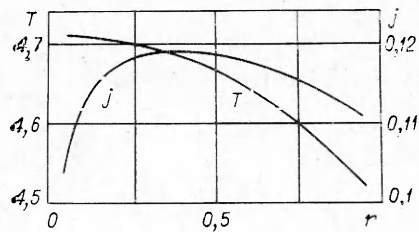
Слабо изменяющийся профиль давления фиг. 4 на стадии нагрева формируется во взаимодействии температурных эффектов, ответственных за нарастание давления, и процессов релаксации, ведущих к разгрузке. Последние хорошо проявляются по окончании тока в варианте с быстрым его прерыванием. На фиг. 5 спад давления по окончании тока происходит по экспоненте с постоянной времени  $0,9 \cdot 10^{-6}$  с, что в  $\sim 6$  раз больше звукового времени. Величина этой постоянной практически не зависит от положения точки на радиусе: верхняя кривая относится к центральной зоне ( $r = 1/20$ ), нижняя — к периферийной ( $r = 19/20$ ), средняя — к области вблизи центра ( $r = 13/20$ ). На стадии релаксации  $p(r, t) \sim p(r)f(t)$  по сравнению с фазой нагрева профиль давления перестраивается здесь таким образом, что в довольно значительной области у границы ( $\Delta r = 0,5 - 1$ ) градиент давления остается практически постоянным. Эта перестройка происходит быстро — за время спада тока  $\Delta t = 0,5 \cdot 10^{-6}$  с.

Вид профиля температуры, фиксируемый в моменты, непосредственно предшествующие началу плавления, существенным образом зависит от соотношений между временем нагрева и магнитным диффузионным. Профиль с максимумом на границе возникает тогда, когда эффекты скинирования, обусловленного изменением тока во времени, существенны. Здесь можно выделить две ситуации: а) сильное скинирование — плотность тока и температура распределены «нормальным» образом (с минимумом в центре); б) умеренное скинирование — температура имеет максимум на границе, а плотность тока — на некотором расстоянии от нее. Первый



случай реализуется, когда плавление начинается в первой четверти периода, задолго до максимума тока, и в определенном смысле мало интересен. Второй случай подробно рассмотрен выше.

Когда  $t_n \gg t_m$ , скинирование, обусловленное производной по времени, вблизи максимума тока сказывается мало. В этом режиме распределения плотности мощности джоулевых



Ф и г. 6

источников тепла и плотности тока задаются в основном профилем массовой плотности, имеющим минимум на границе. Вблизи момента начала плавления и плотность тока и температура не имеют максимума на границе. Причем граничное значение температуры может оказаться меньше среднего по сечению. На фиг. 6 представлены профили плотности и температуры в момент, когда температура на границе равна температуре плавления при атмосферном давлении. Режим нагрева соответствует случаю 1 таблицы.

Отметим, что во всех случаях (даже в последнем ( $t_n \gg t_m$ )) рассматриваемые величины имеют значительные радиальные градиенты. Это ставит ряд вопросов, касающихся измерений. В частности, необходимо ответить на вопрос, что представляет собой сигнал датчика напряжения.

Рассмотренная выше модель сжимаемой жидкости представляется неудовлетворительной, по крайней мере, по двум пунктам: малое время ( $\sim 10^{-6}$  с) существования напряжений после окончания импульса тока не может объяснить «задержки»  $\sim 10^{-4}$  с в развитии изгибной неустойчивости [4]; кроме того, это время существенно меньше характерного теплопроводного в [11] ( $\sim 10^{-3}$  с), так что если полностью доверять модели, то здесь уже через  $\sim 10^{-5}$  с возникает существенный перегрев центральной части проводника, который, несмотря на продолжительное время «жизни», не имеет каких-либо явно обнаруживаемых в эксперименте последствий. В этой связи представляется естественным расширить модель, введя каким-либо образом в рассмотрение вязкость.

Известно, что в рамках неравновесной термодинамики вязкое магнитогидродинамическое течение описывается семью независимыми феноменологическими коэффициентами, из которых пять имеют смысл касательной вязкости, один — объемной, а последний представляет перекрестное взаимодействие [12]. В нашем случае ситуация упрощается тем, что функция тока сводится в основном к джоулеву нагреву, т. е. он в первом приближении является источником тепла и температурных напряжений, а специфические для магнитной гидродинамики члены соответствующих уравнений относительно невелики. Здесь можно надеяться обойтись учетом двух вязкостных эффектов, характеризуемых обычно значениями касательной и объемной вязкости.

Далее необходимо остановиться на какой-либо модели, учитывающей вязкость. Наиболее распространенной является навье-стоксовская модель. Мы же будем пользоваться максвелловской моделью вязкоупругой среды [7], причем в данной работе будут рассмотрены лишь эффекты, связанные с релаксацией сдвиговых напряжений.

