

**О СТАБИЛИЗИРОВАННОМ ТЕЧЕНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ
ЧЕРЕЗ ВРАЩАЮЩИЙСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ КАНАЛ
ПРИ МАЛЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ЧИСЛА РОССБИ**

*О. Н. Овчинников
(Ленинград)*

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу об установившемся стабилизированном течении несжимаемой вязкой жидкости через цилиндрический канал с круглым поперечным сечением радиуса a , вращающийся с постоянной угловой скоростью ω относительно оси, которая пересекает ось канала и перпендикулярна ей.

Введем правую декартову систему координат $Ox^*y^*z^*$, жестко связанную с каналом и ориентированную так, чтобы ось Oz^* была направлена вдоль оси канала в сторону течения, а ось Oy^* сонаправлена с вектором угловой скорости ω .

Будем предполагать, что течение жидкости в канале происходит под действием постоянного продольного градиента модифицированного давления $\partial\Pi/\partial z^* = \alpha$ и число Россби Ro мало ($Ro = w_0^*/\omega a \ll 1$).

При принятых допущениях движение жидкости в канале будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$(1.1) \quad \Delta\Delta\psi = 2R\partial w/\partial y, \quad \Delta w = -2R\partial\psi/\partial y + 2,$$

где

$$(1.2) \quad \Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2; \quad x = x^*/a; \quad y = y^*/a; \quad w = w^*/U; \\ \psi = \psi^*/Ua; \quad R = \gamma^2 = \omega a^2/\nu; \quad \Pi = p/\rho - (\omega^2/2)(x^{*2} + z^{*2});$$

$U = \alpha a^2/2\nu$ — характерная скорость; u^* , v^* , w^* — проекции вектора относительной скорости соответственно на оси x^* , y^* и z^* ; ψ^* — функция тока вторичного течения, связанная с u^* и v^* соотношениями $u^* = \partial\psi^*/\partial y^*$, $v^* = -\partial\psi^*/\partial x^*$; p — давление; ρ — плотность; ν — кинематическая вязкость жидкости. Граничные условия к системе (1.1) — обычные условия прилипания и непроницаемости:

$$(1.3) \quad w = \psi = \partial\psi/\partial x = \partial\psi/\partial y = 0 \text{ при } x^2 + y^2 = 1.$$

2. Интегрирование системы уравнений. Если положить

$$(2.1) \quad \psi(x, y) = \chi(x, y) + y/R, \quad w(x, y) = A_0 + f(x, y),$$

то, согласно (1.1), χ и f должны удовлетворять следующей системе дифференциальных уравнений:

$$(2.2) \quad \Delta\Delta\chi = 2R\partial f/\partial y, \quad \Delta f = -2R\partial\chi/\partial y.$$

Решениями системы (2.2) являются некоторые многочлены $G_n(x, y)$ и $T_n(x, y)$. Линейная комбинация этих многочленов с производными постоянными A_n также будет решением этой системы:

$$(2.3) \quad f_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n G_n(x, y), \quad \chi_1 = - \sum_{n=1}^{\infty} A_n T_n(x, y) \frac{y}{R}, \\ G_1 = x^2, \quad G_2 = x^4, \quad G_3 = \frac{x^6}{6!} - \frac{1}{8} \frac{y^2}{R^2}, \\ G_4 = \frac{x^8}{8!} - \frac{x^2 y^2}{16R^2}, \quad G_5 = \frac{x^{10}}{10!} - \frac{x^4 y^2}{8 \cdot 4! R^2} + \frac{3y^2}{32R^4},$$

$$G_6 = \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^6 y^2}{8 \cdot 6! R^2} + \frac{y^4 + 18x^2 y^2}{2^4 \cdot 4! R^4}, \dots$$

$$T_1 = 1, \quad T_2 = 6x^2, \quad T_3 = \frac{x^4}{2 \cdot 4!} - \frac{1}{8R^2},$$

$$T_4 = \frac{x^6}{2 \cdot 6!} - \frac{3x^2 + y^2}{2 \cdot 4! R^2}, \quad T_5 = \frac{x^8}{2 \cdot 8!} - \frac{2x^2 y^2 + x^4}{8 \cdot 4! R^2} + \frac{3}{32R^4},$$

$$T_6 = \frac{x^{10}}{2 \cdot 10!} - \frac{5x^4 y^2 + x^6}{8 \cdot 6! R^2} + \frac{9x^2 + 4y^2}{8 \cdot 4! R^4}, \dots$$

