

## ЛИТЕРАТУРА

1. Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. В. Кинетическая природа прочности твердых тел. М., Наука, 1974.
2. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М., Наука, 1966.
3. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М., Наука, 1974.
4. Холодарь Б. Г. К вопросу о связи трещинообразования с напряженно-деформированным состоянием материала.— Проблемы прочности, 1975, № 1.
5. Холодарь Б. Г. Некоторые вопросы применения термофлуктуационного подхода к описанию процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. Автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Челябинск, ЧПИ, 1976.
6. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М., Наука, 1974.
7. Тетelman А. С., Эвили А. Дж. Мк. Разрушение высокопрочных материалов.— В кн.: Разрушение. Т. VI. М., Металлургия, 1976.
8. Златин Н. А., Пугачев Г. С., Молчанов С. М., Брагов А. М. Временная зависимость прочности металлов при долговечностях микросекундного диапазона.— ФТТ, 1975, т. 17, вып. 9.
9. Кольский Г., Рейдер Д. Волны напряжений и разрушение.— В кн.: Разрушение. Т. I. М., Мир, 1973.
10. Райнхарт Дж. С., Пирсон Дж. Поведение металлов при импульсивных нагрузках. М., ИЛ, 1958.
11. Златин Н. А., Мочалов С. М., Пугачев Г. С., Брагов А. М. Временные закономерности процесса разрушения металлов при интенсивных нагрузках.— ФТТ, 1974, т. 16, вып. 6.
12. Златин Н. А., Иоффе Б. С. О временной зависимости сопротивления отрыву при отколе.— ЖТФ, 1972, т. XLII, вып. 8.

УДК 539.376

### ВЛИЯНИЕ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ СВЯЗАННОСТИ НА ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГИХ ТЕЛ

*Б. П. Гумениок, В. Г. Карнаузов, И. К. Сенченков*

(Киев)

Особенностью поведения вязкоупругих материалов является их способность к диссипации значительной части подведенной механической энергии и существенная зависимость физико-механических свойств от температуры. Наиболее ярко эффект термомеханической связанности проявляется в процессе продолжительных периодических деформаций.

В данной работе на основе определяющих уравнений термомеханической теории вязкоупругости [1] дана приближенная постановка задачи о вынужденных колебаниях нелинейных вязкоупругих тел. В рамках этой постановки исследованы некоторые термомеханические эффекты, обусловленные диссипацией, а также зависимостью свойств материала от температуры и амплитуды деформации.

1. В соответствии с [2, 3] определяющие уравнения широкого класса сред связаны с заданием некоторых функций (функционалов) состояния, например удельной свободной энергии Гельмгольца  $\psi$ . С точки зрения возможностей адекватного моделирования среды и относительной простоты экспериментальной программы определенным преимуществом обладают теории, основанные на одноинтегральном представлении задающих функций. Для так называемых обобщенных термореологически простых материалов [1] основное определяющее допущение имеет вид

$$(1.1) \quad \psi = \psi^\infty(E, T) + \int_{-\infty}^t N(E_d, T_d, E, T, \zeta) a[\Lambda(\tau)] d\tau,$$

причем

$$N(O, 0, E, T, \zeta) = 0.$$

Здесь  $E = (1/2)[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T]$  — инфинитезимальная деформация;  $T$  — абсолютная температура;  $\psi^\infty$  — равновесная энергия;  $(\Lambda(\tau)) = (T(\tau), E(\tau), \dot{E}(\tau), \dots, \overset{(n)}{E}(\tau))$  — набор аргументов;  $E_d = E(\tau) - E, \dots$  — разностные истории;  $\zeta$  — разностное приведенное время, определяемое соотношениями

$$(\xi, \xi') = \int_0^{(t, \tau)} a[\Lambda(z)] dz, \quad \zeta = \xi - \xi' = \int_\tau^t a[\Lambda(z)] dz,$$

( $a > 0$  — скалярная функция).

