

УДК 535.417

## МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПО НАБОРУ ИНТЕРФЕРОГРАММ

В. Г. Максимов<sup>1</sup>, В. А. Тартаковский<sup>1</sup>, А. Г. Полещук<sup>2</sup>,  
А. Е. Маточкин<sup>2</sup>, Р. К. Насыров<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Учреждение Российской академии наук  
Институт мониторинга климатических и экологических систем  
Сибирского отделения РАН,  
634055, г. Томск, просп. Академический, 10/3

<sup>2</sup> Учреждение Российской академии наук  
Институт автоматизации и электрометрии Сибирского отделения РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: poleshchuk@iae.nsk.su

Предложен новый подход к восстановлению волнового фронта (фазы) из интерферограмм, основанный на применении классического метода прослеживания полос по выборке интерферограмм с различным числом и ориентацией интерференционных полос. Восстановленные по отдельным интерферограммам волновые фронты усредняются, и по полученным данным судят о качестве контролируемой поверхности. Усреднение фазы из нескольких интерферограмм позволяет понизить дисперсию ошибки восстановления фазы, вызванную случайным шумом, неравномерностью освещения апертуры и покрытия её интерференционными полосами, а также снизить влияние нестабильности внешних условий.

*Ключевые слова:* восстановление волнового фронта, интерферометр, интерференционные полосы.

**Введение.** Прецизионные измерения формы поверхности оптических элементов необходимы во многих приложениях, в частности связанных с созданием лазерных пучков дифракционного качества. Допустимые отклонения формы поверхности от заданной в современной оптике составляют сотые доли длины волны, или десятки и единицы нанометров [1, 2]. Лазерная интерферометрия может обеспечить решение данной задачи. Точность и чувствительность интерферометрических методов значительно повысились благодаря применению средств электронной регистрации интерференционной картины, автоматизации измерения координат интерференционных полос и последующей обработки данных. Использование широко известных систем фазосдвигающей интерферометрии [1] не всегда приемлемо, например при измерении формы поверхности для быстропротекающих процессов или при высоких требованиях к точности установки плоскости регистрации, а значит, высокой стоимости аппаратуры позиционирования. Поэтому задача получения формы поверхности из отдельной интерферограммы не теряет актуальности [3, 4].

Отличительными особенностями задачи демодуляции интерферограмм в оптической метрологии по сравнению со многими другими известными методами фазометрии являются, прежде всего, двумерность интерферограммы, ограниченность и многосвязность области её определения, невыполнение условия узкополосности для полезного сигнала в фотометрическом сечении интерферограммы, требование равноточности оценки фазы во всей области определения. В этих условиях даже при отсутствии шумов достаточно сложно получить высокую точность оценки волнового фронта (фазы), к примеру выше одной сотой длины волны, используя известные подходы.

В данной работе рассматривается новый комплексный метод прослеживания интерференционных полос для специально организованной выборки интерферограмм с различными числом и ориентацией интерференционных полос. Восстановленные из отдельных

интерферограмм фазы усредняются, и по полученной оценке уже можно судить о качестве контролируемой поверхности. Процедура усреднения понижает дисперсию ошибки восстановленной фазы, вызванную шумами на детекторе, его структурой, неравномерностью покрытия апертуры интерференционными полосами, пространственной неравномерностью источника света, а также нестабильностью внешних условий, возмущающих волновые фронты в момент регистрации интерферограммы.

**Конструктивная схема интерферометра.** На наш взгляд, нельзя ожидать полного решения задачи технологического контроля при зашумлённых интерферограммах, используя только апостериорную математическую обработку. Необходимо разработать метод применения перестраиваемого интерферометра в процессе контрольно-измерительного эксперимента.

Современные методы цифровой регистрации изображений позволяют сформировать выборку интерферограмм с различным числом интерференционных полос. Восстановленные из отдельных интерферограмм волновые фронты усредняются, и находится новый волновой фронт, по которому судят о качестве контролируемой поверхности. Организованная таким образом выборка волновых фронтов имеет статистически независимые искажения в силу некоррелируемости шума на различных пространственных частотах. Усреднение нескольких интерферограмм даёт возможность понизить дисперсию восстановления, вызванную случайными ошибками, и, что особенно важно, уменьшить влияние не меняющихся во времени неоднородностей источника света.