Построим еще одно решение системы (2.2). В плоскости поперечного сечения канала (плоскости Oxy) введем полярную систему координат r, φ , положив

$$(2.4) \quad x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi.$$

Решение системы (2.2) в полярных координатах будем искать в виде

$$(2.5) \quad f_2 = \sum_{n=0}^{\infty} g_{2n}(r) \cos 2n\varphi, \quad \chi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \tau_{2n+1}(r) \sin (2n+1)\varphi.$$

Подставляя (2.5) в (2.2) и приравнявая соответствующие выражения при синусах и косинусах с одинаковыми аргументами, для определения g_{2n} и τ_{2n+1} получим бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$(2.6) \quad \begin{cases} L_{2n} g_{2n} = R \left[\delta_n r^{2n-1} \frac{d}{dr} \left(\frac{\tau_{2n-1}}{r^{2n-1}} \right) - \frac{1}{r^{2n+1}} \frac{d}{dr} (r^{2n+1} \tau_{2n+1}) \right], \\ L_{2n+1}^2 \tau_{2n+1} = R \left[\sigma_n r^{2n} \frac{d}{dr} \left(\frac{g_{2n}}{r^{2n}} \right) - \frac{1}{r^{2n+2}} \frac{d}{dr} (r^{2n+2} g_{2n+2}) \right], \\ \delta_n = \begin{cases} 0, & n=0, \\ 1, & n \neq 0, \end{cases} \quad \sigma_n = \begin{cases} 2, & n=0, \\ 1, & n \neq 1, \end{cases} \\ L_n = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} - \frac{n^2}{r^2} \quad (n=0, 1, 2, \dots). \end{cases}$$

При произвольном λ

$$(2.7) \quad \tau_{2n+1}(r) = B_{2n+1} J_{2n+1}(\lambda r), \quad g_{2n}(r) = C_{2n} J_{2n}(\lambda r) \quad (n=0, 1, 2, \dots),$$

где $J_m(\lambda r)$ — функция Бесселя первого рода порядка m , а B_{2n+1} и C_{2n} — коэффициенты, связанные между собой соотношениями

$$(2.8) \quad C_{2n} = (R/\lambda)(B_{2n+1} + \delta_n B_{2n-1}), \quad B_{2n+1} = -(R/\lambda^3)(\sigma_n C_{2n} + C_{2n+2}),$$

есть частное решение системы (2.6). Используя (2.8), все коэффициенты B_{2n+1} последовательно можно выразить через коэффициент B_1 :

$$(2.9) \quad B_{2n+1} = F_{2n+1}(\eta) B_1, \quad \eta = 2 + \lambda^4/R^2,$$

$$F_1 = 1, \quad F_3 = -1 - \eta, \quad F_5 = \eta^2 + \eta - 1, \quad F_7 = 1 + 2\eta - \eta^2 - \eta^3,$$

$$F_9 = 1 - 2\eta - 3\eta^2 + \eta^3 + \eta^4,$$

$$F_{11} = -1 - 3\eta + 3\eta^2 + 4\eta^3 - \eta^4 - \eta^5, \dots$$

Далее, если из (2.8) исключить коэффициенты C_{2n} и положить $B_{2n+1}/B_{2n-1} = D_{2n+1}$, получим систему рекуррентных соотношений, свя-

