

ДИФФУЗИОННОЕ ГОРЕНИЕ ЖИДКОГО ТОПЛИВА В ПОТОКЕ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Н. Н. Смирнов
(Москва)

Исследование различных, связанных с протеканием химической реакции процессов, таких как работа гибридных двигателей, сгорание тел в атмосфере, передача воспламенения по поверхности разлитого горючего, детонация в системах окислитель — пленка топлива, требует решения задачи о горении поверхности жидкого топлива в потоке газообразного окислителя [1—4]. Исследование распространения детонации в двухфазной системе типа газ — пленка [5] показывает, что характерная особенность такой детонации состоит в том, что за головной ударной волной происходит не только сжигание горючей смеси, но и ее образование за счет испарения горючего и перемешивания в результате диффузии с окислителем. Один из основных параметров, определяющих распространение детонации, — скорость массоподачи горючего в пограничный слой, так как именно она ограничивает энерговыделение в зоне детонации [6].

Таким образом, при исследовании процессов горения в потоке окислителя над слоем топлива можно выделить две задачи: горение материала при обдувании поверхности потоком окислителя [1—3] и горение в пограничном слое за движущейся ударной волной [6—7].

Экспериментально установлено [2, 8, 9], что химическая реакция над слоем топлива локализована в узкой зоне, которую будем называть поверхностью диффузионного пламени, предполагая, что скорость реакции определяется не кинетикой, а скоростью подачи и перемешивания паров горючего в результате диффузии в пограничном слое. (В дальнейшем будет показано, что такое предположение перестает быть верным вблизи носика пограничного слоя.) В свою очередь тепло- и массообмен в пограничном слое зависит от скорости энерговыделения в результате химической реакции.

Цель данной работы — изучение закономерностей диффузионного горения гетерогенных систем, определение массообмена, трения, потока тепла в слой топлива, исследование распределения параметров (температур, концентрации и др.) в пограничном слое и влияния тепло- и массообмена на эти распределения.

В настоящее время существует обширный экспериментальный материал по горению твердых [4, 10] и жидких [8, 9] топлив. Однако в большинстве теоретических исследований до сих пор рассматриваются твердые топлива, пренебрегая движением, возникающим в топливе при взаимодействии с потоком окислителя [1—4, 6, 7]. В данной работе учитывается движение, возникающее в жидкости, и показано, что для определенного класса гетерогенных систем такое уточнение оказывает существенное влияние на результат решения.

В большинстве расчетов, проводимых по существующим теориям, предполагается, что теплофизические параметры смеси (теплоемкость c_p , коэффициент теплопроводности λ) постоянны в потоке и одинаковы для всех компонентов. Такое предположение может привести к значительным количественным погрешностям, так как при горении многих гетерогенных систем теплофизические параметры компонентов отличаются в 3—4 раза, и средняя теплоемкость смеси

$$\widehat{c}_p = \sum_{i=1}^N c_{pi} Y_i \quad (4)$$

должна зависеть от распределения концентраций (Y_i) в пограничном слое [11]. В данной работе учитывается распределение \widehat{c}_p в пограничном слое, задаваемое наличием профиля концентрации.

Задача решается в рамках предположений теории пограничного слоя. Отдельные компоненты в смеси считаем совершенными газами, для которых справедливо предположение [11], что $Pr = Sm = 1$. Тогда для смеси совершенных газов с разными теплоемкостями можно предполагать [11], что для средних величин выполнены равенства

$$Pr = \frac{\mu \hat{c}_p}{\lambda} = 1; \quad Sm = \frac{\mu}{\rho D} = 1, \quad (2)$$

где μ , D — коэффициенты вязкости и диффузии; $\hat{\lambda}$ — средний коэффициент теплопроводности; ρ — средняя плотность смеси; Pr — число Прандтля; Sm — число Шмидта.

Поместим начало координат в носике пограничного слоя так, чтобы ось x совпала с поверхностью раздела газ — жидкость, а оси y и \tilde{y} имели противоположную ориентацию и направлены соответственно в газообразный окислитель ($y > 0$) и в жидкое топливо ($\tilde{y} > 0$).