Для осуществления предлагаемого метода измерения разработан лазерный интерферометр Физо, его упрощённая схема приведена на рис. 1. Излучение лазера 1 с длиной волны  $\lambda$  коллимируется объективами 2 и 3, проходит эталонную пластину 4 и отражается от контролируемой поверхности 5. Эталонная пластина установлена на двух электромеханических актюаторах 6, которые позволяют изменять её угол наклона  $\alpha$  по командам от компьютера 7 по координатам  $x$  и  $y$ . Требуемый диапазон  $l$  перемещения актюаторов определяется числом полос  $N$  и длиной волны лазера  $l = \lambda N/2$ , т. е. при  $N = 20$ ,  $\lambda = 0,633$  мкм диапазон перемещения не превышает 6 мкм. Отражённое от эталонной и контролируемой поверхностей излучение направляется светоделителем 8 через диафрагму 9 и объектив 10 к цифровой видеокамере 11. Интерференционная картина регистрируется и передаётся в компьютер.

**Алгоритм усреднения фаз, восстановленных из выборки интерферограмм.**

На погрешность восстановления фазы из интерферограммы влияет степень искажения изображения интерферограммы в процессе её регистрации. К искажающим факторам относятся, прежде всего, нелинейность функции передачи фотоприёмника и его шум, а также неоднородность фона освещения, например, из-за гауссова распределения интенсивности

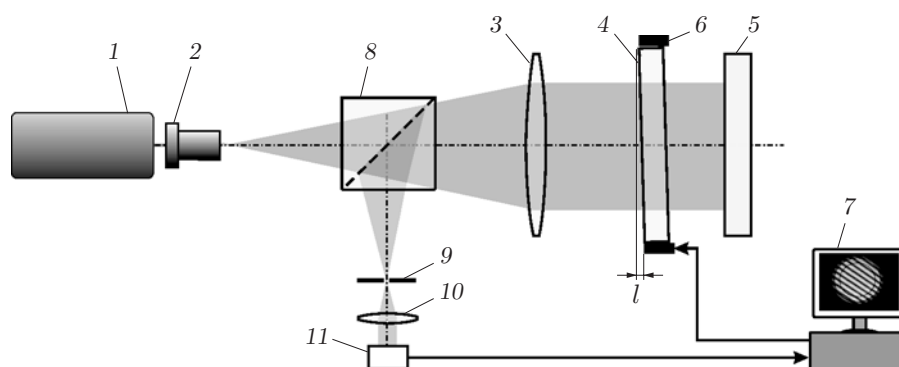


Рис. 1. Упрощённая схема интерферометра

лазерного пучка, паразитная интерференция в виде колец Ньютона за счёт отражения волновых фронтов от нерабочих поверхностей интерферометра. Применение методов прослеживания интерференционных полос даёт однозначную оценку фазы в условиях перечисленных искажений [5, 6] в отличие от методов, использующих преобразование Фурье [7], когда результат зависит от точности выделения полезного сигнала на фоне шумов. Диапазоны линейности функции передачи современных фотоприёмников достаточно широкие. Выбор линейного участка функции передачи для регистрации интерферограммы исключает влияние нелинейности функции передачи на контраст и яркость изображения интерферограммы. Шум фотоприёмника и паразитная интерференция аддитивно воздействуют на интенсивность интерферограммы, и на фоне их спектров гармоники полезного сигнала достаточно различимы при приемлемом соотношении уровней шумов и полезного сигнала. Неоднородность фона освещения в виде гауссова распределения интенсивности лазерного пучка мультипликативно воздействует на интерферограмму, приводит к смещению экстремумов  $\delta$  интерференционных полос (рис. 2), что, в свою очередь, даёт неправильную оценку восстановленной фазы  $\Delta\Phi$ . Дополнительные гармоники при гауссовом распределении интенсивности интерферограммы, возникающие вокруг несущей частоты полезного сигнала, практически неотличимы от гармоник полезного сигнала. Результаты исследования влияния гауссовой неоднородности освещения на фазовые искажения интерферограммы, приведённые в работе [8], показывают необходимость учёта гауссова распределения интенсивности интерферограммы при восстановлении фазы.