зываются D_{2n+1} :

$$(2.10) \quad \begin{cases} D_3 = -(1 + \eta), \\ D_{2n+1} = \frac{-1}{\eta + D_{2n+3}} \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3 \dots);$$

D_3 , с одной стороны, определяется первым из соотношений (2.10), с другой, — согласно второму из этих соотношений, может быть представлено непрерывной дробью. Приравнявая указанные выражения для D_3 , получим уравнение

$$(2.11) \quad 1 + \eta = \frac{i}{|\eta|} + \frac{-i}{|\eta|} + \frac{-1}{|\eta|} + \dots,$$

корни которого η_k ($k = 1, 2, 3, \dots$) определяют возможные значения λ_k :

$$\lambda_k = \pm \mu_k \exp(\pm 3\pi i/4), \quad \mu_k = \sqrt[4]{2 - \eta_k}, \quad i = \sqrt{-1}.$$

Если правую часть (2.11) заменить подходящей дробью порядка l , получим алгебраическое уравнение порядка $l + 1$, все корни которого вещественны, различны и не превосходят 2. Каждому такому корню η_k соответствует единственное вещественное значение μ_k и пара комплексных сопряженных значений λ_k . Каждому λ_k , в свою очередь, отвечает определенное $B_{1,k}$. Положим

$$(2.12) \quad B_{1,k} = (M_k \pm iN_k)/2$$

и будем считать, что $\lambda_k = \mu_k \exp(-3\pi i/4)$ в (2.12) отвечает знак плюс, а $\lambda_k = \mu_k \exp(3\pi i/4)$ — знак минус. (Значения $\lambda_k = -\mu_k \exp(\pm 3\pi i/4)$ не рассматриваем, так как им соответствуют собственные функции, отличающиеся лишь знаком.) Если теперь учесть соотношения (2.7)—(2.9) и связь между функциями Бесселя и Кельвина первого рода

$$J_m(r\mu_k \exp(\pm 3\pi i/4)) = \text{ber}_m(\mu_k r) \pm i \text{bei}_m(\mu_k r),$$

можно убедиться, что решением системы (2.6) будут следующие ряды:

$$\begin{aligned} \tau_{2n+1}(r) &= \sum_{k=1}^{\infty} F_{2n+1}(\eta_k) [M_k \text{ber}_{2n+1}(\mu_k r) + N_k \text{bei}_{2n+1}(\mu_k r)], \\ g_{2n}(r) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{R}{\sqrt{2}\mu_k} [\delta_n F_{2n-1}(\eta_k) + F_{2n+1}(\eta_k)] [(M_k - N_k) \text{bei}_{2n}(\mu_k r) - \\ &\quad - (M_k + N_k) \text{ber}_{2n}(\mu_k r)] \quad (n = 0, 1, 2 \dots). \end{aligned}$$

В силу линейности системы (2.2) сумма ее решений (2.3) и (2.5) также будет решением. Отсюда следует, что если учесть (2.1), а в (2.3) перейти к полярным координатам, решение исходной системы (1.1) может быть представлено в виде

$$(2.13) \quad \psi = \frac{r \sin \varphi}{R} + \sum_{n=0}^{\infty} \left[\tau_{2n+1}(r) - \frac{1}{R} H_{2n+1}(r) \right] \sin(2n+1)\varphi;$$

$$(2.14) \quad w = A_0 + \sum_{n=0}^{\infty} [g_{2n}(r) + S_{2n}(r)] \cos 2n\varphi,$$