Применение к (1.1) стандартного термодинамического формализма приводит к уравнениям для напряжения  $S$ , удельной энтропии  $\eta$  и внутренней диссипации  $\sigma$

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \frac{1}{\rho} S &= \psi_{,E}^\infty + \int_{-\infty}^t (N_{,E} - N_{,E_d})(\Gamma) a[\Lambda(\tau)] d\tau, \\ \eta &= -\psi_{,T}^\infty - \int_{-\infty}^t (N_{,T} - N_{,T_d})(\Gamma) a[\Lambda(\tau)] d\tau, \\ T\sigma &= -a[\Lambda(t)] \int_{-\infty}^t N_{,\zeta}(\Gamma) a[\Lambda(\tau)] d\tau, \quad \sigma \geq 0, \end{aligned}$$

где  $\rho$  — плотность, а  $(\ )_{,X}$  означает частную производную по  $X$ .

Уравнения движения и энергии примем в виде

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \operatorname{div} S + \rho \mathbf{b} &= \rho \ddot{\mathbf{u}}, \\ -\operatorname{div} \mathbf{h} + \rho r + \rho T\sigma &= \rho T\dot{\eta}, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{b}$  — вектор массовых сил;  $\mathbf{h}$  — тепловой поток;  $r$  — удельный источник тепла. Соотношения (1.2), (1.3), дополненные уравнениями для  $E$  и  $\mathbf{h}$ , образуют замкнутую систему уравнений нелинейной вязкоупругости.

2. Предположим, что до момента  $\tau = 0$  тело находилось в изотермическом естественном состоянии, а при  $\tau > 0$  подвергалось гармоническому возбуждению с частотой  $\omega$ . Для построения приближенной теории термомеханического поведения тел предположим, что температура за цикл колебаний изменяется незначительно, продолжительность переходного процесса неустановившихся колебаний мала и амплитуды мод установившихся колебаний с частотами, отличными от  $\omega$ , малы. Эти гипотезы позволяют приближенно заменить величины  $T, \eta, T\sigma, \mathbf{h}, r$  и  $a$  усредненными за период значениями

$$(2.1) \quad (\bar{T}, \bar{\eta}, \bar{T}\sigma, \bar{\mathbf{h}}, \bar{r}, \bar{a}) = \frac{\omega}{2\pi} \int_\tau^{\tau+2\pi/\omega} (T, \eta, T\sigma, \mathbf{h}, r, a) dz,$$

а переменные  $\mathbf{u}, E, S$  и  $\mathbf{b}$  представить в виде суммы усредненной и осциллирующих составляющих

$$(2.2) \quad \mathbf{u}(\mathbf{x}, \tau) = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \tau) + \operatorname{Re} [\tilde{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, \tau)e^{i\omega\tau}],$$

где  $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}_1 + i\mathbf{u}_2, \dots$  — комплексные амплитуды. После подстановки формул (2.1), (2.2) в систему (1.2), (1.3) воспользуемся процедурой усред-

нения для приближенного разделения системы на уравнения для комплексных амплитуд и усредненных переменных. Если интересоваться температурой саморазогрева, то переменные  $\bar{\mathbf{u}}$ ,  $\bar{E}$  и  $\bar{S}$  можно отбросить, тогда исходная система интегро-дифференциальных уравнений сводится к системе дифференциальных уравнений, включающей уравнения движения и энергии

$$(2.3) \quad \operatorname{div} \tilde{S} + \rho \tilde{\mathbf{b}} + \rho \omega^2 \tilde{\mathbf{u}} = 0;$$

$$(2.4) \quad -\operatorname{div} \bar{\mathbf{h}} + \rho \bar{r} + D = \rho \bar{T} \dot{\eta},$$

определяющие уравнения

$$(2.5) \quad \tilde{S} = \tilde{G}[\tilde{E}];$$

$$(2.6) \quad \bar{\mathbf{h}} = -k(\bar{T}) \nabla \bar{T},$$

к которым следует добавить соотношение для  $\tilde{E}$ , а также соответствующие граничные и начальное (для  $\bar{T}(\tau)$ ) условия, где  $k$  — тензор теплопроводности;  $\nabla$  — оператор набла;  $\tilde{G} = G' + iG''$  — комплексный модуль;  $D$  — усредненная диссипативная функция, определяемые соотношениями

$$\frac{\rho \omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} S(\tau) \begin{bmatrix} \cos \omega \tau \\ -\sin \omega \tau \end{bmatrix} d\tau = \begin{bmatrix} G'[E_1] - G''[E_2] \\ G'[E_2] + G''[E_1] \end{bmatrix},$$

$$D = \rho \bar{T} \sigma = (\omega/2) \{G''[E_1] \cdot E_1 + G''[E_2] \cdot E_2\}, \quad \tilde{E} = E_1 + iE_2,$$