Неотъемлемой частью всех методов прослеживания является процедура интерполяции фазы. Узлами интерполяции служат координаты опорных или хребтовых линий интерференционных полос. Преимущество используемого в данной работе метода прослеживания интерференционных полос перед классическим прослеживанием [2, 9] состоит в позиционировании точек опорных линий в плоскости интерферограммы с точностью до реальной координаты, а не с точностью до отсчёта. Это позволяет восстанавливать фазу интерферо-

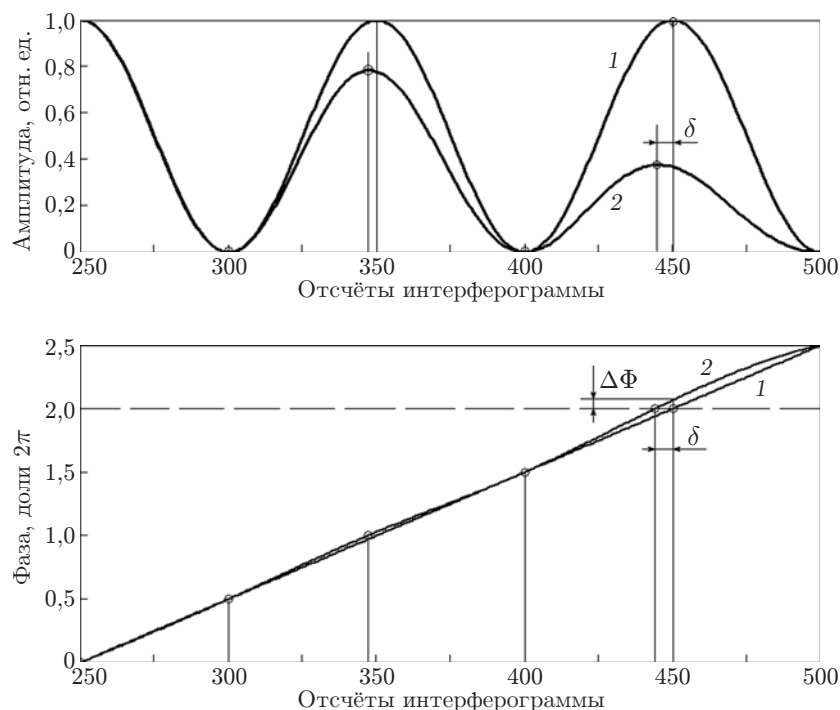


Рис. 2. Амплитуда и фаза интерферограммы

грамм с меньшей ошибкой [5, 6]. Однако неопределённость опорных линий в зоне отсечения интерференционной полосы границей апертуры приводит к повышению погрешности восстановления в краевой зоне интерферограммы [6]. У фаз, восстановленных из нескольких интерферограмм с различным количеством полос и углом наклона, участки неопределённости в краевой зоне смещены относительно друг друга. Применение процедуры усреднения восстановленной фазы из нескольких интерферограмм (за счёт доопределения фазы в этой зоне) позволяет минимизировать ошибку восстановления, вызванную искажениями интерферограммы, и ошибку фазы в краевой зоне.

Для оценки эффективности выбранного метода усреднения был проведён ряд замкнутых численных экспериментов по восстановлению фазы из интерферограмм. При этом использовалась программа, разработанная авторами [4] для измерительного комплекса высокоточного оптического контроля.

Зададим опорный волновой фронт плоским, а объектный волновой фронт в виде суммы членов ряда (с 3-го по 35-й) полинома Цернике [1]. В качестве коэффициентов возьмём случайные числа в диапазоне  $[-0,05\lambda; 0,05\lambda]$ . Разность интерферирующих волновых фронтов  $\Phi_0(x, y)$  приведена на рис. 3, а. Затем на квадратной матрице с числом отсчётов  $N \times N$ ,  $N = 256$ , построим модель интерферограммы в мультипликативно-аддитивной форме [2]:

$$I_{i,j} = A_{i,j} \left( \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} [\Phi_0(x_j, y_i) + f_x x_j + f_y y_i] \right) \right] \mu_{i,j} + \alpha_{i,j} \right),$$

где  $\lambda$  — длина волны;  $i = 0, \dots, N - 1$ ;  $j = 0, \dots, N - 1$ ;  $-1 \leq x \leq 1$ ;  $-1 \leq y \leq 1$ ; пространственные частоты  $f_x, f_y$  имеют смысл коэффициентов наклона ближайшей плоскости;  $A_{i,j}$  — апертурная функция:  $A_{i,j} = \begin{cases} 1, & (x_j, y_i) \in a, \\ 0, & (x_j, y_i) \notin a \end{cases}$  ( $a$  — единичный круг с центром в точке  $(x = 0, y = 0)$ );  $\alpha_{i,j}$  и  $\mu_{i,j}$  — аддитивная и мультипликативная составляющие шумов интерферограммы.