Объемные деформации считаем чисто упругими. Такое упрощение можно в какой-то степени оправдать ссылкой на традицию. Никаких опытных данных в пользу такого упрощения мы не имеем.

Выбор максвелловской модели вязкого упругого тела как связи между напряжениями и деформациями представляется оправданным. Кроме соображений, которые обычно приводятся в пользу такого выбора при анализе процессов высокоскоростного деформирования, можно также сослаться на то, что эта модель естественным образом возникает в неравновесной статистической термодинамике сплошных сред с памятью и соответствует простейшему случаю — экспоненциальному затуханию временной корреляционной функции диссипативного потока импульса [13].



Кроме экспериментальных данных, полученных нами в исследованиях электрического взрыва, приведем результаты [14—16], которые также подтверждают экспериментальную обоснованность сделанного выбора.

В [14, 15] исследуется импульсный нагрев поверхности меди электронным пучком. Зарегистрированы: упругопластическое течение, которому соответствует появление на облученной поверхности развитых полос скольжения; формирование поля дислокаций с высокой их плотностью; возникновение клиновидных двойников деформации с двойниющими дислокациями, что характерно для процессов ударного деформирования металла. Интерпретация построена на основании реологической модели с упрочнением. Делается вывод о том, что пластическое течение развивается по окончании процесса нагрева.

В [16] исследуется процесс деформирования ( $de/dt = 10^3—10^4$  1/с) тонкостенных алюминиевых цилиндров в сильном магнитном поле. Экспериментальные результаты сравниваются с расчетами по моделям, описывающим идеально упругопластический материал, нелинейно-упругий материал, максвелловскую среду с релаксационным временем из [17]. Показано, что лишь последняя модель дает согласие расчета с экспериментом\*.

В приводимых ниже расчетах использована интерполяционная формула для максвелловского времени [9], полученная из анализа опытов, проведенных в иных условиях как по технике деформирования (скоростной удар), так и по параметрам (более значительные деформации и меньшие температуры). Поэтому результаты этих расчетов можно рассматривать как ориентировочные.

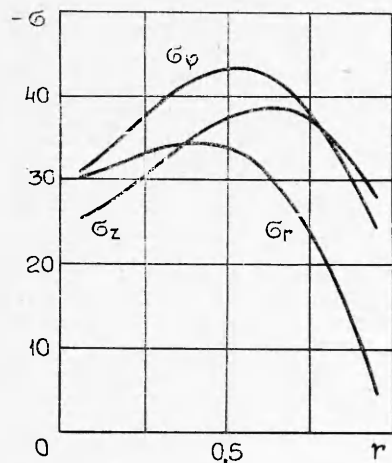
Чтобы выяснить, какие изменения качественного характера являются следствием учета максвелловской вязкости, естественно рассмотреть случай, когда релаксационное время существенно больше времени нагрева ( $\tau \gg t_H$ ). Этот предел в известном смысле является альтернативным по отношению к рассмотренному выше. Расчеты с  $\tau^{-1} = 0$  проведены для случая 3 таблицы, когда за счет обычного скинирования формируется профиль температуры со значительным радиальным перепадом (см. фиг. 2).

Анализ результатов расчета показывает, что переход от  $\tau = 0$  к  $\tau^{-1} = 0$ , как и следовало ожидать, влияет в основном на характер распределения напряжений (фиг. 7). Вид профилей температуры, плотности тока и проводимости по отношению к фиг. 1, 2 практически не изменяется. Немного повышается плотность на поверхности при столь же незначительном уменьшении скорости расширения. Что касается распределения напряжений, то  $\sigma_r \neq \sigma_\varphi \neq \sigma_z$ , причем максимальная разница между ними достигается на поверхности. Напомним, что на поверхности требуем  $\sigma_r = 0$  в связи с отсутствием внешних поверхностных сил и с пренебрежением эффектами объемной вязкости.

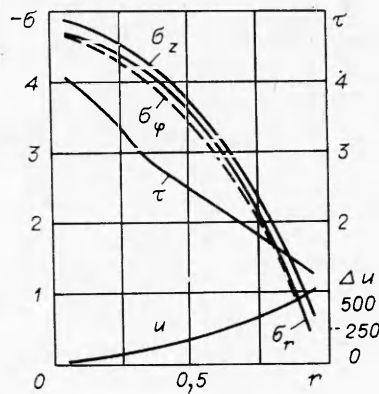
Абсолютная величина продольных напряжений на поверхности ( $\sigma_z(r=1) = 2,5$  ГПа) находится в хорошем соответствии с элементарной априорной оценкой  $\sigma_z \cong \alpha \Delta T E$ , где  $E$  — модуль Юнга. Это напряжение возникает в основном в связи с отсутствием деформаций (теплового расширения вдоль оси  $z$ ).