где  $G^{(i,j)} = G^{(i,j)}(\bar{T}, \omega/\bar{a}, E_1, E_2)$ ;  $G[A] = G_{ijkl} A_{kl}$ ;  $G[A] \cdot B = G_{ijkl} A_{kl} B_{ij}$ .

В отличие от теории терморелегически простых материалов комплексный модуль в (2.5) зависит от амплитуды деформации, причем эта зависимость может осуществляться как явно, так и через функцию  $\bar{a}$ .

Используя представления типа (1.1) для удельной свободной энергии Гиббса  $\rho g = SE - \rho \psi$ , можно построить соотношения термомеханической теории в терминах ползучести.

3. При помощи изложенной выше теории и ее упрощенных вариантов можно исследовать широкий круг термомеханических явлений, наиболее интересным из которых представляется явление тепловой неустойчивости при циклическом нагружении. Под тепловой неустойчивостью понимается резкий неограниченный рост температуры тела во времени в случае превышения критического значения  $\lambda_*$  некоторого параметра нагружения  $\lambda$ . В квазистатической постановке это явление изучалось в работе [4].

Учет сил инерции и амплитудной зависимости комплексного модуля может привести к качественно новым термомеханическим эффектам. Рассмотрим сначала задачу о динамическом поведении стержня из терморелегически простого материала с не зависящими от амплитуды свойствами. Предполагается, что на концах стержня заданы напряжения  $s_0 \cos \omega t$ .

Боковая поверхность и конец стержня  $x = 0$  теплоизолированы, а конец  $x = l$  поддерживается при температуре  $T_0 = \text{const}$ . Используя аппроксимацию для комплексного модуля Юнга [5]

$$E^{*-1} = (c_1 - ic_2) \omega^\beta (T - T_1)^\gamma,$$

после введения безразмерных величин получим уравнения движения (2.3) в напряжениях

$$(3.1) \quad p_1'' + (1 + \theta)^\gamma (b_1 p_1 + b_2 p_2) = 0, \quad p_2'' + (1 + \theta)^\gamma (b_1 p_2 - b_2 p_1) = 0,$$

стационарное уравнение энергии (2.4)

$$(3.2) \quad \theta'' + b_2(1 + \theta)^\gamma (p_1^2 + p_2^2) = 0$$

и граничные условия

$$(3.3) \quad \begin{aligned} p_1 &= p_0, p_2 = 0, \theta' = 0 \text{ при } \xi = 0, \\ p_1 &= p_0, p_2 = 0, \theta = 0 \text{ при } \xi = 1, \end{aligned}$$

где  $p_{0,1,2} = \alpha s_{0,1,2}$ ;  $\tilde{s} = s_1 + is_2$  — амплитуда осевого напряжения;  $\alpha = (2k\rho\omega T_2)^{-1/2}$ ;  $\theta = (\bar{T} - T_0)/T_2$ ;  $T_2 = T_0 - T_1$ ;  $\xi = x/l$ ;  $b_{1,2} = c_{1,2}\rho l^2 \omega^{2+\beta} T_2^\gamma$ ;  $k$  — теплопроводность;  $c_{1,2}$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $T_1$  — постоянные материала. Для решения задачи используем разностный подход, предложенный в работе [6]. Промежуток  $0 \leq \xi \leq 1$  разбивается на  $N$  участков точками  $\xi_j = jh$  ( $j = 0, 1, \dots, N$ ). После введения разностной аппроксимации производных с точностью до  $O(h^2)$  граничная задача (3.1) — (3.3) сводится к системе  $3N - 3$  нелинейных алгебраических уравнений относительно  $p_{1,2}(\xi_j)$  ( $j = 1, 2, \dots, N - 1$ ),  $\theta(\xi_j)$  ( $j = 0, 2, 3, \dots, N - 1$ ), решение которой осуществляется методом скорейшего спуска. Для определения критического теплового состояния исследуем зависимость параметра