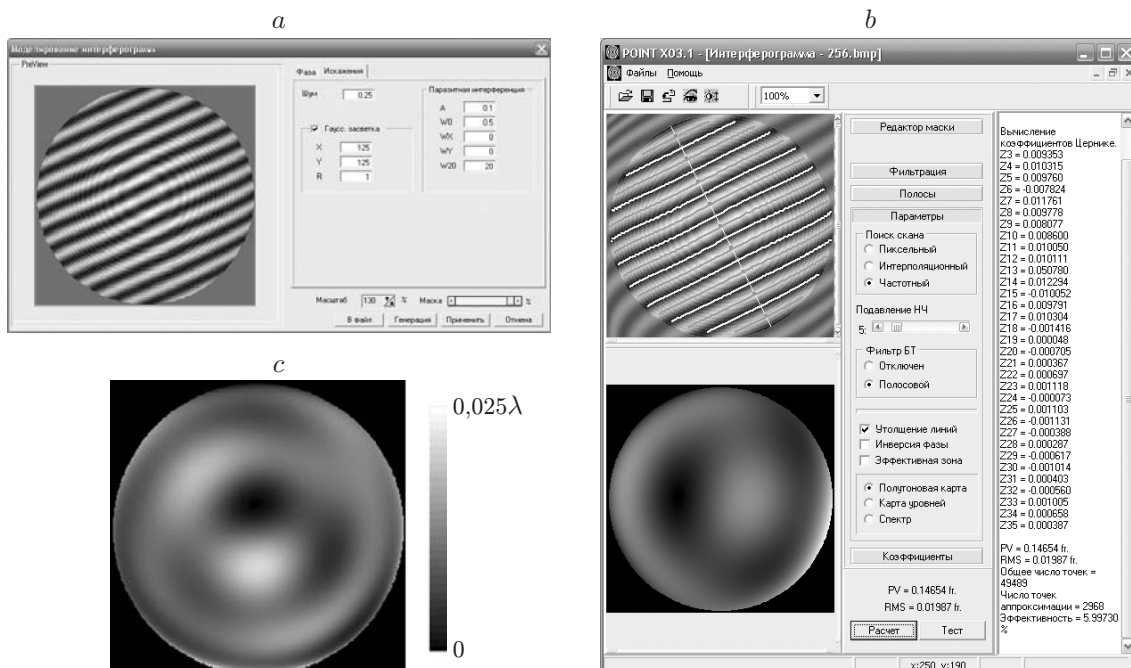


Рис. 3. Этапы обработки отдельной интерферограммы

Введём в модель интерферограммы следующие искажения: шум фотодетектора в виде аддитивного шума  $s(x, y) = \text{rnd}(\tau)$ , который в каждом отсчёте добавляет к интенсивности интерферограммы равномерно распределённую величину в диапазоне  $[0; \tau]$ ; низкочастотный мультипликативный шум, моделирующий неоднородность источника света в виде гауссова пучка

$$g(x, y) = \exp\left(\frac{-((x - x_c)^2 + (y - y_c)^2)}{4\omega^2}\right)$$

с центром в точке  $(x_c, y_c)$  и полушириной  $\omega$ ; паразитную интерференцию, вызванную, например, переотражением волнового фронта от нерабочей поверхности интерферометра или паразитным дифракционным порядком зонной пластины [3]

$$p(x, y) = b \cos(2\pi(w_0 + w_1x + w_2y + w_3(x^2 + y^2))/\lambda),$$

где  $b$  — амплитудный коэффициент,  $w_i$  — коэффициенты, формирующие паразитный волновой фронт. Для модельного эксперимента зафиксируем следующие параметры:  $\tau = 0,25$ ,  $\omega = 1$ ,  $x_c = y_c = 0$ ,  $b = 0,1$ ,  $w_0 = \lambda/2$ ,  $w_1 = w_2 = 0$ ,  $w_3 = 20\lambda$ .

По характеру воздействия на интенсивность интерферограммы сведём искажения в аддитивную  $\alpha_{i,j} = s(i, j) + p(x_j, y_i)$  и мультипликативную  $\mu_{i,j} = g(x_j, y_i)$  составляющие шума модельной интерферограммы (см. рис. 3, а). При формировании выборки из нескольких интерферограмм искажения  $p$  и  $g$  постоянны, а  $s$  случайно изменяется в каждой интерферограмме.

Путём прослеживания интерференционных полос восстановим форму поверхности волнового фронта в виде поверхности  $\Phi$  (рис. 3, б). Далее найдём разность заданной и восстановленной поверхностей:  $\Delta\Phi = \Phi_0 - \Phi$ , т. е. искажения, внесённые в восстановленную фазу при демодуляции интерферограммы (рис. 3, в).

Для  $n$  отсчётов интерферограммы внутри апертуры  $A$  средний квадрат отклонения восстановленной фазы от начальной  $\varepsilon = \sqrt{1/n \sum_{q=0}^{n-1} \Delta\Phi_q^2}$  будет служить численной оценкой качества восстановления.

