УДК 539.3

ОБ АНАЛОГИИ ТЕХНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ОДНОМУ КЛИМАТИЧЕСКОМУ ЯВЛЕНИЮ

В. А. Бабешко, О. В. Евдокимова, О. М. Бабешко*

Южный научный центр РАН, 344006 Ростов-на-Дону, Россия
* Кубанский государственный университет, 350040 Краснодар, Россия
E-mails: babeshko41@mail.ru, evdokimova.olga@mail.ru, babeshko49@mail.ru

Рассматривается смешанная граничная задача для параболического уравнения о распределении тепла в слое. В одной из областей границы задается градиент, в другой — температура. Предполагается, что вдали от начальных условий процесс во времени установился и температура медленно экспоненциально убывает, затем увеличивается. Исследуются локализация температуры в одной из областей, условия локализации и ее последствия в другой области на различных этапах изменения температуры. Проводится аналогия между закономерностями распределения температуры в слое и некоторыми климатическими явлениями.

Ключевые слова: граничные задачи, параболические уравнения, смешанные граничные условия, метод Винера — Хопфа, интегральные уравнения, локализация.

DOI: 10.15372/PMTF20150604

Введение. Исследование смешанных граничных задач для уравнения теплопроводности имеет большое значение при изучении различных природных и техногенных процессов. В работе [1] с использованием метода факторизации решена задача о распределении температуры в цилиндрическом подшипнике конечной ширины, которое описывается смешанной граничной задачей. В настоящее время такие задачи успешно решаются с помощью различных подходов, однако методы факторизации не потеряли своей актуальности, в частности, с их использованием разработаны новые методы, например метод блочного элемента, позволяющий проводить исследование в диалоговом режиме, изучать локализацию решений в заданных областях и находить условия локализации [2–4].

1. Постановка задачи. Рассмотрим слой Ω толщиной h. Плоскость x_1ox_2 прямоугольной системы координат $Ox_1x_2x_3$ расположена на верхней границе $\partial\Omega^+$ слоя, ось ox_3 направлена по внешней нормали к ней. Нижняя граница представляет собой объединение двух областей $\partial\Omega_1 \cup \partial\Omega^1$.

Для уравнения теплопроводности зададим следующие граничные и начальные условия:

$$\begin{gathered}\Delta T = D\,\frac{\partial T}{\partial t}, \quad T = \sigma(\boldsymbol{x}, t), \quad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega^+, \qquad \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \quad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega^1, \\ T = T_1(\boldsymbol{x}, t), \quad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega_1, \qquad T = T^0(\boldsymbol{x}, 0), \quad \boldsymbol{x} \in \Omega, \qquad \boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3).\end{gathered} \tag{1}$$

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 14-08-00404, 13-01-12003-м, 13-01-96502, 13-01-96505, 13-01-96508, 13-01-96509, 15-01-01379, 15-08-01377), Совета по грантам Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ (грант № НШ-1245.2014.1) и в рамках Программ Президиума РАН № 3 и № 43.

Решение будем искать в пространстве медленно растущих обобщенных функций H_s. Будем полагать, что в области Ω температура описывается выражением

$$T(\boldsymbol{x}, t) = T_0(\boldsymbol{x}, t) + \psi(\boldsymbol{x}, t),$$

где T_0 — температура в некоторый период, выбираемый таким образом, чтобы $T(x, t) > 0$ при всех значениях t; ψ — вариация температуры, которая может быть знакопеременной. Очевидно, что T удовлетворяет граничной задаче теплопроводности с соответствующими граничными условиями, а являющаяся объектом исследования вариация температуры ψ должна удовлетворять своей граничной задаче. В предположении, что при больших значениях t режимы охлаждения и нагревания представляют собой убывающую функцию температуры на временном интервале O и медленно возрастающую функцию на временном интервале H, проследим за составляющей ψ температуры. На временном интервале O изменение температуры среды представим в виде

$$T(\boldsymbol{x}, t) = T(\boldsymbol{x})\,\mathrm{e}^{-\omega t}, \quad T_0(\boldsymbol{x}, t) = T_0\,\mathrm{e}^{-\omega t}, \quad \psi(\boldsymbol{x}, t) = \varphi_1(\boldsymbol{x})\,\mathrm{e}^{-\omega t}, \qquad \omega > 0.$$