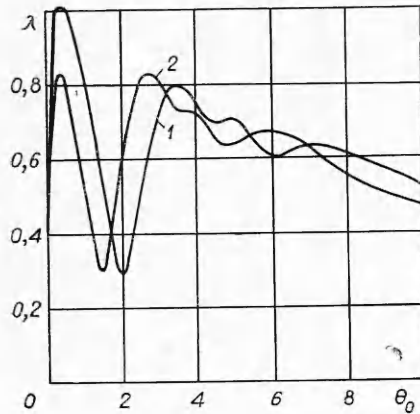
$$\lambda = \left( \frac{1}{2k} c_2 l^2 \omega_0^{1+\beta} T_2^{\gamma-1} \right)^{1/2} s_0$$

от максимальной по координате температуры  $\theta_0 = \theta(0)$ , где  $\omega_0 = (\pi^2/c_1\rho_0 l^2 T_2^\gamma)^{1/(2+\beta)}$  — первая собственная частота продольных колебаний упругого стержня. Наибольшее значение на кривой  $\lambda = \lambda(\theta_0)$  является критическим значением  $\lambda_*$  параметра  $\lambda$ . Зависимость  $\lambda(\theta_0)$  находим путем решения упомянутой алгебраической системы, в которой значения  $\theta_0$  задаем, а параметр  $\lambda$  считаем искомым.

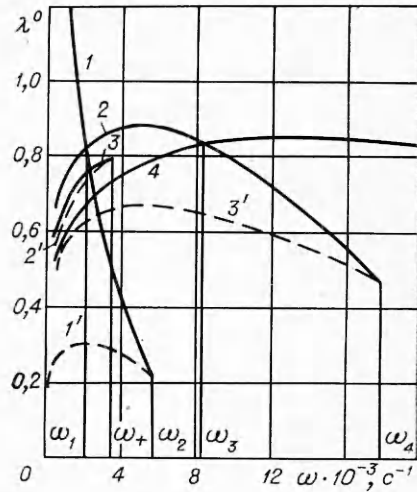
Численные результаты получены для стержня из типичного вязкоупругого материала при следующих данных [5]:  $c_1 = 4,43 \cdot 10^{-14}$  м<sup>2</sup>/Н;  $c_2 = 1,56 \cdot 10^{-14}$  м<sup>2</sup>/Н;  $\rho = 1214$  кг/м<sup>3</sup>;  $\beta = -0,214$ ;  $\gamma = 3,21$ ;  $k = 0,15$  Вт/м·град;  $T_0 = 18,3^\circ\text{C}$ ;  $T_1 = -87,2^\circ\text{C}$ ;  $l = 0,0762$  м.

На фиг. 1 представлены зависимости  $\lambda(\theta_0)$  для  $\omega = 1,5 \cdot 10^3$  с<sup>-1</sup> (кривая 1) и  $\omega = 2,035 \cdot 10^3$  с<sup>-1</sup> (кривая 2). Обозначим экстремальные значения  $\lambda^0$  на кривой  $\lambda(\theta_0)$ :  $\lambda_k^s$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) — максимумы,  $\lambda_k^i$  ( $k = 1, 2, 3$ ) — минимумы. Для кривой 1  $\lambda_1^s > \lambda_2^s$ , для кривой 2  $\lambda_1^s = \lambda_2^s$ . Наличие на кривой  $\lambda(\theta_0)$  нескольких максимумов свидетельствует о существовании нескольких устойчивых (участки монотонного возрастания) и неустойчивых (участки монотонного убывания) состояний. Эти состояния определяются точками пересечения прямой  $\lambda = \text{const}$  с кривой  $\lambda(\theta_0)$ . Реализация того или иного состояния зависит от начальных условий нестационарной задачи. В ряде ситуаций возможен переход из одного состояния в другое. Случай, когда прямая  $\lambda = \text{const}$  лежит выше кривой  $\lambda(\theta_0)$ , соответствует тепловой неустойчивости. При нулевом начальном условии критическим значением  $\lambda_*$  параметра  $\lambda$  является наибольшее из значений  $\lambda_k^s$ . При ненулевом начальном условии  $\lambda_*$  зависит от положения точки  $(\theta_0, \lambda)$ ; критерием тепловой неустойчивости является отсутствие справа от этой точки ветвей зависимости  $\lambda(\theta_0)$ .

