

ЭВОЛЮЦИЯ СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В ПЛОТНЫХ СРЕДАХ

А. Л. Бугримов, А. В. Колотилов, О. Р. Рыков

Военная академия им. Ф. Э. Дзержинского,
103074 Москва

Построены соотношения, описывающие эволюцию слабой ударной волны в плотной среде с учетом ее затухания и «расплывания». Эволюция представляется как результат суперпозиции двух процессов, один из которых распространение ступенчатого скачка уплотнения слабой ударной волны, а другой — «преследование» этого скачка волной разрежения.

Законченной, цельной картиной эволюции ударных волн (УВ) по мере их распространения в плотных средах не создано. В [1] предпринята попытка установления закона распределения массовой скорости за фронтом УВ и оценки ширины области сжатия твердого материала в УВ, однако использованный в этой работе подход в значительной мере идеализирован, в частности, УВ считается стационарной, не учитываются явления затухания и «расплывания» импульса сжатия. В работе [2] построены соотношения, описывающие эволюцию УВ, но полученные результаты, как отмечается в [3], справедливы лишь в акустическом приближении.

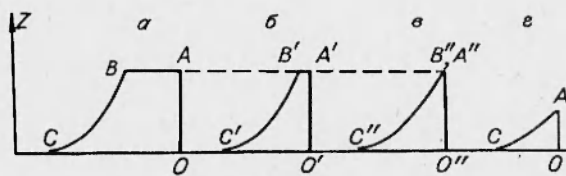


Рис. 1.

Настоящая работа посвящена исследованию эволюции слабых УВ в плотных средах с учетом их затухания и «расплывания», при этом эволюция УВ представляется как следствие наложения двух процессов: распространения скачка уплотнения ступенчатой формы и «преследования» этого скачка волной разрежения.

На каком-то этапе волна разрежения догонит фронт УВ, и это в дальнейшем будет сказываться на профиле УВ и на ее затухании (рис. 1). Под затуханием УВ будем понимать уменьшение ее интенсивности (амплитуды) в точке А с течением времени по мере ее продвижения по материалу. Рассмотрим представляющий наибольший интерес случай, когда волна разрежения уже догнала фронт УВ и начинает снижать параметры УВ на фронте. Пусть слабая УВ распространяется вдоль оси Ox и в моменты времени t_0 и $t_0 + \Delta t$ занимает положения, показанные на рис. 2. В слабой УВ относительное изменение любого параметра, например плотности, есть величина малая. Поэтому если Z — некий параметр (размерный или безразмерный), характеризующий такую слабую УВ (это может быть $\Delta\rho/\rho_0$, массовая скорость и т. п.), то в первом приближении можно записать следующие зависимости.

1. Скорость фронта УВ

$$D = c_0 + D_Z Z_\Phi, \quad (1)$$

где Z_Φ — значение некоторого параметра Z на фронте УВ. Если в качестве Z берется массовая скорость, то уравнение (1) является просто ударной адиабатой.

2. Скорость звука за фронтом УВ

$$c = c_0 + c_Z Z. \quad (2)$$

3. Массовая скорость вещества в УВ за ее фронтом

$$u = u_Z Z. \quad (3)$$

4. Волна сжатия имеет пилообразную форму, определяемую в начальный момент времени t_0 (см. рис. 2) соотношением:

$$Z = Z_\Phi^0 - Z_l^0 l. \quad (4)$$

В (1)–(4) c_0 — скорость звука в невозмущенном веществе; D_Z, c_Z, u_Z — постоянные, определяемые уравнением состояния вещества; Z_Φ^0, Z_l^0 — постоянные, описывающие начальные параметры УВ. Линеаризованная связь вида (1)–(3) между параметрами слабых УВ встречается часто (см., например, [4]).

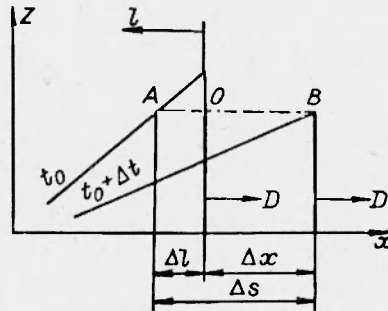


Рис. 2.