где

$$\begin{aligned} S_0 &= A_1 \frac{r^2}{2} + \frac{3}{8} A_2 r^4 + A_3 \left(\frac{5r^6}{2^4 \cdot 6!} - \frac{r^2}{2^4 \cdot R^2} \right) + A_4 \left(\frac{35r^8}{2^7 \cdot 8!} - \frac{r^4}{2^7 R^2} \right) + \\ &\quad + A_5 \left(\frac{63r^{10}}{2^8 \cdot 10!} - \frac{r^6}{2^7 \cdot 4! R^2} + \frac{3r^2}{2^6 R^4} \right) + \dots; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_2 &= A_1 \frac{r^2}{2} + A_2 \frac{r^4}{2} + A_3 \left(\frac{r^6}{2^6 \cdot 4!} + \frac{r^2}{2^4 R^2} \right) + A_4 \frac{r^8}{2^7 \cdot 6!} + \\
&\quad + A_5 \left(\frac{105r^{10}}{2^8 \cdot 40!} - \frac{r^6}{2^5 \cdot 4! R^2} - \frac{3r^2}{2^6 R^4} \right) + \dots; \\
S_4 &= A_2 \frac{r^4}{8} + \frac{A_3 r^6}{2^5 \cdot 5!} + A_4 \left(\frac{7r^8}{2^5 \cdot 8!} + \frac{r^4}{2^7 R^2} \right) + A_5 \left(\frac{15r^{10}}{2^6 \cdot 40!} + \frac{r^6}{2^7 \cdot 4! R^2} \right) + \dots; \\
S_6 &= \frac{A_3 r^6}{2^5 \cdot 6!} + A_4 \frac{r^8}{2^4 \cdot 8!} + A_5 \left(\frac{45r^{10}}{2^9 \cdot 40!} + \frac{r^6}{2^8 \cdot 4! R^2} \right) + \dots; \\
S_8 &= A_4 \frac{r^8}{2^7 \cdot 8!} + A_5 \frac{r^{10}}{2^9 \cdot 9!} + \dots; \\
S_{10} &= A_5 \frac{r^{10}}{2^9 \cdot 10!} + \dots; \dots \\
H_1 &= A_1 r + \frac{3}{2} A_2 r^3 + A_3 \left(\frac{r^5}{2^4 \cdot 4!} - \frac{r}{8R^2} \right) + A_4 \left(\frac{5r^7}{2^7 \cdot 6!} - \frac{r^3}{2^5 R^2} \right) + \\
&\quad + A_5 \left(\frac{7r^9}{2^8 \cdot 8!} - \frac{r^5}{2^9 R^2} + \frac{3r}{2^6 R^4} \right) + \dots; \\
H_3 &= \frac{3}{2} A_2 r^3 + A_3 \frac{r^5}{2^8} + A_4 \left(\frac{9r^9}{2^7 \cdot 6!} - \frac{r^3}{4 \cdot 4! R^2} \right) + A_5 \left(\frac{7r^9}{2^7 \cdot 8!} - \frac{5r^5}{2^7 \cdot 4! R^2} \right) + \dots; \\
H_5 &= A_3 \frac{r^5}{2^5 \cdot 4!} + A_4 \frac{5r^7}{2^7 \cdot 6!} + A_5 \left(\frac{5r^9}{2^7 \cdot 8!} + \frac{r^5}{2^7 \cdot 4! R^2} \right) + \dots; \\
H_7 &= A_4 \frac{r^7}{2^7 \cdot 6!} + A_5 \frac{7r^9}{2^9 \cdot 8!} + \dots; \\
H_9 &= A_5 \frac{r^9}{2^9 \cdot 8!} + \dots; \dots
\end{aligned}$$

Постоянные A_n , M_k , N_k и A_0 , входящие в (2.13), (2.14), должны быть определены из граничных условий (1.3). Последние с учетом (2.4) целесообразно записать в виде

$$(2.15) \quad w = \psi = \partial\psi/\partial r = \partial\psi/\partial\varphi = 0 \quad \text{при } r = 1.$$

Используя (2.13), (2.14) и удовлетворяя первым трем условиям (2.15), получим бесконечную систему алгебраических уравнений для определения коэффициентов A_n , M_k , N_k

$$(2.16) \quad \begin{cases} S_{2n}(1) + g_{2n}(1) = 0, \\ H_{2n+1}(1) - R\tau_{2n+1}(1) = \xi_n, \\ H'_{2n+1}(1) - R\tau'_{2n+1}(1) = \xi_n \end{cases} \quad \xi_n = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0, \end{cases} \quad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

а также уравнение для определения A_0

$$A_0 = -S_0(1) - g_0(1).$$

Можно проверить, что четвертое из условий (2.15) при этом выполняется автоматически. Если найдены корни уравнения (2.11) и получено решение системы (2.16), то (2.13), (2.14) — решение поставленной задачи.