Температурный режим на временном интервале H опишем формулами

$$T(\boldsymbol{x}, t) = T(\boldsymbol{x})\,\mathrm{e}^{\varepsilon t}, \quad T_0(\boldsymbol{x}, t) = T_0\,\mathrm{e}^{\varepsilon t}, \quad \psi(\boldsymbol{x}, t) = \varphi_2(\boldsymbol{x})\,\mathrm{e}^{\varepsilon t}, \qquad \varepsilon > 0.$$

Для правильного моделирования похолодания или потепления постоянная величина T_0 подбирается таким образом, чтобы $T(\boldsymbol{x}) > 0$. Поэтому будем считать, что в период O температура $T(\boldsymbol{x}, t)$ стабилизировалась и на границе $\partial\Omega_1$ установился режим охлаждения, описываемый соотношением

$$T_1(\boldsymbol{x}, t) = f_1(\boldsymbol{x})\,\mathrm{e}^{-\omega t}\,.$$

На верхней границе $\partial\Omega^+$ режим также считаем установившимся во времени: $\sigma(\boldsymbol{x}, t) = \sigma_0\,\mathrm{e}^{-\omega t}$. В период H на границе $\partial\Omega_1$ установился режим нагрева области, и температура описывается соотношением

$$T_1(\boldsymbol{x}, t) = f_2(\boldsymbol{x})\,\mathrm{e}^{\varepsilon t}\,.$$

Здесь ω, ε — некоторые постоянные или очень медленно меняющиеся во времени величины. Для новых неизвестных функций $\varphi_1(\boldsymbol{x})$, $\varphi_2(\boldsymbol{x})$, вводимых с помощью соотношений

$$\psi(\boldsymbol{x}, t) = \varphi_1(\boldsymbol{x})\,\mathrm{e}^{-\omega t}, \qquad \psi(\boldsymbol{x}, t) = \varphi_2(\boldsymbol{x})\,\mathrm{e}^{\varepsilon t},$$

получаем граничные задачи в следующем виде:

— для интервала O

$$\Delta\varphi_1 + k_1^2\varphi_1 = -k_1^2 T_0, \qquad \frac{\partial\varphi_1}{\partial x_3} = 0, \qquad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega^1,$$

$$\varphi_1 = f_{11}(\boldsymbol{x}) - T_0, \qquad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega_1, \quad k_1^2 = D\omega,$$

$$\varphi_1 = \sigma_0(\boldsymbol{x}) - T_0, \qquad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega^+;$$

— для интервала H

$$\Delta\varphi_2 - k_2^2\varphi_2 = k_2^2 T_0, \qquad \frac{\partial\varphi_2}{\partial x_3} = 0, \qquad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega^1,$$

$$\varphi_2 = f_{21}(\boldsymbol{x}) - T_0, \qquad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega_1, \quad k_2^2 = D\varepsilon,$$

$$\varphi_2 = \sigma_0(\boldsymbol{x}) - T_0, \qquad \boldsymbol{x} \in \partial\Omega^+.$$

2. Свойства интегральных уравнений. Используя метод построения интегральных уравнений смешанной граничной задачи [4, 5], для случаев понижения O и повышения H температуры интегральные уравнения представим в виде

$$K_\lambda q_\lambda \equiv \iint\limits_{\partial\Omega_1} k_\lambda(x_1-\xi_1, x_2-\xi_2) q_\lambda(\xi_1,\xi_2)\, d\xi_1\, d\xi_2 = f_\lambda(x_1,x_2), \qquad x_1, x_2 \in \partial\Omega_1,$$