Рассмотрим УВ в момент времени $t_0 + \Delta t$ (см. рис. 2). К этому моменту фронт УВ переместится на расстояние

$$\Delta x = D\Delta t = (c_0 + D_Z Z_\Phi^0)\Delta t, \quad (5)$$

а возмущение из некоторой точки, отстоящей на расстояние OA от фронта УВ в момент t_0 , догонит к $t_0 + \Delta t$ фронт переместившейся (на Δs) УВ и снизит ее амплитуду. При этом, если потребовать, чтобы амплитуда УВ на фронте снизилась до величины, равной ее значению в точке A , и выяснить на какую величину Δs успела сместиться УВ за это время, то тем самым будет установлен закон затухания УВ по мере ее прохождения по материалу.

Если скорость распространения возмущения за фронтом УВ, согласно (2), (3),

$$w = u + c = c_0 + (c_Z + u_Z)Z = c_0 + w_Z Z, \quad (6)$$

то

$$\Delta s = [c_0 + (c_Z + u_Z)Z_\Phi]\Delta t, \quad (7)$$

где $Z_\Phi = Z_\Phi(t_0 + \Delta t)$. С другой стороны, из (4) следует, что

$$\Delta s - \Delta x = \Delta l = \frac{1}{Z_l^0}(Z_\Phi^0 - Z_\Phi), \quad (8)$$

поэтому из соотношений (5), (7) и (8) получаем

$$\frac{1}{Z_l^0}(Z_\Phi^0 - Z_\Phi) = [(c_Z + u_Z)Z_\Phi - D_Z Z_\Phi^0]\Delta t. \quad (9)$$

Поскольку при $\Delta t \rightarrow 0$

$$Z_\Phi = Z_\Phi^0 + \dot{Z}_\Phi \Delta t,$$

то вместо (9) можно получить

$$\dot{Z}_\Phi = -Z_l^0(c_Z + u_Z - D_Z)Z_\Phi, \quad (10)$$

откуда следует, что

$$Z_\Phi = Z_\Phi^0 e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad (11)$$

$$\alpha = Z_l^0(c_Z + u_Z - D_Z) = Z_l^0(w_Z - D_Z).$$

Формула (11) справедлива лишь для малых $t - t_0$, когда амплитуда УВ меняется в небольших пределах.

Получим уравнение затухания УВ для произвольного момента времени. Для этого рассмотрим УВ в два близких момента времени t и $t + \Delta t$, учтем расплывание волны разрежения

$$Z_l = Z_l(t) \quad (12)$$

и положим для удобства $t_0 = 0$. Поскольку выражения для физических параметров в волне имеют линейный вид (1)–(4), фазовая скорость, в соответствии с (6), также линейно зависит от Z :

$$w = u + c = c_0 + w_Z Z, \quad w_Z = c_Z + u_Z,$$

то уравнение (12) приобретает простой вид

$$Z_l(t) = \frac{Z_l^0}{1 + Z_l^0 w_Z t}.$$

Повторив алгоритм вывода соотношения (10), получим

$$Z_\Phi(t) = -(w_Z - D_Z) \frac{Z_l^0}{1 + Z_l^0 w_Z t} Z_\Phi(t),$$

откуда

$$Z_\Phi = Z_\Phi^0 (1 + Z_l^0 w_Z t)^{-\frac{w_Z - D_Z}{w_Z}}. \quad (13)$$

При $(t - t_0) \rightarrow 0$ формула (13) переходит, как и следовало ожидать, в (11) с точностью до членов порядка $\sim (t - t_0)^2$.

Оценим изменение интенсивности УВ по мере ее распространения. Пусть при $t = t_0 = 0$ координата фронта УВ $x_\Phi = x_\Phi^0 = 0$. Тогда

$$\begin{aligned} x_\Phi(t) &= \int_0^t D d\tau = c_0 t + D_Z Z_\Phi^0 \int_0^t (1 + Z_l^0 w_Z \tau)^{-\frac{w_Z - D_Z}{w_Z}} d\tau = \\ &= c_0 t + \frac{Z_\Phi^0}{Z_l^0} \left[(1 + Z_l^0 w_Z t)^{\frac{D_Z}{w_Z}} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Отсюда с учетом (13) получим соотношения, связывающие значения x_Φ и Z_Φ :

$$x_\Phi = \frac{c_0}{Z_l^0 w_Z} \left[\left(\frac{Z_\Phi^0}{Z_\Phi} \right)^{\frac{w_Z}{w_Z - D_Z}} - 1 \right] + \frac{Z_\Phi^0}{Z_l^0} \left[\left(\frac{Z_\Phi^0}{Z_\Phi} \right)^{\frac{D_Z}{w_Z - D_Z}} - 1 \right]. \quad (15)$$