На фиг. 8 представлены результаты расчета профилей напряжений с  $\tau$  из [9] в предплавленной области температур для случая 1 таблицы, т. е. когда время нагрева существенно больше магнитного диффузионного, а также радиальные распределения скорости и величины касательного релаксационного времени. Основные закономерности, отмеченные выше, здесь сохранились. Например, вблизи поверхности ( $r = 19/20$ ) величина продольных напряжений возросла с  $\sigma_z = 0,17$  ГПа для модели идеальной жидкости до  $\sigma_z = 0,68$  ГПа для максвелловской модели. В пределе при  $t_H \rightarrow 0$  эта величина, если не учитывать эффектов, связанных с градиентом плоскости, может возрасти до  $\sim 2$  ГПа. Уменьшение с ростом радиуса параметра  $\tau$  обусловлено в основном ростом в этом направлении интен-

\* Авторы признательны Г. А. Шнейерсону, обратившему их внимание на [16].



Ф и г. 7



Ф и г. 8

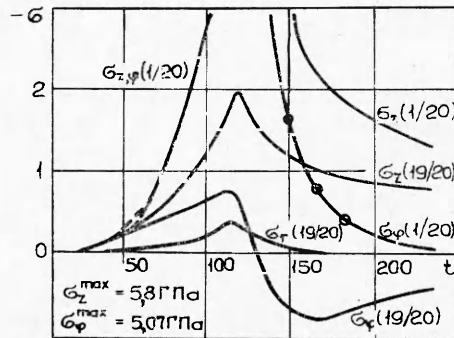
сивности касательных напряжений, характеризующей девиатором тензора напряжений, так как температура, от которой  $\tau$  зависит существенно, для рассматриваемого случая вдоль радиуса практически не изменяется. Абсолютная величина релаксационного времени варьирует от  $0,4 \cdot 10^{-6}$  с вблизи оси до  $10^{-7}$  с на краю.

Выше упоминалось, что напряженное состояние проводника, нагретого до предплавильных температур, сохраняется в течение значительного ( $\sim 10^{-4}$  с) промежутка времени [4]. Вообще говоря, этот эффект может контролироваться как сдвиговой, так и объемной релаксацией или ими обеими вместе. Однако последняя не рассматривается. В этой связи проведены расчеты варианта 2 таблицы (см. фиг. 3, 4) с фиксированным касательным релаксационным временем  $\tau = 10^{-5}$  с, которое для этого случая вдвое больше времени нагрева. Так же, как и на фиг. 5, ток по достижении максимума через  $5,2 \cdot 10^{-6}$  с прерывался за  $\Delta t \approx 0,5 \cdot 10^{-6}$  с. Расчеты охватывают этап нагрева и временной интервал  $\sim 10^{-5}$  с после прерывания тока.

Для этапа нагрева изменение характера поведения напряжений в сравнении с моделью идеальной жидкости соответствует описанному выше. Наряду с общим ростом напряжений и температуры наблюдается увеличение  $\sigma_z$  и  $\sigma_\phi$ -компонент вблизи поверхности. Например, продольные напряжения на поверхности достигают значений, близких к предельным. Остальные параметры по отношению к модели идеальной жидкости изменяются несущественно.

Наибольший интерес представляет поведение напряжений по окончании стадии нагрева. На фиг. 9 показано, как изменяются во времени напряжения в двух точках: вблизи центра ( $r = 1/20$ ) и у поверхности ( $r = 19/20$ ). В отличие от фиг. 5 продольная компонента напряжений в этом случае ( $r = 1/20$ ) релаксирует гораздо медленнее, тогда как для  $\sigma_z$  и  $\sigma_\phi$ -компонент постоянная спада практически не изменяется ( $\sim 0,9 \cdot 10^{-6}$  с).

Существенно иным становится характер релаксации продольных напряжений. Если в первом случае (см. фиг. 5) величина гидростатического давления спадала практически экспоненциально со временем для всех точек на радиусе, то во втором случае спад носит степенной характер. Причем характерное время спада напряжений растет по мере удаления от центра. Так, для точки  $r = 1/20$  величина  $\left\langle \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dt} \right\rangle^{-1}$  вдвое меньше, чем для точки  $r = 19/20$ .



Ф и г. 9

В результате «вымирания»  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\phi$ -компонент и выравнивания  $\sigma_z$  по радиусу, обусловленного различием характерных времен спада, уже по прошествии 7 мкс проводник оказывается сжатым по оси  $z$  практически однородно. Амплитуда продольных напряжений к этому моменту составляет  $\sim 0,5$  ГПа. Полное время релаксации, оцененное по расчетному интервалу, равно приблизительно 30 мкс.

Представляет интерес эволюция  $\sigma_\phi$  напряжений. В начале релаксационной стадии, как и во всех предыдущих случаях, знак  $\sigma_\phi$  на поверхности отрицательный и поверхность сжата по этой координате. Затем величина  $\sigma_\phi$  спадает до нуля, изменяет знак и уже через  $\sim 2$  мкс вблизи поверхности действуют растягивающие усилия порядка 1 ГПа.