$$K_\lambda q_\lambda \equiv \iint\limits_{\partial\Omega_1} k_\lambda(x_1-\xi_1, x_2-\xi_2) q_\lambda(\xi_1,\xi_2)\, d\xi_1\, d\xi_2 = f_\lambda(x_1,x_2) + T_0, \qquad x_1, x_2 \in \partial\Omega^1,$$

$$k_\lambda(x_1,x_2) = \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{\infty} K_\lambda(\alpha_1,\alpha_2)\, \mathrm{e}^{-i\langle\alpha x\rangle}\, d\alpha_1\, d\alpha_2, \qquad \langle\alpha x\rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2,$$

$$q_\lambda = p_\lambda - s_\lambda, \qquad K_\lambda p_\lambda = T_0, \qquad (x_1,x_2) \in \partial\Omega_1,$$

$$K_\lambda(\alpha_1,\alpha_2) = \frac{\operatorname{sh} \alpha_{\lambda 3} h}{\alpha_{\lambda 3} \operatorname{ch} \alpha_{\lambda 3} h}, \qquad \alpha_{13} = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - k_1^2}\,, \qquad \alpha_{23} = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + k_2^2}\,,$$

$$\lambda = 1, 2, \qquad k_1^2 = D\omega, \qquad k_2^2 = D\varepsilon, \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} = s_\lambda, \qquad x_1, x_2 \in \Omega_1$$

(для простоты принимается $\sigma_0 = 0$).

Рассмотрим случай, когда часть границы $\partial\Omega_1$ представляет собой область $0 \leqslant x_1 \leqslant \infty$, $-\infty \leqslant x_2 \leqslant \infty$. Дополнение к этой области ($-\infty \leqslant x_1 < 0$, $-\infty \leqslant x_2 \leqslant \infty$) обозначим через $\partial\Omega^1$. Тогда интегральное уравнение принимает вид

$$K_\lambda q_\lambda \equiv \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{0}^{\infty} k_\lambda(x_1-\xi_1, x_2-\xi_2) q_\lambda(\xi_1,\xi_2)\, d\xi_1\, d\xi_2 = f_\lambda(x_1,x_2),$$
$$0 \leqslant x_1 \leqslant \infty, \qquad -\infty \leqslant x_2 \leqslant \infty.$$

Применяя к интегральному уравнению преобразование Фурье по координате x_2, получаем одномерное интегральное уравнение Винера — Хопфа:

$$K_\lambda q_\lambda \equiv \int\limits_{0}^{\infty} k_\lambda(x_1-\xi_1, \alpha_2) Q_\lambda(\xi_1,\alpha_2)\, d\xi_1 = F_\lambda(x_1,\alpha_2), \qquad 0 \leqslant x_1 \leqslant \infty,$$

$$Q_\lambda(\xi_1,\alpha_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} q_\lambda(\xi_1,\xi_2)\, \mathrm{e}^{i\alpha_2 \xi_2}\, d\xi_2, \qquad F_\lambda(x_1,\alpha_2) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_\lambda(x_1,x_2)\, \mathrm{e}^{i\alpha_2 x_2}\, dx_2, \tag{2}$$

$$k_\lambda(x_1-\xi_1,\alpha_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} K_\lambda(\alpha_1,\alpha_2)\, \mathrm{e}^{i\alpha_1(x_1-\xi_1)}\, d\alpha_1.$$

Мероморфные функции $K_\lambda(\alpha_1,\alpha_2)$ обладают следующими свойствами. Распределения нулей $\pm z_m$ и полюсов $\pm\xi_m$ задаются соответственно следующими выражениями:

— на временном интервале O

$$z_m = \sqrt{k_1^2 - \pi^2 m^2 h^{-2} - \alpha_2^2}\,, \qquad \xi_m = \sqrt{k_1^2 - \pi^2 (m - 0{,}5)^2 h^{-2} - \alpha_2^2}\,,$$

$$k_1 \geqslant \sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} + \alpha_2^2}\,,$$