Поскольку левая граница волны разрежения (точка C на рис. 1) движется со скоростью c_0 , то второй член правой части в уравнениях (14), (15) есть не что иное, как изменение ширины импульса сжатия $\Delta L(x)$ с течением времени по мере прохождения УВ по материалу. Отсюда легко определить длительность фазы сжатия

$$\tau_+(x) = \frac{L(x)}{c_0} = \frac{L_0 + \Delta L(x)}{c_0},$$

где L_0 , $L(x)$ — ширина импульса в УВ в начальный момент и в момент времени, когда фронт УВ находится в точке x .

Зависимости $Z_\Phi(x)$, $L(x)$, $\tau_+(x)$ могут быть получены из соотношений (15) численно. В двух предельных случаях можно найти аналитические зависимости:

а) при малых расстояниях $\Delta Z_\Phi = Z_\Phi^0 - Z_\Phi \ll Z_\Phi^0$, тогда из (15) следует

$$\Delta Z_\Phi = -\frac{Z_\Phi^0 (w_Z - D_Z)}{c_0 + D_Z Z_\Phi^0} x. \quad (16)$$

Поскольку $\Delta L(x)$ — второй член правой части (15), то

$$\Delta L(x) = -\frac{D_Z Z_\Phi^0}{Z_l^0 (w_Z - D_Z)} \Delta Z_\Phi = \frac{D_Z Z_\Phi^0}{c_0 + D_Z Z_\Phi^0} x, \quad (17)$$

$$\Delta \tau_+(x) = \frac{\Delta L(x)}{c_0} = \frac{D_Z Z_\Phi^0}{c_0 (c_0 + D_Z Z_\Phi^0)} x; \quad (18)$$

б) при больших расстояниях, очевидно, интенсивность УВ в значительной степени уменьшилась, $Z_\Phi \ll Z_\Phi^0$. Учитывая, что $w_Z > D_Z$, из (15) получаем

$$x_\Phi = \frac{c_0}{Z_l^0 w_Z} \left(\frac{Z_\Phi^0}{Z_\Phi} \right)^{\frac{w_Z}{w_Z - D_Z}},$$

откуда

$$Z_\Phi = Z_\Phi^0 \left(\frac{Z_l^0 w_Z}{c_0} x \right)^{-\frac{w_Z - D_Z}{w_Z}}, \quad (19)$$

$$\Delta L(x) = \frac{Z_{\Phi}^0}{Z_l^0} \left(\frac{Z_{\Phi}^0}{Z_{\Phi}} \right)^{\frac{DZ}{wZ - DZ}} = \frac{Z_{\Phi}^0}{Z_l^0} \left(\frac{Z_l^0 wZ}{c_0} x \right)^{\frac{DZ}{wZ}}, \quad (20)$$

$$\Delta \tau_+(x) = \frac{Z_{\Phi}^0}{c_0 Z_l^0} \left(\frac{Z_l^0 wZ}{c_0} x \right)^{\frac{DZ}{wZ}}. \quad (21)$$

Найденные соотношения определяются лишь коэффициентами ударной адиабаты (1).

Таким образом, в работе получены временной закон затухания слабой УВ (13), соотношение, определяющее затухание слабой УВ по мере ее прохождения по материалу (15), и законы затухания, изменения ширины и длительности фазы сжатия в предельных случаях (16)–(21).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бугримов А. Л. К вопросу об определении ширины области сжатия твердого материала в УВ // Физика горения и взрыва. 1991. Т. 2, № 5. С. 140–143.
2. Fowles G. R. Attenuation of the shock wave produced in a solid by a flying plate // J. Appl. Phys. 1960. V. 31, N 4. P. 655–661.
3. Глушак Б. Л., Куропатенко В. Ф., Новиков С. А. Исследование прочности материалов при динамических нагрузках. Новосибирск: Наука, 1992.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. М.: Наука, 1988. Т. 6.

Поступила в редакцию 21/ХІІ 1993 г.