В начале этапа релаксации скорость границы сохраняет свой знак и проводник продолжает расширяться, затем скорость границы падает и изменяет свой знак.

**3. Электрические измерения, некоторые аномалии электрического взрыва.** Остановимся подробнее на электрических измерениях и сделаем попытку объяснить ряд аномалий электрического взрыва, связанных так или иначе с электрическими измерениями.

Основной объем количественных данных об электрическом взрыве получен в результате проведения электрических измерений. Обычно регистрируются две величины: полный ток через проводник  $I = \int j dS$  и напряжение на нем. Сигнал с датчика напряжения представляет собой сумму омического и индуктивного падений напряжения  $u_R + u_L$ ,  $u_L = L dI/dt$ , где  $L$  — внешняя индуктивность проводника. Если из сигнала датчика вычесть  $u_L$  так, чтобы в начальный момент времени разностный сигнал был бы близок к нулю, то величина этого разностного сигнала в последующие моменты может рассматриваться как пропорциональная искомому напряжению  $u_R$ , которое, будучи подставлено в формулу  $\tilde{Q} = \int I u_R dt$ , дает энергию, израсходованную на нагрев проводника, а в формулу  $\tilde{R} = u_R / I$  — дает его сопротивление.

Все это так, если электрическое поле и плотность тока распределены равномерно по сечению проводника. Тогда  $u_R = El$ ,  $I = jS$  ( $l$  — длина проводника,  $E$  — электрическое поле,  $S$  — площадь его поперечного сечения),  $\tilde{R} = El/jS = l/\sigma S$  и  $\tilde{Q} = V \int j^2/\sigma dt$ ,  $V$  — объем проводника.

Обычно рассматривают относительное сопротивление  $R = \tilde{R}/R_0$ ,  $R_0 = l_0/\sigma_0 S_0$ , где величины с индексом нуль отнесены к начальному моменту времени. Величину  $\tilde{Q}$  делят либо на начальный объем проводника, либо на его полную массу. В последнем случае удельная внутренняя энергия  $Q$  имеет размерность джоуль на грамм.

Наиболее просто экспериментальные графики выглядят, если строить зависимость  $R(Q)$ . Ожидая, что  $R = \frac{\sigma_0}{\sigma} \frac{S_0}{S} \frac{l}{l_0}$ , можно попытаться учесть тепловое расширение следующим образом: считать либо  $S = S_0(1 + 2\alpha\Delta T)$  ( $\alpha$  — коэффициент линейного расширения,  $l = l_0(1 + \alpha\Delta T)$ ), либо  $S = S_0(1 + 3\alpha\Delta T)$ , а  $l = l_0$ . Далее, не имея точных решений, можно предположить, что реализуется нечто промежуточное, так как первый случай соответствует свободному расширению по всем координатам, а второй — свободному течению в радиальном направлении.

Тогда

$$(3.1) \quad R = (\sigma_0/\sigma)(1 - \epsilon),$$

где  $\epsilon = (1 - 3)\alpha\Delta T$ . Поэтому величина  $R$  может с точностью до  $\epsilon$  отражать поведение проводимости. Величина  $Q$  в этом приближении может считаться пропорциональной энтальпии, а график  $R(Q)$  — рассматриваться как зависимость между проводимостью и энтальпией.

Такая интерпретация заведомо неправомерна в начальной стадии процесса при временах порядка магнитного диффузионного. В экспери-

менте «сопротивление», построенное как  $\tilde{R} = u_R / I$ , на этом участке падает со временем, а на графике  $R(Q)$  в самом начале фиксируется выброс вверх. Эти факты указывают на то, что сигнал датчика напряжения пропорционален полю на поверхности проводника. Однако так как в координатах  $(R, Q)$  выброс локализован вблизи нуля, то данное указание обычно остается без последствий на том основании, что по прошествии нескольких времен диффузии распределение плотности тока по радиусу должно было бы, на первый взгляд, стать равномерным.

То, что измеряется не некоторое эффективное омическое сопротивление, например  $R \sim \int j^2 / \sigma dS / \int j^2 dS$ , а величина, пропорциональная электрическому полю на поверхности  $E_n$ , следует также из экспериментов типа фиг. 1 с сильным скинированием. Здесь

$$(3.2) \quad R = \frac{E_n l}{I} \frac{S_0 \sigma_0}{l_0} = \frac{j_n}{\langle j \rangle} \frac{S_0}{S} \frac{l}{l_0} \frac{\sigma_0}{\sigma_n}.$$

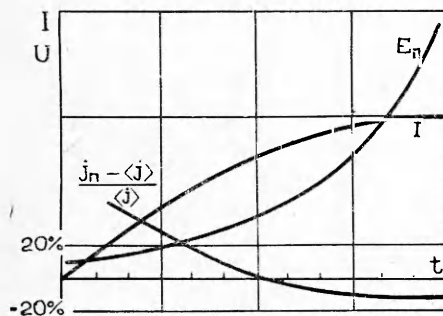
От (3.1) это выражение отличается множителем  $j_n / \langle j \rangle$ , где  $\langle j \rangle$  — средняя по сечению плотность тока, а  $j_n, \sigma_n$  — соответственно плотность тока и проводимость на поверхности.