$$
\begin{gathered}
z_m = i\sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} - k_1^2 + \alpha_2^2}\,, \qquad \xi_m = \sqrt{k_1^2 - \pi^2 (m-0{,}5)^2 h^{-2} - \alpha_2^2}\,, \\
\sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} + \alpha_2^2} \geqslant k_1 \geqslant \sqrt{\pi^2 (m-0{,}5)^2 h^{-2} + \alpha_2^2}\,, \\
z_m = i\sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} - k_1^2 + \alpha_2^2}\,, \qquad \xi_m = i\sqrt{\pi^2 (m-0{,}5)^2 h^{-2} - k_1^2 + \alpha_2^2}\,, \\
\sqrt{\pi^2 (m-0{,}5)^2 h^{-2} + \alpha_2^2} \geqslant k_1, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots;
\end{gathered}
\tag{3}
$$

— на временном интервале H

$$
z_m = i\sqrt{\pi^2 m^2 h^{-2} + k_2^2 + \alpha_2^2}\,, \qquad \xi_m = i\sqrt{\pi^2 (m-0{,}5)^2 h^{-2} + k_2^2 + \alpha_2^2}\,, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots.
$$

Замечание. Наличие вещественных полюсов у экспоненциального преобразования решения Фурье граничной задачи свидетельствует о расширении класса функций, в котором нужно искать решение. Это обусловлено тем, что оператор граничной задачи становится неограниченным. Подобное расширение имеет место в динамических граничных задачах об установившихся колебаниях слоистых сред [6, 7], что обусловлено необходимостью описания процесса распространения излучаемых на бесконечность волн в соответствии с одноименным принципом. В рассматриваемой граничной задаче излучаемые на бесконечность волны физически не могут существовать, однако имеются стоячие волны, соответствующие вещественным полюсам, роль которых разъясняется ниже. Свойства неограниченного оператора граничной задачи для рассматриваемого конкретного случая детально изучены в работе [6].

3. Локализация решений интегральных уравнений. Для локализации рассматриваемого физического процесса, описываемого граничной задачей (1), применим метод факторизации [2–4, 8–10]. Для удобства в этих задачах введены термины “вирус вибропрочности” и “природный вирус”. Интегральное уравнение (2) с параметром преобразования Фурье α_2 решается аналитически [6, 11, 12]. Как указывалось выше, область $\partial\Omega_1$ имеет вид полуплоскости с прямолинейной границей $x_1 = 0$. В случае если граница не является прямолинейной, для исследования интегрального уравнения можно использовать метод блочного элемента [13]. Решая интегральное уравнение Винера — Хопфа и используя указанные выше условия локализации физического процесса, условие проявления “природного вируса” представим в виде [2–5]

$$
\begin{gathered}
F(\alpha_{1\nu}, \alpha_{2\nu}) P_{\Omega_1} K^{-1}_{m_0\lambda}(x_1, x_2) f_\lambda(\xi_1, \xi_2, m_0) = 0, \qquad v = 1, 2, \ldots, m_0, \\
\alpha_{1v}^2 + \alpha_{2v}^2 - z_v^2 = 0,
\end{gathered}
$$

где $F(\alpha_1, \alpha_2)$ — оператор двойного преобразования Фурье. Для области $\partial\Omega_1$ в виде полуплоскости оно принимает более простую форму

$$
F(\alpha_{1\nu}, \alpha_{2\nu}) f_\lambda(\xi_1, \xi_2, m_0) = 0, \qquad v = 1, 2, \ldots, m_0. \tag{4}
$$

Соотношение (4) описывает множество функций $f_\lambda(x_1, x_2, m_0)$, обеспечивающих локализацию температуры в полуплоскости $\partial\Omega_1$ и нивелирование ее в дополнении $\partial\Omega^1$ к этой области [2–5].