Зависимости  $\lambda^0(\omega)$  показаны на фиг. 2, где сплошные линии соответствуют максимумам зависимостей  $\lambda(\theta_0)$ , а штриховые — минимумам. В диапазоне частот  $0 < \omega \leq \omega_+$  существуют четыре устойчивых состояния, при  $\omega_+ < \omega \leq \omega_2$  — три, при  $\omega_2 < \omega \leq \omega_4$  — два, при  $\omega > \omega_4$  —



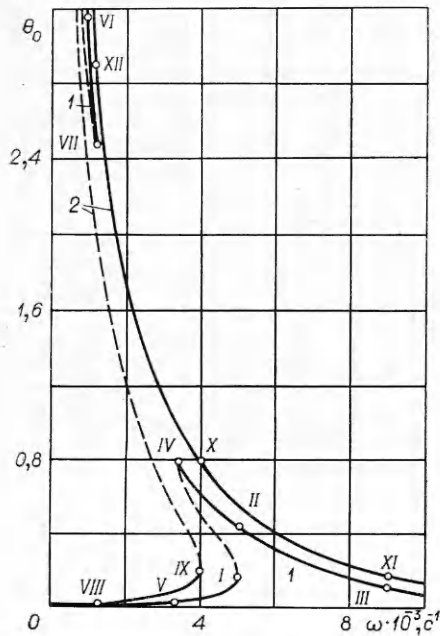
Ф и г. 1



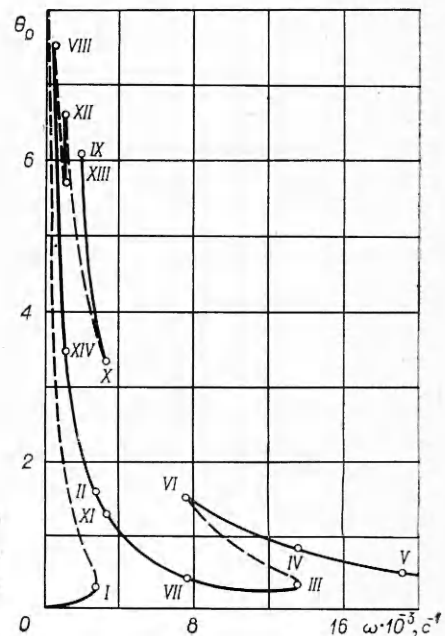
Ф и г. 2

одно. В области  $\omega_1 < \omega \leq \omega_2$  возможен переход из первого устойчивого состояния во второе (при  $\lambda > \lambda_1^s$ ), в области  $\omega_3 < \omega < \omega_4$  — из второго устойчивого состояния в четвертое (при  $\lambda > \lambda_2^s$ ). В диапазоне  $0 < \omega \leq \omega_1$   $\lambda_* = \lambda_1^s$ , для  $\omega_1 < \omega \leq \omega_3$   $\lambda_* = \lambda_2^s$ , для  $\omega > \omega_3$   $\lambda_* = \lambda_4^s$ . При  $\lambda > \lambda_*$  имеет место тепловая неустойчивость.