Оставляя открытым вопрос о сходимости разложений (2.13), (2.14), укажем только, что проведенные расчеты на ЭВМ для различных значений R , представляющих практический интерес, показали, что достаточная

точность вычислений $w(r, \varphi)$ и $\psi(r, \varphi)$ реализуется уже при учете в (2.13), (2.14) первых пяти коэффициентов A_{k-1} , M_k и N_k . При этом для вычисления значений функций Кельвина в зависимости от величины аргумента и индекса использовались либо степенные ряды, либо формулы Дебая, либо формулы Мейсселя [2].

3. Сопротивление канала. Среднюю скорость течения жидкости через вращающийся канал, отнесенную к U , определим соотношением

$$w_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 w(r, \varphi) r dr.$$

Подставляя сюда вместо w его значение согласно (2.14) и предполагая, что соответствующие ряды допускают почленное интегрирование, получим

$$\begin{aligned} \int w = A_0 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2R}{\mu_k^2} [M_k \operatorname{ber}_1(\mu_k) - N_k \operatorname{bei}_1(\mu_k)] + \Gamma, \\ \Gamma = \frac{A_1}{4} + \frac{A_2}{8} + A_3 \left(\frac{5}{2^4 \cdot 6!} - \frac{1}{8R^2} \right) + A_4 \left(\frac{1}{2^{10} \cdot 6!} - \frac{1}{2^4 \cdot 4! R^2} \right) + \\ + A_5 \left(\frac{21}{2^{10} \cdot 40!} - \frac{1}{2^9 \cdot 4! R^2} + \frac{1}{32R^4} \right) + A_6 \left(\frac{7}{2^7 \cdot 4! R^4} - \frac{1}{2^{10} \cdot 6! R^2} + \frac{1}{2^{12} \cdot 40!} \right) + \dots \end{aligned}$$

Коэффициент гидравлического сопротивления вращающегося канала λ_ω определим как

$$(3.1) \quad \lambda_\omega = 4\alpha / (w_0^*)^2.$$

Заменяя в (3.1) α соответствующим выражением из (1.2) и составляя отношение коэффициентов сопротивления вращающегося канала λ_ω и неподвижного $\lambda_0 = 64/\operatorname{Re}$, будем иметь

$$(3.2) \quad \lambda_\omega / \lambda_0 = 1/4 w_0, \quad \operatorname{Re} = 2aw_0^* / \nu.$$

Полученное решение при условии замены в (1.2) x^* на $x^* \pm b$ справедливо и для канала, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω относительно оси, которая перпендикулярна оси канала, но смещена относительно нее на расстояние b .

4. Некоторые результаты. Распределение продольной составляющей скорости w при всех значениях R симметрично относительно осей Ox и Oy . Профили w/w_0 в сечениях $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$, рассчитанные для различных значений R ($R = 1, 10, 25, 10^2$ и 10^3), приведены соответственно на фиг. 1 и 2, а для $R = 10^3$ в сечениях $\varphi = k\pi/12$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 6$) — на фиг. 3 (кривые 0—6).