В режиме сильного скинирования плотность тока на поверхности может быть меньше средней из-за более высокой температуры поверхности (см. фиг. 1, 2), и экспериментальный график  $R(Q)$  пересекает «теоретическую» прямую  $\sigma(Q) = \sigma_n / \sigma_0$ .

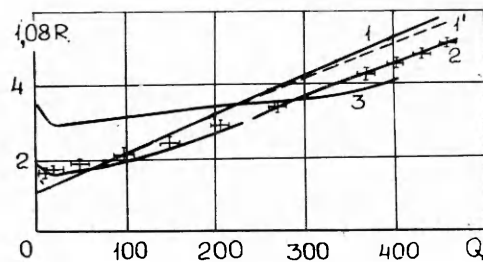
Для режимов, соответствующих случаю 1 таблицы, когда характерное время нагрева существенно больше магнитного диффузионного, обычно считают, что результаты экспериментов можно интерпретировать на основе формулы (3.1).

Как следует из п. 1, учет динамики расширения практически не оставляет места для случая с равномерным распределением плотности тока. Поэтому представляется необходимым сравнить результаты проведенных расчетов с экспериментом, приняв, что в эксперименте измеряются полный ток и напряжение, пропорциональное электрическому полю на поверхности проводника. На фиг. 10 приведены вычисленные осциллограммы этих сигналов. Здесь же построен график для относительной величины плотности тока на поверхности  $(j_n - \langle j \rangle) / \langle j \rangle$ . Эта величина, будучи положительной в начале («нормальное» скинирование), через  $2,7 \cdot 10^{-6}$  с меняет знак, выходит на уровень  $-10\%$  и вплоть до максимума тока практически не меняется («обратное» скинирование, обусловленное профилем плотности фиг. 3).

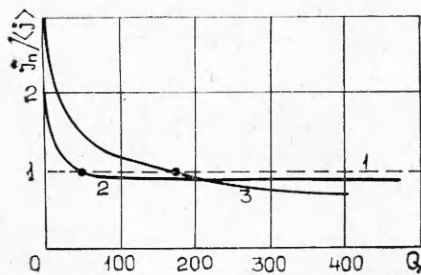
Для сравнения с экспериментом на фиг. 11 построены графики в координатах  $(R, Q)$ . Единственным подгоночным параметром здесь является масштабный коэффициент 1,08, который корректирует неточность формул для проводимости и уравнения состояния, а также систематическую погрешность вычислений массовой плотности на поверхности проводника. Коэффициент подобран так, чтобы при температуре плавления величина относительного изменения проводимости  $\sigma_0 / \sigma_n = 6,1$  (медь).



Фиг. 10



Фиг. 11



Ф и г. 12

Прямая 1 соответствует зависимости  $\sigma_0/\sigma_n$ ; кривая 1' есть график функции  $\sigma_0 S_0/\sigma S$ , где  $S$  берется из расчета; линия 2 соответствует варианту 2 таблицы, 3 — варианту 3 сильного скинирования.

Поведение этих графиков (подъем вверх при малых энергиях, пересечение графиков друг с другом и «теоретической» прямой) полностью соответствует реальному эксперименту.

Количественное совпадение иллюстрируется экспериментальными точками, полученными при взрыве медного проводника диаметром 0,5 мм в электрическом контуре с периодом  $\sim 38 \cdot 10^{-6}$  с. Плавление здесь началось через  $7,3 \cdot 10^{-6}$  с, а режим нагрева близок к расчету варианта 2 таблицы. На фиг. 11 имеются точки пересечения графиков с прямой  $\sigma_0/\sigma$ . Фиг. 12 демонстрирует характер перераспределения плотности тока по сечению в случаях 2 и 3 таблицы. Графики построены в координатах  $(j_n/\langle j \rangle, Q)$ . Прямая 1 соответствует равномерно распределенной плотности тока ( $j_n/\langle j \rangle = 1$ ). Стрелками указаны те энергии, на которых происходит пересечение графиков с прямой в координатах  $(R, Q)$ . При относительно медленном нагреве точка этого пересечения близка к той, где плотность тока на поверхности становится ниже средней.

Результаты рассмотрения динамики импульсного нагрева металла током (п. 1), а также уточнения, сделанные в отношении измерений, позволяют разрешить ряд вопросов, касающихся аномалий электрического взрыва. Этот термин используется обычно для обозначения утверждений, базирующихся на эксперименте и являющихся в некотором смысле неожиданными.