Соотношение (4) можно записать в виде

$$
\int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{\infty} f_\lambda(x_1, x_2, m_0) \exp\big(-\sqrt{\alpha_{2v}^2 - z_v^2}\, x_1 + i\alpha_{2v} x_2\big)\, dx_1\, dx_2 = 0, \tag{5}
$$

где

$$
\alpha_{1v} = i\sqrt{\alpha_{2v}^2 - z_v^2}\,, \qquad \operatorname{Im}\sqrt{\alpha_{2v}^2 - z_v^2} > 0, \quad \operatorname{Re}(\alpha_{2v}^2 - z_v^2) > 0.
$$

Распределение температур в области $\partial\Omega_1$, за исключением тривиального случая, когда функция $f_\lambda(\xi_1, \xi_2, m_0)$ является тождественным нулем, характеризуется тем, что обязательно имеются зоны, в которых температура меняет знак при движении вдоль области. Рассмотрим несколько примеров, которые позволяют выяснить, каким требованиям должна удовлетворять функция $T(\boldsymbol{x}, t)$ в области $\partial\Omega_1$, для того чтобы температура в области $\partial\Omega^1$ достигла значения T_0. Положим в (5) $\alpha_2 = 0$. Тогда соотношение (5) принимает вид

$$\int\limits_0^\infty f(x_1)\,\mathrm{e}^{-|z_v|x_1}\,dx_1 = 0, \quad \nu = 1, 2, \ldots, m_0, \qquad f(x_1) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f_\lambda(x_1, x_2, m_0)\,dx_2. \tag{6}$$

Для анализа соотношений (6) приведем достаточно просто доказываемое свойство, справедливое для непрерывно суммируемых функций $f(x_1)$, не равных тождественному нулю, при выполнении неравенств $0 < |z_1| < |z_2| < \ldots < |z_{m_0}|$. В этом случае при выполнении условия (5) функция $f(x_1)$ в области $\partial\Omega_1$ меняет знак не менее m_0 раз. Это означает, что температура, описываемая функциями $f_\lambda(x_1, x_2, m_0)$, в области $\partial\Omega_1$ ведет себя как произвольная суммируемая функция переменной x_2, а при движении вдоль оси x_1 последовательно меняет знак не менее m_0 раз.

Пусть для не равной тождественному нулю непрерывной по обеим переменным функции $f_\lambda(x_1, x_2, m_0)$ соотношение (5) выполняется в виде

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_0^\infty f_\lambda(x_1, x_2, m_0)\exp\big(-\sqrt{\tau_v^2 - z_v^2}\,x_1 + i\tau_v x_2\big)\,dx_1\,dx_2 \equiv$$

$$\equiv \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_0^\infty f_\lambda(x_1, x_2, m_0)\exp\big(-\sqrt{\tau_v^2 - z_v^2}\,x_1 - |\tau_\nu|x_2\big)\,dx_1\,dx_2 = 0, \quad \nu = 1, 2, \ldots, m_0,$$

при этом $0 < |\tau_1| < |z_1| < |\tau_2| < |z_2| < \ldots < |\tau_{m_0}| < |z_{m_0}|$, $\tau_\nu = i|\tau_\nu|$, $z_\nu = i|z_\nu|$. В этом случае полуплоскость можно разбить на зоны положительных и отрицательных температур в шахматном порядке, а функции $f_\lambda(x_1, x_2, m_0)$ меняют знаки в области $\partial\Omega_1$ не менее m_0 раз при движении вдоль осей x_1, x_2.

Таким образом, локализация температуры может происходить при различных вариантах разбиения области $\partial\Omega_1$ на зоны положительных и отрицательных температур, причем границы зон не всегда являются прямолинейными. Это одна из причин того, что обнаружить проявления "природного вируса" сложно в рамках принятой модели.

4. О некоторых аналогиях с климатическими состояниями. Поскольку климатические процессы сложно моделировать, условно выделим некоторые аналогии, которые следуют из выполненных построений. Например, в природе известно аномальное состояние, выражающееся в приходе теплой погоды ранней осенью обязательно после резкого похолодания. Оно называется бабьим летом в России, Altweibersommer в Германии и индианским летом в США. В рамках предлагаемой теории данное явление объясняется возникновением при быстром похолодании у природного вируса на временном интервале O вещественных нулей и полюсов (3), т. е. в этом случае природный вирус ведет себя как вирус вибропрочности [8–10]. Рассмотрим этот случай. Согласно предположениям, сделанным в п. **2**, ось ox_1, лежащая в области $\partial\Omega_1$, направлена строго на юг. Поскольку период охлаждения O можно считать достаточно протяженным, будем полагать, что параметр ω, а следовательно, k_1 медленно меняются во времени. Резкому похолоданию ранней осенью может соответствовать неравенство

$$\sqrt{D\omega} \equiv k_1 \geqslant \sqrt{\pi^2 m_1^2 h^{-2} + \alpha_2^2}\,.$$