При заданном числе интерференционных полос  $f = 2\sqrt{f_x^2 + f_y^2}$  и величине угла наклона полос  $\psi = \tan^{-1}(f_y/f_x)$  относительно оси  $x$  можно найти составляющие  $f_x$  и  $f_y$  для моделирования интерферограмм. Изменяя количество и угол наклона полос для одной и той же начальной фазовой поверхности  $\Phi_0$ , получаем серию из  $k$  интерферограмм. Значения восстановленных фаз  $\Phi_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , из каждой интерферограммы составляют выборку для получения оценки фазы  $\bar{\Phi} = 1/k \sum_{i=1}^k \Phi_i$  как выборочного среднего. Для каждой из восстановленных фаз  $\Phi_i$  найдём  $\varepsilon_i$  — средний квадрат её отклонения от  $\Phi_0$ , а по массиву  $\varepsilon_i$  определим среднюю ошибку  $\bar{\varepsilon} = 1/k \sum_{i=1}^k \varepsilon_i$  и среднеквадратичный разброс

ошибок  $\sigma = \sqrt{1/k \sum_{i=1}^k (\bar{\varepsilon} - \varepsilon_i)^2}$ . Соответственно для оценки фазы  $\bar{\Phi}$  получим  $\tilde{\varepsilon}$  — средний квадрат её отклонения от  $\Phi_0$ . Для оценки эффективности усреднения введём отношение  $E = \bar{\varepsilon}/\tilde{\varepsilon}$ .

Результаты усреднения восстановленной фазы по выборке из девяти интерферограмм приведены в таблице. Эффект снижения погрешности восстановления фазы за счёт усреднения увеличивается при использовании выборок интерферограмм, в которых изменяется количество или наклон интерференционных полос (вторая и третья колонки таблицы) по сравнению с оценкой ошибки фазы, усреднённой по выборке интерферограмм без измене-

## Результаты обработки серии интерферограмм

Параметры обработки	Количество $f$ и угол наклона $\psi$ полос в серии интерферограмм ( $i = 0, \dots, 8$ )		
	$f_i = 12, \psi_i = 0$	$f_i = 8 + i, \psi_i = 0$	$f_i = 12, \psi_i = i\pi/9$
$\bar{\varepsilon}, \lambda$	$1,808 \cdot 10^{-3}$	$1,812 \cdot 10^{-3}$	$1,735 \cdot 10^{-3}$
$\sigma, \lambda$	$3,605 \cdot 10^{-4}$	$6,518 \cdot 10^{-4}$	$4,013 \cdot 10^{-4}$
$\tilde{\varepsilon}, \lambda$	$1,153 \cdot 10^{-3}$	$6,911 \cdot 10^{-4}$	$7,191 \cdot 10^{-4}$
$E$	1,568	2,622	2,413

ния количества и угла наклона интерференционных полос (первая колонка). Это происходит вследствие того, что без изменения числа полос и угла их наклона усреднение снижает только ошибки, вызванные случайным искажением  $s$ . Вариации числа интерференционных полос и угла их наклона в выборке приводит к сдвигу спектров полезного сигнала относительно спектра постоянного искажения и к снижению степени коррелированности ошибок усредняемых фаз, что позволяет минимизировать погрешности восстановления при наличии постоянных искажений интерферограмм. Кроме того, усреднение ошибки фазы в краевой зоне происходит только при изменении количества или наклона интерференционных полос в результате снижения площади зоны неопределённости фазы.

Случайное искажение интерферограммы равномерно заполняет область пространственных частот случайными величинами. Поэтому ошибки фазы, вызванные случайным шумом, статистически независимы и при их усреднении погрешность восстановления фазы обратно пропорциональна квадратному корню от количества усредняемых фаз. При постоянном искажении интерферограммы вследствие паразитной интерференции спектр шума локализован в постоянной области пространственных частот. Наличие гауссовой неоднородности освещения искажает спектр интерферограммы в окрестности несущей частоты полезного сигнала. Поворот полос или изменение их количества приводят к смещению спектра полезного сигнала относительно спектра шума, что снижает степень корреляции шума, попавшего в усредняемые фазы. Поэтому максимальный эффект от усреднения достигается не только увеличением количества входных величин, но и снижением степени перекрытия их спектров между собой и спектром постоянного искажения.