Исследуем зависимость температуры стержня от частоты для докритических тепловых состояний  $\lambda < \lambda_*$ . Кривые  $\theta_0(\omega)$  изображены на фиг. 3 для  $\lambda = 0,289$  (1) и  $\lambda = 0,42$  (2) и на фиг. 4 для  $\lambda = 0,66$ , где сплошные



Ф и г. 3



Ф и г. 4

линии соответствуют устойчивым ветвям кривых  $\lambda(\theta_0)$ , а штриховые — неустойчивым. Кривая *I* на фиг. 3 характерна тем, что значение  $\lambda = 0,289$  лежит в области изменения  $\lambda_1^2(\omega)$ . При фиксированном значении  $\omega$  точка участка *O—I* определяет первое устойчивое состояние, а точка участка *III—IV* или *VI—VII* — второе. При изменении  $\omega$  осуществляются перескоки из точки *I* в точку *II*, а также из точек *IV* и *VII* соответственно в точки *V* и *VIII*.

Для кривой *2* на фиг. 3 существенно, что прямая  $\lambda = 0,42$  лежит выше кривой  $\lambda_1^2(\omega)$ . Это приводит к тому, что с увеличением  $\omega$  при выполнении условия  $\lambda_1^2 < 0,42$  происходит перескок из точки *IX* на первой устойчивой ветви в точку *X* на второй устойчивой ветви *XI—XII*, а при уменьшении  $\omega$  обратного перескока со второй устойчивой ветви на первую нет.

Зависимость  $\theta_0(\omega)$  на фиг. 4 представляет один из наиболее интересных случаев, когда прямая  $\lambda = \text{const}$  пересекает все кривые  $\lambda^0(\omega)$ , за исключением  $\lambda_1^2(\omega)$ . Для этого случая характерны два скачкообразных перехода с нижних ветвей на верхние (из точек *I* и *III* соответственно в точки *II* и *IV*) и два перескока с верхних ветвей на нижние (из точек *X* и *XIII* соответственно в точки *XI* и *XIV*); кроме того, если  $\theta_0$  определяется точками *VIII*, *IX* или *XII*, то при уменьшении  $\omega$  имеет место тепловая неустойчивость.

Изменение с частотой амплитуды напряжения в стержне аналогично изменению температуры.

Полученные результаты показывают, что докритическое динамическое поведение вязкоупругого тела, подверженного циклическому нагружению, аналогично динамическому поведению нелинейной механической системы с мягкой характеристикой.

4. Влияние амплитудной зависимости комплексного модуля на тепловое поведение вязкоупругих тел изучим на примере установившихся колебаний вязкоупругой пружины-стержня длины *l*. На ее верхнем конце закреплен груз массы *M*, перемещение которого обозначим  $\tilde{x}_2 = x_2^* e^{i\omega t}$ , а нижний конец подвержен заданному кинематическому возбуждению  $\tilde{x}_1 = x_1^* e^{i\omega t}$ .

Уравнение движения для массы имеет вид

$$(4.1) \quad (\kappa E^* - \omega^2 M) \tilde{\varepsilon} = \omega^2 M \tilde{u}_1,$$

где  $\tilde{\varepsilon} = (x_2^* - x_1^*)/l$  — комплексная деформация;  $\tilde{u}_1 = x_1^*/l$ ;  $E^* = E_1^* + iE_2^*$  — комплексный модуль Юнга (причем  $E_{1,2}^* = E_{1,2}^*(\omega, |\tilde{\varepsilon}|^2, T)$ ,  $|\tilde{\varepsilon}|^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2$ );  $\kappa$  — числовой параметр, зависящий от формы стержня.

Собственная частота  $\omega_0$  определяется из равенства

$$(4.2) \quad \kappa E_1^0 - \omega_0^2 M = 0,$$

где  $E_1^0 = E_1^*(\omega_0, 0, T_0)$ . Аналогично  $E_2^0 = E_2^*(\omega_0, 0, T_0)$ .

Примем выражения для  $E_{1,2}^*$  в виде

$$(4.3) \quad E_{1,2}^* = E_{1,2}^0 f_{1,2}(\omega, T) [1 + \Phi_{1,2}(|\tilde{\varepsilon}|^2)],$$

где  $f_{1,2}(\omega_0, T_0) = 1$ ;  $\Phi_{1,2}(0) = 0$ .