При этих условиях уравнения ламинарного пограничного слоя в химически реагирующей смеси газов над термически разрушающейся поверхностью имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0, \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \\ \rho u \frac{\partial Y_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial Y_i}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial Y_i}{\partial y} + w_i, \quad i = 1, \dots, N, \\ \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial H}{\partial y}, \\ p &= \rho RT \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{m_i}, \quad \sum_{i=1}^N m_i v_i' = \sum_{i=1}^N m_i v_i'', \end{aligned} \quad (3)$$

где u , v — компоненты скорости по осям x и y соответственно; R — универсальная газовая постоянная; w_i , m_i , v_i' , v_i'' — скорость образования, молекулярная масса и стехиометрические коэффициенты i -го компонента; $H = \sum_{i=1}^N Y_i \left(c_{pi} T + \frac{u^2}{2} + h_i^0 \right)$ — полная удельная энтальпия.

Система (3) решается совместно с уравнениями пограничного слоя в топливе, которое считаем несжимаемой жидкостью

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} &= 0, \\ \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} &= \frac{\mu_f}{\rho_f} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2}, \\ c_f \left(\tilde{u} \frac{\partial T}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \frac{\lambda_f}{\rho_f} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu_f}{\rho_f} \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right)^2. \end{aligned} \quad (4)$$

При решении задачи за движущейся ударной волной предполагаем, что топливо заполняет полупространство $\tilde{y} > 0$, а при рассмотрении задачи о диффузионном пламени, стабилизированном над слоем топлива в потоке окислителя, предполагаем, следуя [9], что горючее заполняет квадрант $x > 0$, $\tilde{y} > 0$, а область $x < 0$, $\tilde{y} > 0$ представляет жесткую стенку.

В случае, когда топливо находится в твердой фазе, система (4) сводится к одному уравнению энергии, которое в данной системе координат имеет вид уравнения конвекции

$$\tilde{u} \frac{\partial T}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda_f}{\rho_f c_f} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (5)$$

Граничные условия систем (3), (4) включают:

1) условия на внешней границе пограничного слоя в газе (при $y \rightarrow +\infty$)

$$Y_1 = Y_{1e}, \quad Y_{N-1, e} = 1 - Y_{1e}, \quad p = p_e, \quad T = T_e, \quad u = u_e,$$

2) на внешней границе пограничного слоя в топливе (при $\bar{y} \rightarrow +\infty$)

$$T = T_0, \quad \tilde{u} = u_\infty,$$

3) на поверхности раздела газ — жидкость ($y = 0, x > 0$):

а) условие прилипания, которое для автомодельной задачи имеет вид

$$u = \tilde{u} = u_w = \text{const}, \quad (6)$$

б) условие непрерывности касательных напряжений

$$\tau_w = -\tau_{wf}, \quad (\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y}), \quad (7)$$

в) условие сохранения потоков массы компонентов и потока энергии при переходе через поверхность раздела фаз

$$\rho(v)_w = -\rho_f \tilde{v}_w, \quad (8)$$

$$(\rho v)_w (Y_{iW} - Y_{iWf}) = (\rho D)_w \left(\frac{\partial Y_i}{\partial y} \right)_w, \quad (9)$$

$$-\lambda_f \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{fW} = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w - (\rho v)_w h_L, \quad (10)$$

г) условие равновесного испарения Клайперона — Клаузиуса [12]

$$\frac{p_e}{p_{NW}} = \left(\frac{T_{1e}}{T_w} \right)^{\frac{\Delta c_p m_N}{R}} \exp \left[\frac{\Delta c_p m_N T_{кк}}{R} \left(\frac{1}{T_{ке}} - \frac{1}{T_w} \right) \right], \quad (11)$$

где

$$p_{NW} = Y_{NW} p_e \frac{m_w}{m_N}, \quad \frac{1}{m_w} = \sum_{i=1}^N \frac{Y_{iW}}{m_i}, \quad \Delta c_p = c_f - \hat{c}_{pW}. \quad (12)$$

Отметим, что скорость u_w и температура T_w поверхности раздела фаз неизвестны и определяются в процессе решения. В граничных условиях (6)–(12) и в дальнейшем будет использоваться следующая индексация: W — параметры на поверхности раздела; f — параметры жидкой фазы; e — параметры внешнего потока в газе; ∞ — параметры внешнего потока в жидкости; k — параметры кипения; $i = 1$ — окислитель; $i = N$ — горючее; $i = N - 1$ — инертный компонент; $i = 2, \dots, N - 2$ — продукты реакции.