Проведём усреднение восстановленных фаз при постоянном количестве интерференционных полос  $f = 12$ , но при двух способах изменения угла наклона полос интерферограмм. Составим два массива выборок интерферограмм для поверхности  $\Phi_0(x, y)$ , восстановим их фазы и осуществим усреднение фаз по каждой из выборок. Уровень искажений  $s, p$  и  $g$  оставим тем же, но положение центров постоянных искажений сдвинем вдоль главной диагонали интерферограммы:  $x_c = 0,1, y_c = 0,1, w_1 = 10\lambda, w_2 = 10\lambda$ . В первом случае количество интерферограмм в каждой  $j$ -й выборке ( $j = 1, 2, 3, \dots, 7$ ) равно  $n_j = 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$ ; угол наклона полос каждой  $i$ -й интерферограммы ( $i = 1, \dots, n_j$ ) в выборке изменяется как  $\psi_i = i180/n_j$ , т. е. полосы интерферограмм в выборке расположены симметрично. Порядок спектров полезного сигнала на фоне спектра шумов для четырёх интерферограмм с одинаковым количеством полос и их симметричным наклоном приведён на рис. 4. Для наглядности в центре рисунка удалена зона с основными гармониками спектра апертуры.

Во втором случае в каждой выборке количество интерферограмм равно порядковому номеру выборки:  $n_j = j = 1, 2, 3, \dots, 36$ , а угол наклона полос  $i$ -й интерферограммы последовательно изменяется как  $\psi_i = i180/36$ . Будем считать первый способ усреднения симметричным, а второй последовательным.

Сравнение ошибок усреднённой восстановленной фазы на рис. 5 показывает, что бо-

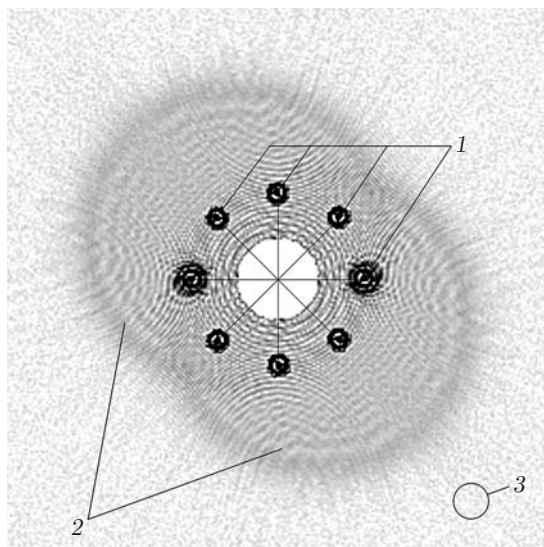


Рис. 4. Симметричное расположение спектров полезного сигнала 1 на фоне спектров постоянного шума 2 и четырёх реализаций случайного шума 3

лее устойчивое снижение погрешности происходит при обеспечении для усредняемых фаз наименьшего перекрытия определяющих их волн между собой и со спектром постоянного искажения (кривая 1). Участки роста погрешности  $\tilde{\varepsilon}$  при увеличении количества усредняемых величин обусловлены, во-первых, увеличением средней оценки фазы  $\bar{\varepsilon}$  при концентрации спектров полезного сигнала в области спектра постоянного искажения в виде паразитной интерференции, во-вторых, повышением степени коррелированности ошибок усредняемых фаз на этих отрезках, что, в свою очередь, приводит к снижению эффекта усреднения  $E$ .

**Экспериментальное исследование.** С использованием интерферометра типа Физо было получено 17 интерферограмм поверхности кварцевой пластинки диаметром 50 мм. Путём изменения наклона эталонной пластины 4 (см. рис. 1) по двум координатам менялся наклон полос. Далее эти интерферограммы обрабатывались методом прослеживания интерференционных полос. Отдельные интерферограммы и результаты обработки приведены на рис. 6.