В значительном числе экспериментальных работ [18, 3, 19] зафиксировано, что графики  $R(Q)$ , по крайней мере, для области энергий, соответствующей нагреву жидкой фазы до температуры кипения и далее, не совпадают в опытах с различным темпом нагрева. Варьируя его, можно получить семейство непересекающихся графиков [19]. С увеличением темпа нагрева кривые опускаются вниз, а характерные точки на них смещаются вправо. Если интерпретировать этот факт на основании формулы (3.1), считая, что плотность тока и проводимость распределены по радиусу проводника равномерно, то естественно предположить, что проводимость является функцией не только термодинамических параметров, но и зависит от темпа нагрева. За величину, характеризующую темп, естественно принять плотность тока. Тогда оказывается, что  $\sigma = \sigma(j)$ . Однако при плотностях тока  $j \sim 10^7$  А/см<sup>2</sup> отклонения от закона Ома, обусловленные отличием кинетической температуры электронов от решеточной, для типичных металлов должны быть пренебрежимо малыми [20], и попытка интерпретировать опытные данные на основании формулы (3.1) ведет к парадоксу.

Использование здесь хорошо известных теоретических оценок не совсем корректно, так как они базируются на модели проводимости твердого тела, а речь идет о жидкости. Однако эксперимент указывает также на то, что подобная неоднозначность имеет место и в предплавленной области энергий [21]. В большинстве экспериментов изменения угла наклона графика  $R(Q)$  для этой области оказываются одного порядка с уровнем случайной составляющей погрешности измерений.

В [5] уровень случайной ошибки снижен до 1—2%. Задача обработки данных формализована, и найдены точностные характеристики следующих оценок: угла наклона графиков  $\hat{\varphi}$ , координат точек начала ( $\hat{R}_n, \hat{Q}_n$ ) и конца ( $\hat{R}_k, \hat{Q}_k$ ) плавления. Один из результатов [5] состоит в том, что линейная модель обеспечивает хорошую аппроксимацию экспериментальных

данных, а угол наклона  $\hat{\varphi}$  этой прямой статистически значимо меньше «теоретического»  $\varphi$ . В относительных единицах  $\varphi - \hat{\varphi} = 0,77 \pm 0,17$ . Таким образом, аномалия воспроизводится и на стадии нагрева твердой фазы.

Разрешение обсуждаемого парадокса в экспериментах с проволоками состоит в том, что плотность тока, вопреки оценкам, построенным на основании модели несжимаемой жидкости, распределена по сечению неравномерно (см. фиг. 6) в основном за счет зависимости проводимости от плотности. В этих условиях измеряется величина, представленная формулой (3.2).

Известно, что вблизи температуры плавления на поверхности кристаллов образуется жидкая пленка. Суммарная поверхностная энергия при этом уменьшается. Энергетическая выгодность возникновения жидкой фазы на поверхности имеет своим следствием то, что заметный перегрев поверхности кристалла в квазистационарных условиях нагрева оказывается практически невозможным.

В работах по электрическому взрыву обычно ссылаются на [22], где за счет обдува мощной струей воздуха поверхности кристалла олова ( $T_{пл} \cong 232^\circ\text{C}$ ) — обдува, препятствующего появлению жидкой пленки, — удалось перегреть кристалл на  $1-1,5^\circ\text{C}$ . Ссылка на [22] приводится в доказательство того, что величина перегрева может достигать измеримых величин. Экспериментально перегрев в равновесных условиях должен был регистрироваться как смещение первой точки излома графика  $R(Q)$  в область правее энергии начала плавления  $Q^T$ , известной с высокой точностью из обычных измерений. В [2] сообщается о смещении вправо точки начала плавления свинца ( $T_{пл} \cong 325^\circ\text{C}$ ) на аномально большую величину ( $\sim 43^\circ\text{C}$ ). Относительная величина смещения здесь незначительно выходит за уровень погрешности измерений и обработки данных. В [5] зафиксировано подобное смещение в опытах с медными проволоками. Статистическая значимость результата для этого случая характеризуется следующими цифрами. Положение точки перегиба графика  $R(Q)$  по оси энергий  $\hat{Q} = 525 \pm 7$  Дж/г. В условиях термодинамического равновесия  $Q^T = 475$  Дж/г, так что  $\hat{Q} - Q^T = (50 \pm 7)$  Дж/г. Если это смещение интерпретировать как перегрев, то величина его также оказывается аномально большой ( $\Delta T \sim 100$  К).

Такая интерпретация основана на неверном предположении о том, что нагрев происходит в термодинамически равновесных условиях. Согласно результатам проведенных расчетов, данное предположение недействительно уже в рамках модели идеальной сжимаемой жидкости. В этой же модели смещение точки начала плавления по оси энергий вправо получает, по крайней мере частично, естественное объяснение. Оно состоит в следующем.