Уравнение баланса энергии для стационарного теплового состояния в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой на боковой поверхности и изолированных концах имеет вид

$$(4.4) \quad T^* = 1 + \mu f_2(\bar{\omega}, T^*) [1 + \Phi_2(|\tilde{\varepsilon}|^2)] |\tilde{\varepsilon}|^2,$$

где

$$T^* = (T - T_1)/(T_0 - T_1); \mu = E_2^0 \omega A S / 2 \alpha_s P (T_0 - T_1); \bar{\omega} = \omega / \omega_0;$$

$$T_0 \text{ и } T_1 -$$

начальная и отсчетная температуры;  $\alpha_s$  — коэффициент теплоотдачи;  $A$  — тепловой эквивалент механической работы;  $P$  и  $S$  — периметр и площадь сечения стержня.

Разделяя в (4.1) вещественную и мнимую части, с учетом (4.3) находим

$$(4.5) \quad f_1(\Lambda) [1 + \varphi_1(|\tilde{\varepsilon}|^2)] \varepsilon_1 - \delta f_2(\Lambda) [1 + \varphi_2(|\tilde{\varepsilon}|^2)] \varepsilon_2 - \bar{\omega}^2 \varepsilon_1 = \bar{\omega}^2 u_{11},$$

$$f_1(\Lambda) [1 + \varphi_1(|\tilde{\varepsilon}|^2)] \varepsilon_2 + \delta f_2(\Lambda) [1 + \varphi_2(|\tilde{\varepsilon}|^2)] \varepsilon_1 - \bar{\omega}^2 \varepsilon_2 = \bar{\omega}^2 u_{12},$$

где  $\delta = E_2^0(\omega_0, T_0) / E_1^0(\omega_0, T_0)$ ;  $u_{11} = x_{11}/l$ ;  $u_{12} = x_{12}/l$ ;  $(\Lambda) = (\bar{\omega}, T^*)$ . Соотношения (4.4), (4.5) образуют замкнутую систему уравнений для определения функций  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $T^*$ .

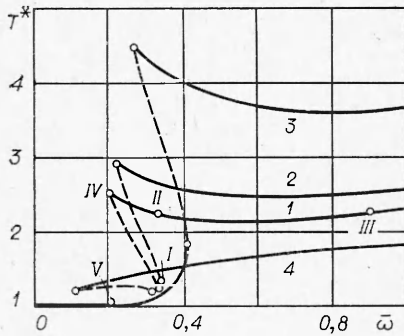
При численной реализации принималось

$$E_{1,2}^* = \frac{c_{1,2}}{c_1^2 + c_2^2} \omega^{-\beta} (T - T_1)^{-\gamma} \left[ 1 + \frac{2\alpha_{1,2}}{\pi} \operatorname{arctg} \gamma_{1,2} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2) \right],$$

где  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  — постоянные материала.

Находящаяся в квадратных скобках двухпараметрическая функция дает близкую к линейной ( $\alpha_{1,2} > 0$ ) и мягкую ( $\alpha_{1,2} < 0$ ) характеристики и позволяет качественно описать амплитудную зависимость обширного класса материалов.

На фиг. 5 показано влияние зависимости модуля Юнга от амплитуды деформации на температурно-частотную характеристику при  $\gamma_{1,2} = 10$ ,  $\mu/\bar{\omega} = 100$ ,  $\tilde{\mu} = (\mu/\bar{\omega})^{1/2} u_{11} = 4$ . Значения  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $T_0$ ,  $T_1$  указаны в п. 3. Для кривых 1–4 значения  $\alpha_{1,2}$  ( $\alpha_1 = \alpha_2$ ) соответственно равны 0; 1; 10; –1. Кривая 1 иллюстрирует случай амплитудно-независимого модуля Юнга; кривые 2, 3 соответствуют почти линейным, а 4 — мягкой характеристикам. Как и следовало ожидать, общая нелинейность, являющаяся результатом наложения механической нелинейности, обусловленной нелинейной зависимостью модуля Юнга, и нелинейности, обусловленной термомеханической связанностью, имеет мягкий тип.