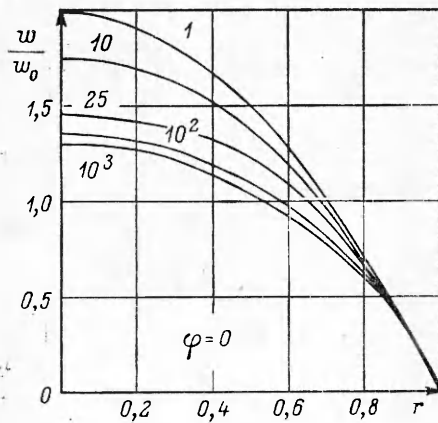
При $R \leq 1$ распределение w практически не отличается от профиля Пуазейля для неподвижного круглого канала. При $R \gg 1$ в круглом канале в отличие от прямоугольного распределение w существенно неравномерно. В то время как в диаметральной плоскости $y = 0$ в ядре потока w приближенно описывается уравнением

$$w/w_{\max} = (1 - x^2)^{3/4},$$

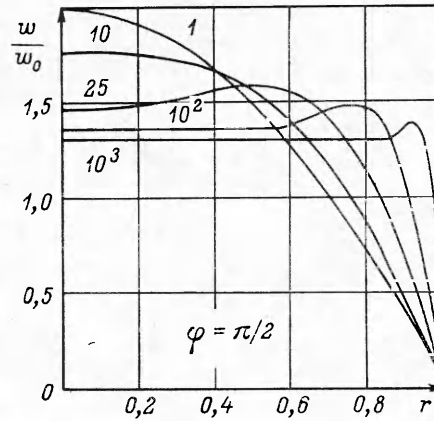
в плоскости $x = 0$ w практически всюду постоянно, за исключением пристеночного слоя, где имеет место распределение скоростей, типичное для слоя Экмана [3].

График зависимости от y значения продольной составляющей скорости в центре канала $w(0, 0)/w_0$ приведен на фиг. 4.

Вторичное течение в поперечном сечении вращающегося канала (проекции траекторий частиц жидкости на плоскость нормального сечения) при всех значениях R представляет собой парный вихрь, каждая полови-



Ф и г. 1



Ф и г. 2

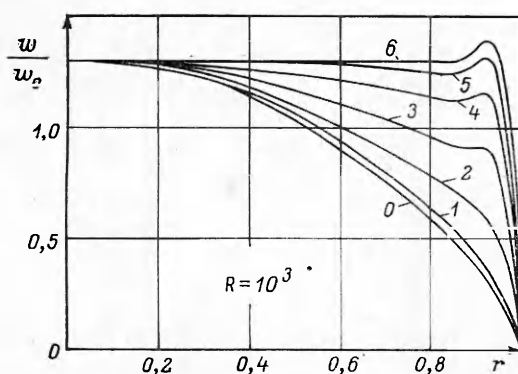
на которого — зеркальное отображение другой относительно оси Ox . Центр каждой половины вихря на оси Oy . При $R \ll 1$ радиус-вектор центра вихрей $r_0 = 0,447$, что совпадает с соответствующим значением для плоского [4] и прямоугольного [5] каналов. С увеличением R центр каждого вихря вдоль оси Oy смещается по направлению к стенкам канала. Зависимость r_0 от γ приведена на фиг. 4.

Картина линий тока вторичного течения, рассчитанная по формуле (2.13), при $R \ll 1$ совпадает с соответствующей картиной, полученной в [6], а для $R = 10^3$ приведена на фиг. 5 с шагом $\Delta\psi/w_0 = -0,002$ для $y \geq 0$.

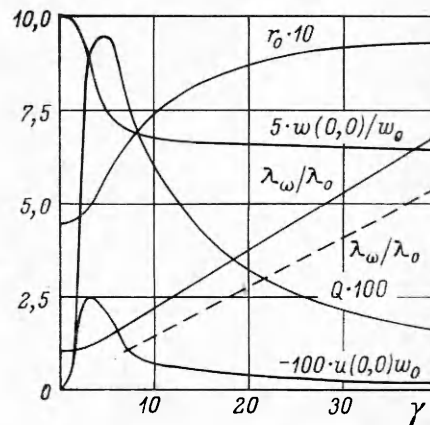
При $R \gg 1$ вторичное течение в ядре потока вращающегося канала — равномерное течение, направленное перпендикулярно оси вращения. Зависимость значения поперечной составляющей скорости в центре канала $u(0, 0)/w_0$ от γ приведена на фиг. 4, где также приведена и зависимость от γ безразмерного расхода Q , циркулирующего в каждой половине поперечного сечения канала ($y \geq 0$ или $y \leq 0$) и отнесенного к единице его длины:

$$Q = -\frac{1}{w_0} \int_0^{r_0} \psi'_r(r, \pi/2) dr = \frac{1}{w_0} \int_{r_0}^1 \psi'_r(r, \pi/2) dr.$$