В этом случае функция $K_1(\alpha_1, \alpha_2)$ имеет m_1 вещественных нулей и полюсов, описываемых формулами (3), счетное множество остальных нулей и полюсов являются мнимыми. С использованием формулы (2) в области $\partial\Omega^1$ построим интегральное представление температуры $-\infty < x_1 < 0$, которое обозначим через $f_{\lambda 0}(x_1, \alpha_2, m_0)$. Учитывая замечание и проведя несложные вычисления с использованием вычетов, для температуры в области $\partial\Omega^1$ получаем следующее представление:

$$f_{\lambda 0}(x_1, \alpha_2, m_0) = \sum_{m=1}^{m_1} \sum_{\nu=1}^{m_1} A_{m\nu} R_{m\nu} [F_c^+(z_v, \alpha_2) \cos(x_1 \xi_m + \varphi_{m\nu}) +$$

$$+ F_s^+(z_v, \alpha_2) \sin(x_1 \xi_m + \varphi_{m\nu})] +$$

$$+ \sum_{m=m_1+1}^{\infty} \sum_{\nu=m_1+1}^{\infty} B_{m\nu} \Big(\frac{N_-(\xi_m, \alpha_2)}{N_-(z_v, \alpha_2)} + \frac{N_-(-\xi_m, \alpha_2)}{N_-(-z_v, \alpha_2)} \Big) \exp(-ix_1 \xi_m), \qquad (7)$$

$$x_1 < 0, \qquad m_0 = m_1.$$

Здесь

$$F^+(z_v, \alpha_2) = F_c^+(z_v, \alpha_2) + iF_s^+(z_v, \alpha_2), \qquad F^{+*}(z_v, \alpha_2) = F_c^+(z_v, \alpha_2) - iF_s^+(z_v, \alpha_2),$$

$$\frac{1}{2N_-^{-1\prime}(\xi_m, \alpha_2) N_-'(z_v, \alpha_2)(\xi_m - z_v)} = A_{m\nu}, \qquad \frac{iM_-(\xi_m, \alpha_2)}{M_-(z_v, \alpha_2)} = C_{m\nu} + iD_{m\nu},$$

$$\frac{F^+(z_v, \alpha_2)}{2M_-^{-1\prime}(\xi_m, \alpha_2) M_-'(z_v, \alpha_2)(z_v - \xi_m)} = B_{m\nu}, \qquad K_1(\alpha_1, \alpha_2) = M(\alpha_1, \alpha_2) N(\alpha_1, \alpha_2),$$

$$N(\alpha_1, \alpha_2) = \prod_{n=1}^{m_0} \frac{z_n^2 - \alpha_1^2}{\xi_n^2 - \alpha_1^2}, \qquad K_1(\alpha_1, \alpha_2) = K_{1+}(\alpha_1, \alpha_2) K_{1-}(\alpha_1, \alpha_2),$$

$$C_{m\nu} + iD_{m\nu} = 2R_{m\nu}\,\mathrm{e}^{-i\varphi_{m\nu}},$$

$$F_c^+(z_v, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f_\lambda(x_1, x_2, m_0) \cos\Big(\sqrt{z_v^2 - \alpha_2^2}\, x_1 + \alpha_2 x_2\Big)\, dx_1\, dx_2,$$

$$F_s^+(z_v, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} f_\lambda(x_1, x_2, m_0) \sin\Big(\sqrt{z_v^2 - \alpha_2^2}\, x_1 + \alpha_2 x_2\Big)\, dx_1\, dx_2,$$

$K_{1-}(\alpha_1, \alpha_2) = M_-(\alpha_1, \alpha_2) N_-(\alpha_1, \alpha_2)$ — результат факторизации функции $K_1(\alpha_1, \alpha_2)$ по параметру α_1 [6, 8–10].