Ф и г. 5

Поступила 1 III 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Карнаухов В. Г., Сенченков И. К. О влиянии конечных начальных деформаций на распространение волн в нелинейных вязкоупругих материалах. — В кн.: Материалы симпозиума «Нелинейные волны деформации». Т. 2. Таллин, 1978.
2. Coleman В. Д. Thermodynamics of materials with memory. — Arch. rat. mech. anal., 1964, vol. 17, N 1.
3. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М., изд. МГУ, 1978.
4. Карнаухов В. Г., Сенченков И. К. Термомеханическое поведение вязкоупругой призмы при циклическом растяжении — сжатии. — ПМТФ, 1976, № 1.



5. Huang N. C., Lee E. H. Thermomechanical coupling behavior of viscoelastic rods subjected to cyclic loading. — Trans. ASME, ser. E, 1967, vol. 34, N 1.
6. Гуменюк Б. П., Карнаухов В. Г. О приближенном расчете критических тепловых состояний в связанных динамических задачах термовязкоупругости. — ДАН УССР, сер. А, 1977, № 10.

УДК 539.4 : 536.543 + 539.376

## МЕТОДИКА ОПИСАНИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ПРИ ЧИСТОМ РАСТЯЖЕНИИ

*А. М. Локощенко, С. А. Шестериков*

(Москва)

В настоящее время существует относительно небольшое количество надежных экспериментальных данных, характеризующих ползучесть металлов вплоть до разрушения в широком диапазоне напряжений. Это связано с тем, что испытания при малых напряжениях могут продолжаться десятки и сотни тысяч часов. Поэтому зачастую либо такие испытания не доводятся до разрушения (т. е. длительная прочность не рассматривается), либо они проводятся до разрушения без замера деформаций в процессе ползучести. Ограниченность и разрозненность фактического материала приводят к тому, что вопрос о формулировке механического уравнения состояния и кинетических уравнений, позволяющих учесть процесс разрушения, во многом остается открытым.

В данной работе представлены результаты испытаний на ползучесть при чистом растяжении, проведенных в Институте механики МГУ, а также предлагается модель для описания одноосной ползучести материала вплоть до разрушения. Испытан 21 образец одной плавки нержавеющей стали X18H10T. Образцами служили трубки с внешним диаметром 12 мм, толщиной стенки 0,5 мм и рабочей длиной 70—100 мм. Температура во время испытаний была постоянной и равной 850°C. Эксперименты проводились при действии на образец постоянной растягивающей нагрузки. Осевые деформации определялись с помощью тензодатчиков, которые наклеены на упругие элементы, связанные с образцом и вынесенные из печи. На фиг. 1—4 сплошными линиями приведены кривые одноосной ползучести  $p(t)$  при начальных напряжениях  $\sigma_0$ , равных соответственно 4; 5; 6 и 8 кг/мм<sup>2</sup>. Средние для каждого напряжения  $\sigma_0$  значения времени разрушения  $t^*$  и соответствующей этому времени деформации  $p^*$  приведены в табл. 1. Если принять, что зависимость скорости  $\dot{p}$  установившейся ползучести от напряжения  $\sigma$  выражается степенной функцией  $\dot{p} = A\sigma^n$  с константами материала  $A$  и  $n$ , и определить эти константы методом наименьших квадратов, то получим для них следующие значения:  $n = 3,2$ ,  $A = 10^{-5} (\text{кг/мм}^2)^{-3,2} \text{ ч}^{-1}$ .

Следуя [1], будем описывать процесс разрушения при ползучести введением параметра  $\omega(t)$ , характеризующего степень поврежденности материала. Как обычно, принимается  $\omega(0) = 0$  и  $\omega(t^*) = 1$ . Соотношения одноосной ползучести для материала с упрочнением выберем в виде

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{p} &= A [\sigma / (1 - \omega^{r_1})]^n (1 + Cp^{-\alpha}), \quad p(0) = 0, \\ \dot{\omega} &= B [\sigma / (1 - \omega^{r_2})]^k, \quad \omega(0) = 0. \end{aligned}$$

Константы материала  $C$  и  $\alpha$  характеризуют неустановившуюся стадию,  $A$  и  $n$  — установившуюся стадию процесса ползучести, остальные посто-