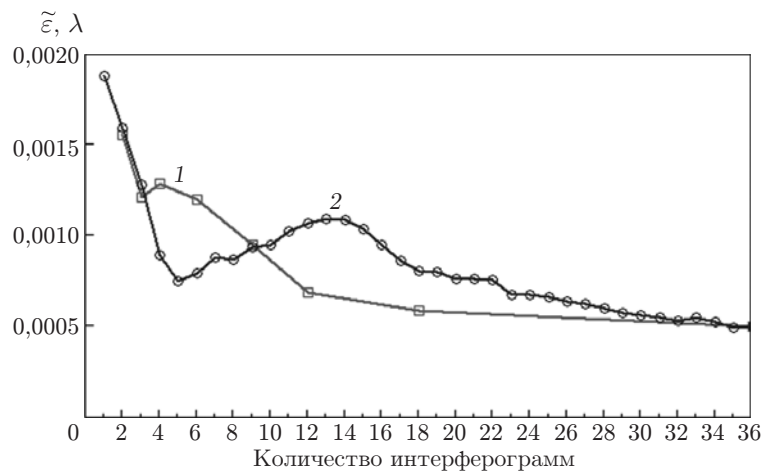
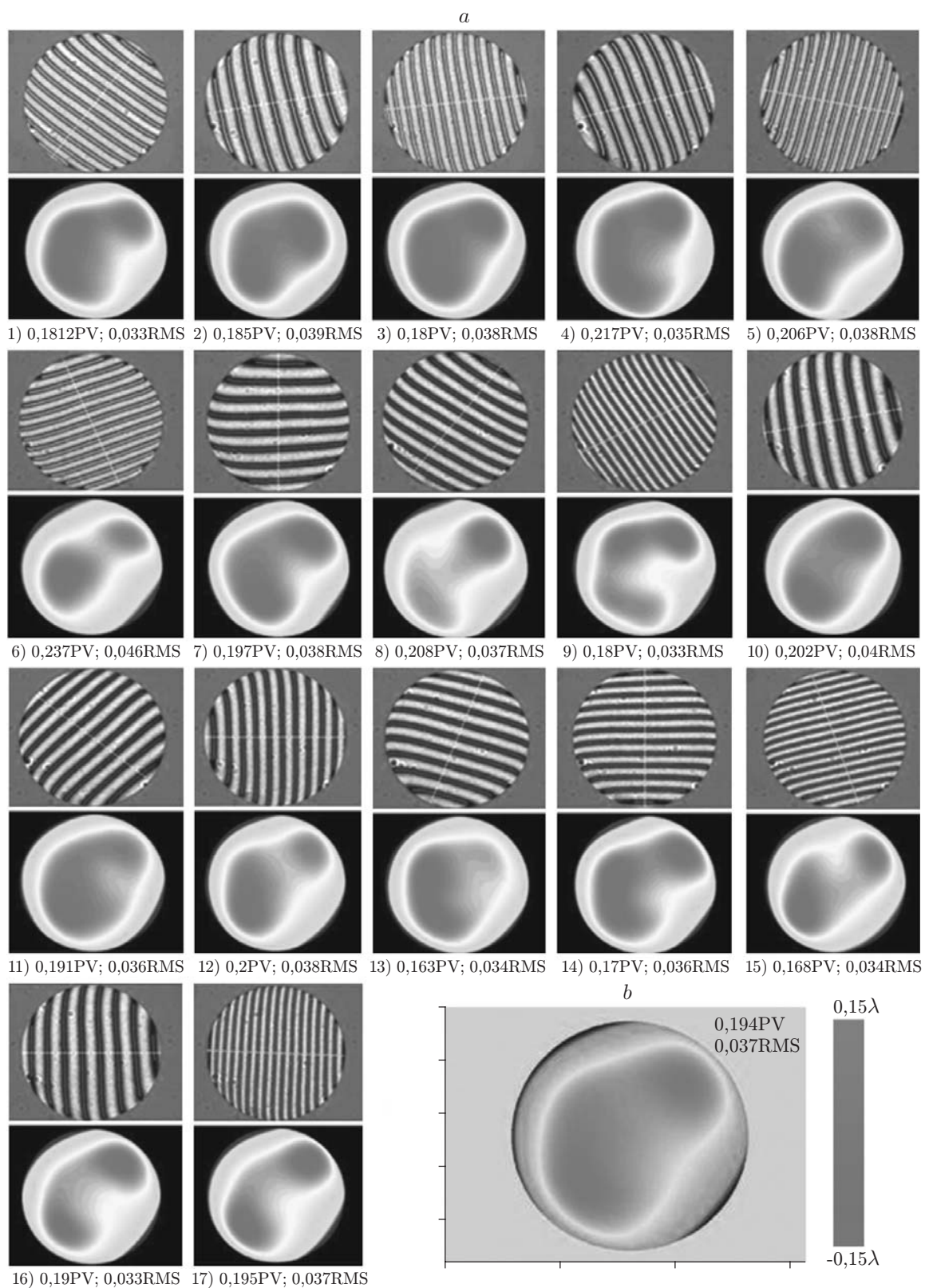


Рис. 5. Снижение ошибки восстановленной фазы при симметричном (кривая 1) и последовательном (2) способах усреднения



*Рис. 6.* Результаты измерений: *a* — экспериментально полученные интерферограммы, *b* — результат усреднения (PV — максимальная ошибка, RMS — среднеквадратичное отклонение)