Для того чтобы природный вирус себя проявлял, т. е. локализовал температуру, необходимо, чтобы выполнялись достаточно жесткие условия на распределение температуры в области $\partial\Omega_1$, описываемое соотношениями (5), что выполняется нечасто. Поэтому ряд (7) содержит стоячие волны, несущие тепло (первая справа сумма в (7)) и возникающие вследствие наличия у функции $K_1(\alpha_1, \alpha_2)$ вещественных нулей в этом интервале. Именно наличием стоячих волн объясняется приход бабьего лета. Не претендуя на абсолютную истину, заметим, что других сколько-нибудь строгих объяснений этому явлению в доступной литературе не существует.

Заметим, что в период повышения температуры (временной интервал H) вещественные нули не возникают, поэтому устойчивых аномальных явлений, подобных рассмотренному, не существует.

Рассмотрим другой пример. При увеличении параметра ε, достигающего максимума в летнее время, поверхность Земли приобретает много тепловой энергии, которая должна себя проявлять. Именно в этот период в природе очень часто наблюдаются аномальные явления: ненастья на одной территории и спокойствие на соседней, что свидетельствует о локализации энергии, т. е. о проявлении вируса на каком-то уровне. Отмеченные выше свойства остаются в силе в любое время года, и зоны низких и высоких температур также существуют при локализации. Это свидетельствует о том, что могут возникать зоны отрицательных температур. Можно предположить, что этим свойством решений граничной задачи в условиях локализации объясняется явление кратковременного выпадения снега в некоторых традиционно теплых регионах (на севере Африки, в Израиле, Испании). Таким образом, в рамках исследования локализации температуры, получаемой при решении граничной задачи, возможно, выявлены некоторые аналогии, которым в природе отвечает неравномерность нагрева территорий.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бабешко В. А., Ворович И. И.** К расчету контактных температур, возникающих при вращении вала в подшипнике // ПМТФ. 1968. № 2. С. 135–137.
2. **Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.** О “вирусной” теории некоторых аномальных природных явлений // Докл. АН. 2012. Т. 447, № 1. С. 33–37.
3. **Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.** “Вирусная теория” некоторых природных аномалий // Докл. АН. 2012. Т. 447, № 6. С. 624–628.
4. **Бабешко В. А., Ритцер Д., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.** О локализации энергии природных процессов и природные вирусы // Докл. АН. 2013. Т. 448, № 4. С. 406–409.
5. **Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.** О локализации, резонансах и некоторых аномальных явлениях // Экол. вестн. науч. центров Черномор. экон. сотрудничества. 2014. № 1. С. 5–10.
6. **Ворович И. И.** Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей / И. И. Ворович, В. А. Бабешко. М.: Наука, 1979.
7. **Бабешко В. А.** Об интегральном уравнении некоторых динамических смешанных задач теории упругости и математической физики // Прикл. математика и механика. 1969. Т. 33, вып. 1. С. 52–60.
8. **Бабешко В. А.** “Вирусы” вибропрочности // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. 1994. Спецвыпуск. С. 90–91.
9. **Бабешко В. А., Ворович И. И., Образцов И. Ф.** Явление высокочастотного резонанса в полуограниченных телах с неоднородностями // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1990. № 3. С. 74–83.
10. **Бабешко В. А.** О некоторых особенностях колебания полуограниченных тел // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14, вып. 8. С. 716–720.
11. **Нобл Б.** Метод Винера — Хопфа. М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
12. **Ворович И. И.** Неклассические смешанные задачи теории упругости / И. И. Ворович, В. М. Александров, В. А. Бабешко. М.: Наука, 1974.
13. **Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.** Блочные элементы и аналитические решения граничных задач для систем дифференциальных уравнений // Докл. АН. 2014. Т. 454, № 2. С. 163–167.

Поступила в редакцию 8/VI 2015 г.