Чтобы получить уравнение, описывающее распределение средней удельной теплоемкости при изменении концентраций в пограничном слое, помножим третье уравнение системы (3) на c_{pi} и просуммируем.

Учитывая, что $\sum_{i=1}^N \omega_i c_{pi} = \omega \sum_{i=1}^N c_{pi} m_i (v_i'' - v_i') = \omega \Delta \hat{c}_p$, получим

$$\rho u \frac{\partial \hat{c}_p}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \hat{c}_p}{\partial y} \right) + \omega \Delta \hat{c}_p, \quad (13)$$

где $\Delta \hat{c}_p$ — изменение теплоемкости в результате химической реакции стехиометрического количества молей реагентов.

Система (3)–(13) после перехода к новым переменным β_i , когда уравнения становятся подобны [3], допускает первые интегралы

$$\beta_j = \frac{\beta_{je} - \beta_{jW}}{u_e - u_w} (u - u_w) + \beta_{jW}, \quad j = 2, \dots, N, T, c,$$

$$\beta_i = \frac{Y_i}{m_i (v_i'' - v_i')} - \frac{Y_1}{m_1 (v_1'' - v_1')}, \quad i = 2, \dots, N - 2, N, \quad (14)$$

$$\beta_T = \frac{\hat{c}_p T + u^2/2}{m_N (v_N'' - v_N')} \Delta H - \frac{Y_1}{m_1 (v_1'' - v_1')}, \quad \beta_{N-1} = Y_{N-1},$$

$$\beta_c = \frac{\hat{c}_p}{\sum_{i=1}^N c_{pi} m_i (v_i'' - v_i')} - \frac{Y_1}{m_1 (v_1'' - v_1')},$$

из которых, используя граничные условия (6), (9), (10), получим [3, 12]

$$Y_{iW} = \frac{BY_{iWf} + Y_{ie} - Y_{1e}\Phi_i}{1+B}, \quad i=2, \dots, N; \Phi_i = \frac{m_i (v_i'' - v_i')}{m_1 (v_1'' - v_1')}, \quad (15)$$

$$-\lambda_W \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_W = \frac{\tau_W}{u_e - u_W} \left[\hat{c}_{pe} T_e - \hat{c}_{pe} T_W + \frac{(u_e - u_W)^2}{2} + \right. \\ \left. + Y_{1e} (\Phi_N \Delta H + \Delta c_p T_W) \right]. \quad (16)$$

При выводе соотношений (15), (16) использовалось условие $Y_{1W} = 0$ (и, как следует из граничного условия (9), $\left(\frac{\partial Y_1}{\partial y} \right)_W = 0$), которое, как будет показано в дальнейшем, выполняется точно в случае чисто диффузионного режима реагирования и является хорошим приближением в случае кинетического режима реагирования (по данным работы [11] $Y_{1W} \sim 10^{-8}$). В последующих выводах будем предполагать [11], что величина $\rho\mu = \text{const}$ в пограничном слое, так как $\mu \sim T$, а при постоянном ρ_e из уравнения состояния следует, что $\rho \sim 1/T$.

В соотношениях (14)–(16) приняты обозначения: $B = \frac{(\rho v)_W (u_W - u_e)}{\tau_W}$ — безразмерный параметр массообмена; $\Delta H = \frac{\sum_{i=1}^N m_i h_i^0 (v_i' - v_i'')}{m_N (v_N' - v_N'')} -$ удельная теплота химической реакции при абсо-

лютом нуле; $\Delta c_p = \frac{\sum_{i=1}^N c_{pi} m_i (v_i'' - v_i')}{m_1 (v_1'' - v_1')}$ — удельное изменение теплоемкости при химической реакции. Тогда по определению величина $Q_W = \Phi_N \Delta H + \Delta c_p T_W$ — удельная теплота реакции при температуре T_W , рассчитанная по окислителю.