Величина  $Q \sim \int u_R I dt$ , вычисляемая по данным эксперимента, пропорциональна полной энергии, поступающей через внешнюю поверхность ( $u_R \sim E_n$ ,  $I \sim H_n$ ,  $u_R I \sim E_n \times H_n$  — вектор Пойнтинга). Кинетической энергией и энергией поля можно пренебречь в сравнении с тепловой. Поэтому на графиках  $R(Q)$  по оси абсцисс фактически откладывается величина, пропорциональная средней по радиусу температуре. Температура поверхности может быть как выше, так и ниже средней. Первый случай реализуется при  $t_n \ll t_m$  (см. фиг. 2), второй — при  $t_n \gg t_m$  (см. фиг. 6). На фиг. 6, отражающей момент, когда температура на поверхности равна температуре плавления при атмосферном давлении, средняя по радиусу температура на 10% выше (смещение точки начала плавления вправо по оси энергий), а средняя по радиусу плотность тока на 8% выше, чем на поверхности (смещение вниз по оси  $R$ ).

Данные фиг. 6 характеризуют режим нагрева, в котором  $t_n/t_m = 4$ , а  $t_m/t_3 = 40$ . В этом режиме расчет профилей температуры и плотности тока по модели несжимаемой жидкости, где  $\sigma = \sigma(T)$ , дает практически



равномерные по радиусу распределения. В экспериментах [5, 21] реализуется второй случай. Точка начала плавления смещается в нужном направлении, если на поверхности действуют сжимающие усилия, обусловленные релаксационными процессами. Таким образом, утверждение о практической невозможности перегреть в равновесных условиях поверхность металла в опытах по электрическому взрыву проводников не опровергается.

Естественным образом объясняется другая аномалия, фиксируемая многократно, в том числе в [5]: смещение по оси энергий вправо точки конца плавления. Величина смещения в зависимости от того, по какому алгоритму определяется положение точки, составляет 70—120 Дж/г. Значение  $70 \pm 5$  Дж/г [5] получается, если эту точку определять как место пересечения двух прямых, сглаживающих данные по методу наименьших квадратов и проведенных: первая — по данным в зоне плавления, вторая — в зоне нагрева жидкости. Значение 120 Дж/г соответствует минимуму графика  $dR/dQ$ . Напомним, что речь идет о режимах нагрева  $t_n \gg t_m$ . Данное смещение необъяснимо, если происходит изотермическое плавление в объеме.

В модели с движущейся от поверхности вглубь границей жидкость — твердое тело иной результат невозможен, так как весь процесс плавления происходит за время, существенно меньшее теплопроводного, и поэтому тепло, выделившееся во всем объеме жидкой фазы, за исключением очень тонкого пограничного слоя, не передается к поверхности фазового превращения, а расходуется на нагрев жидкости. Грубая оценка для величины смещения получается, если предположить, что плотность мощности источников тепла в жидкости в 2 раза (медь) меньше ( $\sigma_T/\sigma_{ж} = 2$ ,  $\sigma_T$ ,  $\sigma_{ж}$  — проводимости соответственно твердой и жидкой фаз при температуре плавления). Тогда к концу фазы плавления можно ожидать  $\Delta Q = \lambda/2$ ,  $\lambda \cong 200$  Дж/г — теплота перехода.

Вопрос о характере профиля плотности тока в конце фазы плавления решается практически однозначно на основании формулы (3.2), так как в фазе плавления полный ток не успевает измениться. Поскольку проводимость поверхности вначале  $\sigma_n = \sigma_T$ , а в конце  $\sigma_n \cong \sigma_{ж}$ , то величина плотности тока на поверхности по отношению к начальной возрастает, если  $\hat{R}_K/\hat{R}_n \geq 2$ , и падает, если  $\hat{R}_K/\hat{R}_n < 2$ . В эксперименте  $\hat{R}_K/\hat{R}_n \cong 1,75 < 2$ , т. е. отношение плотности тока на поверхности к средней в конце фазы плавления уменьшается по отношению к тому, каким оно было вначале. Так как и вначале  $j_n < \langle j \rangle$ , то профиль температуры в момент окончания плавления может не иметь максимума на поверхности.

Оценим относительную величину «магнитогидродинамической» поправки к закону Ома, который в нашем случае записывается в виде

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + [\mathbf{u} \times \mathbf{H}]/c).$$

Вектор скорости  $\mathbf{u}$  направлен к поверхности, а абсолютная величина  $u$  так же, как и магнитного поля  $H$ , растет с радиусом в первом приближении линейно. Электрическое поле, таким образом, равно

$$E = \frac{j}{\sigma} \left( 1 - \frac{u(1)H(1)r^2\sigma}{cj} \right).$$

Искомая величина  $\delta E/E = u(1)H(1)r^2\sigma/cj$ , где  $0 \leq r \leq 1$ . Для случая 2 таблицы на поверхности ( $r = 1$ )  $u = 500$  см/с,  $H = 3,3 \cdot 10^5$  Э,  $j = 2 \times 10^7$  А/см<sup>2</sup>,  $\sigma = 10^5$  (Ом·см)<sup>-1</sup>. Величина  $j/\sigma = 200$  В/см, а  $uH/c = 1,5$  В/см. Таким образом,  $\delta E/E$  составляет величину порядка одного процента.