Максимальное значение $Q \approx 0,095$ достигается при $\gamma \approx 5$. Отсюда следует, что при всех значениях γ расход жидкости, циркулирующей в половине



Ф и г. 3



Ф и г. 4

поперечного сечения вращающегося канала, не превышает 10% расхода в основном направлении. Из графика зависимости $\lambda_\omega/\lambda_0 = f(\gamma)$, приведенного на фиг. 4, согласно расчетам по формуле (3.2), следует, что с увеличением γ гидравлическое сопротивление вращающегося канала возрастает по сравнению с неподвижным, причем при больших γ — практически по линейному закону. Интересно отметить, что зависимость $\lambda_\omega/\lambda_0 = f(\gamma)$ для каналов с круглым и квадратным [5, 7] поперечным сечением практически идентична и хорошо согласуется с экспериментом [8] при $Ro < 1$.

Сопоставление результатов расчета коэффициента сопротивления вращающегося канала по формуле

$$(4.1) \quad \lambda_\omega/\lambda_0 = 0,134\gamma/(1 - 1,05/\gamma),$$

предложенной в [8] для $Ro \ll 1$ и $R \gg 1$ (штриховая кривая на фиг. 4), с результатами настоящего анализа показывает, что (4.1) дает заниженные значения λ_ω .

5. Случай нерадиального канала. Полученное решение легко обобщается на случай течения в канале, вращающемся с постоянной угловой скоростью Ω относительно оси, которая пересекает ось канала и составляет с ней некоторый угол.

Введем, как и в п. 1, правую декартову систему координат $Ox^*y^*z^*$, жестко связанную с каналом и ориентированную так, чтобы ось вращения проходила через начало координат и была расположена в плоскости Oy^*z^* , а ось Oz^* была направлена вдоль оси канала в сторону течения. Угол между осью Oz^* и вектором Ω обозначим через β . Тогда, если модифицированное давление ввести по формуле

$$\Pi = p/\rho - (\Omega^2/2)[x^{*2} + (y^* \cos \beta - z^* \sin \beta)^2] + 2\Omega \cos \beta \psi^*$$

и положить

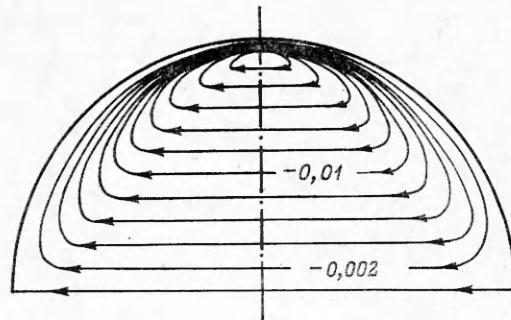
$$(5.1) \quad \omega = \Omega \sin \beta,$$

можно проверить, что при сделанных в п. 1 допущениях течение вязкой жидкости через вращающийся нерадиальный канал будет снова описываться системой уравнений (1.1) при граничных условиях (1.3). Отсюда следует, что решение рассматриваемой задачи для нерадиального канала снова будет определяться соотношениями (2.13), (2.14), в которых ω определяется выражением (5.1).