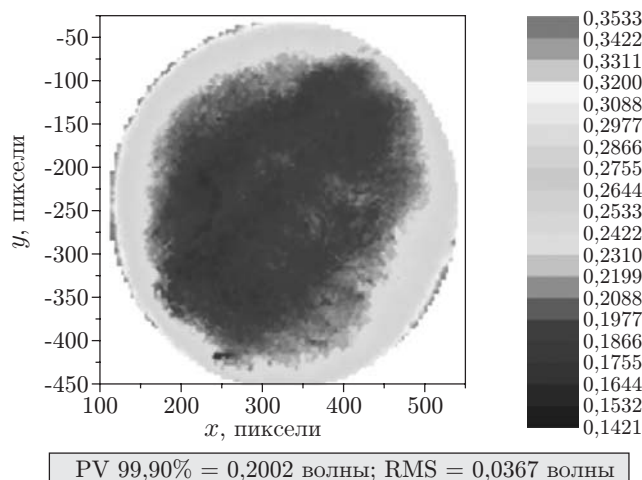


Рис. 7. Карта волнового фронта, полученная на интерферометре с фазовым сдвигом

Для сравнения на рис. 7 дана карта волнового фронта этой же пластинки, полученная с помощью интерферометра типа Физо "Intellium Z100" (ESDI, США) с фазовым сдвигом. Видно, что данные измерения среднеквадратичного отклонения хорошо совпадают (разница  $3 \cdot 10^{-3} \lambda$ , или 1,8 нм). Небольшое отличие значения максимальной ошибки можно объяснить тем, что карта волнового фронта получена без усреднения.

**Заключение.** Для успешного выполнения требований современного производственного контроля оптических элементов необходимо применять новый метод контрольно-измерительного эксперимента, обеспечивающий анализ зашумлённых интерферограмм с усреднением фаз, восстановленных из нескольких интерферограмм для одной и той же поверхности. При этом интерферограммы должны отличаться числом и ориентацией интерференционных полос. Изменение количества и угла поворота полос при усреднении восстановленных фаз переводит постоянные искажения интерферограммы в разряд статистически независимых. Усреднение восстановленных фаз даёт возможность минимизировать ошибку восстановления в условиях шумов, переменных во времени, а также уменьшить влияние систематических искажений, например неоднородности фронта источника света и паразитной интерференции. Использование серии интерферограмм с изменёнными количеством и углом наклона полос для усреднения восстановленных фаз позволяет определить фазу в краевой зоне, а также снизить ошибку её оценки. В отличие от методов фазосдвигающей интерферометрии процедура усреднения фаз, восстановленных из серии интерферограмм, не требует точного задания количества и угла наклона интерференционных полос.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wyant J. C., Creath K. Basic wavefront aberration theory for optical metrology // Appl. Opt. and Opt. Eng. 1992. 11. P. 28–39.
2. Витриченко Э. А., Лукин В. П., Пушной Л. А., Тартаковский В. А. Проблемы оптического контроля. Новосибирск: Наука, 1990. 351 с.
3. Коронкевич В. П., Ленкова Г. А., Маточкин А. Е. и др. Интерферометрия оптических поверхностей по ньютоновским полосам // Автометрия. 2004. 40, № 6. С. 33–46.
4. Полещук А. Г., Насыров Р. К., Маточкин А. Е. и др. Измерительный комплекс для высокоточного оптического контроля // Сб. тр. 9-й Междунар. конф. «Прикладная оптика 2010». С.-Пб., 2010. Ч. 2. С. 129–136.

5. Maximov V. G., Tartakovsky V. A., Chudinov S. A. Adaptive algorithm for interference fringe tracing // Proc. SPIE. 2004. **5743**. P. 271–281.
6. Maximov V. G., Tartakovsky V. A., Chudinov S. A. Edge effect reduction for interference fringe tracer // Proc. SPIE. 2005. **6160**. 616012.
7. Ган М. А., Ган Я. М., Чертков С. А. Восстановление топографии волнового фронта по интерферограмме с помощью метода цифровой голографии // Оптический журнал. 2006. **73**, № 7. С. 55–59.
8. Симонова Г. В., Максимов В. Г., Тартаковский В. А. Влияние гауссовой неоднородности интенсивности лазерного пучка на точность интерференционных измерений // Изв. вузов. Сер. Физика. 2005. **38**, № 5. С. 51–54.
9. Гужов В. И., Ильиных С. П. Компьютерная интерферометрия. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2004. 252 с.

*Поступила в редакцию 2 июня 2011 г.*

---