Завершая обсуждение аномалий, отметим, что здесь не говорилось о собственно электрическом взрыве как процессе, начало которого приходится на область температур, существенно превышающих равновесную температуру кипения. Рассматриваемая релаксационная схема позволяет в принципе за счет выбора подходящих значений касательного времени релаксации поднять расчетную амплитуду сдвиговых напряжений так,

чтобы величина давления  $p = -(\sigma_\phi + \sigma_z)/3$  на поверхности обеспечила бы сдвиг температуры начала кипения в точку взрыва, определяемую экспериментально. Однако такая процедура по отношению к жидкости выглядит слишком искусственной.

Иначе обстоит дело с объемной релаксацией, следствием которой должно быть неравновесное повышение массовой плотности (давления) на поверхности жидкости.

Ряд не вошедших в настоящую работу и представляющих некоторый интерес дополнительных данных, касающихся, в частности, начальных стадий процесса, приведен в [23].

Авторы благодарны С. К. Годунову за полезные обсуждения работы.

Поступила 21 VI 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Геммерлинг Г. А. О зависимости внутренней энергии тела от скорости изменения температуры.— ДАН СССР, 1968, т. 180, № 5.
2. Мартынюк М. М., Герреро Г. Э. Измерение электросопротивления и теплосодержания металлов импульсным методом.— ЖТФ, 1972, т. 42, № 1.
3. Кварцхава И. Ф., Бондаренко В. В. и др. Осциллографическое определение энергии электрического взрыва.— ЖЭТФ, 1956, т. 31, № 5.
4. Бодров С. Г., Лев М. Л., Перегуд Б. П. Изгибные магнитогидродинамические неустойчивости проводника с током.— ЖТФ, 1978, т. 48, № 12.
5. Искольдский А. М., Киричук В. С. Обработка результатов эксперимента, описываемого математической моделью с особыми точками.— Автометрия, 1975, № 4.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1959.
7. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978.
8. Годунов С. К., Козин И. С., Роменский Е. И. Уравнение состояния упругой энергии металлов при нешаровом тензоре деформаций.— ПМТФ, 1974, № 2.
9. Годунов С. К., Денисенко В. В. и др. Применение релаксационной модели вязкоупругости при расчете одноосных однородных деформаций и уточнении интерполяционных формул максвелловской вязкости.— ПМТФ, 1975, № 5.
10. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
11. Байков А. П., Шестак А. Ф. О характере плавления металлических проводников при импульсном нагреве.— Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 22.
12. Де Гроот С., Маур П. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964.
13. Зубарев Д. Н., Сергеев М. В. Дополнение к книге У. А. Дэй «Термодинамика простых сред с памятью». М.: Мир, 1974.
14. Шубин А. Ф., Ротштейн В. П., Проскуровский Д. И. Пластическая деформация металла под действием интенсивного электронного пучка длительностью  $10^{-8}$ — $10^{-7}$  с.— Изв. вузов. Физика, 1974, № 7.
15. Ротштейн В. П., Бушнев Л. С., Проскуровский Д. И. Дислокационная структура меди, облученной интенсивным электронным пучком длительностью  $10^{-8}$ — $10^{-7}$  с.— Изв. вузов. Физика, 1975, № 3.
16. Князев В. П., Шнейерсон Г. А. Исследование быстрого расширения тонкостенных металлических цилиндров в сильном магнитном поле.— ЖТФ, 1970, т. 40, № 2.
17. Шестопапов Л. М. Деформирование металлов и волны пластичности в них. М.: Изд-во АН СССР, 1958.
18. Бурцев В. А., Калинин Н. В., Литуновский В. Н. Электрический взрыв проводников. Л.: изд. НИИЭФА им. Д. В. Ефремова, 1977.
19. Байков А. П., Герасимов Л. С., Искольдский А. М. Экспериментальное исследование электрической проводимости фольги в процессе электрического взрыва.— ЖТФ, 1975, т. 45, № 1.
20. Гинзбург В. Л., Шабанский В. П. Кинетическая температура электронов в металлах и аномальная электронная эмиссия.— ДАН СССР, 1955, т. 100, № 3.
21. Байков А. П., Искольдский А. М., Нестерихин Ю. Е. Электрический взрыв проводочек при высоких скоростях ввода энергии.— ЖТФ, 1973, т. 43, № 1.
22. Хайкин С. Э., Бэне И. П. О явлении перегрева твердого тела.— ДАН СССР, 1939, т. 23, № 1.
23. Доровский В. П., Искольдский А. М., Роменский Е. И. Динамика импульсного нагрева металла током и электрический взрыв проводников. Препринт № 174. Новосибирск: изд. Ин-та автоматики и электрометрии СО АН СССР, 1982.