Поступила 20 X 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Гринспен Х. Теория вращающихся жидкостей. М.: Гидрометеиздат, 1975.
2. Абрамовиц М., Стиган Н. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979.
3. Benton G. S., Boyer D. Flow through a rapidly rotating conduit of arbitrary cross-section.— J. Fluid Mech., 1966, vol. 26, pt 1.
4. Овчинников О. Н., Смирнов Е. М. Динамика потока и теплообмен во вращающемся щелеобразном канале.— ИФЖ, 1978, т. 35, № 1.
5. Овчинников О. Н. Об установившемся течении вязкой жидкости через вращающийся радиальный канал при малых значениях числа Россби.— ПМТФ, 1980, № 1.



Фиг. 5

6. Barua S. N. Second flow in a rotating straight pipe.— Proc. Roy. Soc., ser. A, 1954, vol. 227, p. 133.
7. Овчинников О. Н. О гидравлическом сопротивлении вращающегося канала.— Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1980, № 1.
8. Ито Х., Нанву К. Течение во вращающихся трубах круглого поперечного сечения.— Труды Амер. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теор. основы инж. расчетов, 1971, т. 93, № 3.

УДК 532.526

ГИДРОДИНАМИКА ТЕЧЕНИЯ В ПРОНИЦАЕМОМ КАНАЛЕ С ДВУХСТОРОННИМ ВДУВОМ

С. В. Калинина, П. П. Луговской, Б. П. Миронов
(Новосибирск)

Основная особенность течения в канале с поперечным потоком массы, по сравнению с внешним обтеканием пластины со вдувом, состоит в том, что благодаря непрерывному массоподводу в канале развиваются большие ускорения.

Наиболее обширные исследования установившегося турбулентного течения в круглой трубе с равномерным по длине вдувом выполнены в работе [1]. В данной работе представлены результаты измерения распределения скоростей и давления для двух случаев: на входе в проницаемый участок трубы имеется развитое турбулентное течение; нулевая скорость на входе.

В работе [1] показано, что при развитом турбулентном течении на входе в проницаемую трубу для исследованного диапазона вдувов (отношение $\rho_{ст} v_{ст} / \rho_0 u$ менялось от 0,00246 до 0,0584, здесь $\rho_{ст}$, $v_{ст}$ — плотность и скорость вдуваемой жидкости, ρ_0 , u — плотность и средняя по сечению скорость на входе в проницаемую часть трубы) уменьшение коэффициентов трения согласуется с уменьшением коэффициентов трения при внешнем обтекании.

В данной работе представлены результаты экспериментального и теоретического исследования течения в прямоугольном канале большого удлинения ($l/h \sim 30$, l — длина проницаемой части, h — высота), когда на входе в пористый участок имеется развитое турбулентное течение.

1. Описание экспериментальной установки. Рабочий участок — канал прямоугольного сечения размером $h \times 30$ мм² ($h = 5,8 - 4,4$ мм) с прозрачными боковыми стенками. Верхнюю и нижнюю стенку образовывали две вставки с вклеенными в них пористыми пластинами размером 24×200 мм. Пластины изготовлялись из порошка полиметилметакрилата Л-3 путем спекания. Исследование пористой поверхности под микроскопом показало, что средняя высота выступов, представляющих собой песочную шероховатость, равна 0,02 мм. Вдув через обе стенки (вдувалась вода в воду) регулировался независимо друг от друга. Предварительные измерения показали, что перепад давления на пористой пластине примерно на порядок больше продольного перепада давления в канале. Благодаря этому по всей длине проницаемого участка величина $v_{ст}$ была постоянной.

Для получения развитого турбулентного течения на входе в экспериментальную часть канала имелся непроницаемый участок (канал с таким же проходным сечением) длиной 750 мм. Измерение распределения скоростей и их пульсаций проводилось методом стробоскопической визуализации потока с частицами-метками из алюминиевого порошка размером 5—20 мкм. Схема измерений показана на фиг. 1, где 1 — лампа-вспышка, 2 и 3 — щель и объектив для получения светового ножа, 4 — фотоаппарат, объектив которого сфокусирован на центральную плоскость канала, 5 — рабочий участок, 6 — прозрачные боковые стекла. Глубина резкости объек-