Первые интегралы (14) системы (3) позволяют свести ее после перехода к новым переменным $z = \int_0^y \rho dy$, $\zeta = \rho\mu x$, $w = \frac{1}{\rho\mu} \left(\rho v + u \frac{\partial z}{\partial x} \right)$ и к решению двух уравнений динамического пограничного слоя

$$\frac{\partial u}{\partial \zeta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial \zeta} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}. \quad (17)$$

Вводя функцию тока Ψ

$$u = u_W + \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = - \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta}$$

и переходя к автомодельным переменным

$$\eta = z \sqrt{\frac{|u_e - u_W|}{2\zeta}}, \quad \Psi = \sqrt{2\zeta |u_e - u_W|} g(\eta) \text{sign}(u_e - u_W),$$

можно показать, что система (17) эквивалентна одному обыкновенному

дифференциальному уравнению

$$\frac{d^3 g(\eta)}{d\eta^3} \operatorname{sign}(u_e - u_w) + \frac{d^2 g(\eta)}{d\eta^2} \left[g(\eta) + \eta \frac{u_w}{u_e - u_w} \right] = 0, \quad (18)$$

где

$$\frac{dg(\eta)}{d\eta} = g'(\eta) = \frac{u - u_w}{u_e - u_w}. \quad (19)$$

Начальные условия для уравнения (18) определяются [3] из соответствующих граничных условий системы (3)

$$g'(0) = 0, \quad g'(\infty) = 1, \quad g(0) = -\operatorname{sign}(u_e - u_w) B g''(0). \quad (20)$$

До интегрирования уравнения пограничного слоя в жидкости (4) преобразуем уравнение энергии, вводя полную удельную энтальпию $H_f = c_f T + \tilde{u}^2/2$ и обозначая $\operatorname{Pr}_f = \mu_f c_f / \lambda_f$

$$\tilde{u} \frac{\partial H_f}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial H_f}{\partial y} = \frac{\mu_f}{\rho_f \operatorname{Pr}_f} \left[\frac{\partial^2 H_f}{\partial y^2} + (\operatorname{Pr}_f - 1) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} \right]. \quad (21)$$

При $\operatorname{Pr}_f \sim 1$ система (4) с уравнением энергии в форме (21) допускает интеграл Крокко, однако для большинства жидкостей, используемых в качестве горючего, $\operatorname{Pr}_f > 1$. Поэтому систему (4) приходится интегрировать в общем виде.

Введем независимые переменные: $\tilde{z} = \rho_f \tilde{y}$, $\tilde{\zeta} = \rho_f \mu_f x$; зависимую переменную $\tilde{w} = \tilde{v} / \mu_f$ и функцию тока Ψ_f :

$$\tilde{u} = u_w + \frac{\partial \Psi_f}{\partial \tilde{z}}, \quad w = -\frac{\partial \Psi_f}{\partial \tilde{\zeta}}.$$

Тогда первое уравнение системы (4) удовлетворяется тождественно, а второе и третье после перехода к новым автомодельным переменным

$$\tilde{\eta} = \tilde{z} \sqrt{\frac{|u_\infty - u_w|}{2\tilde{\zeta}}}, \quad \Psi_f = \sqrt{2\tilde{\zeta} |u_\infty - u_w|} f(\tilde{\eta}) \operatorname{sign}(u_\infty - u_w),$$

$$H_f = (H_{f\infty} - H_{fw}) r(\tilde{\eta}) + H_{fw}$$

сводятся к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$\frac{d^3 f}{d\tilde{\eta}^3} \operatorname{sign}(u_\infty - u_w) + \frac{d^2 f}{d\tilde{\eta}^2} \left(f + \tilde{\eta} \frac{u_w}{u_\infty - u_w} \right) = 0, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r}{d\tilde{\eta}^2} \operatorname{sign}(u_\infty - u_w) + \frac{dr}{d\tilde{\eta}} \left(f + \tilde{\eta} \frac{u_w}{u_\infty - u_w} \right) \operatorname{Pr}_f + (\operatorname{Pr}_f - 1) \operatorname{sign}(u_\infty - u_w) \times \\ \times \frac{1}{H_{f\infty} - H_{fw}} \left[\frac{d^3 f}{d\tilde{\eta}^3} (u_\infty - u_w) u_w + (u_\infty - u_w) \left(\frac{d^2 f}{d\tilde{\eta}^2} + \frac{df}{d\tilde{\eta}} \cdot \frac{d^3 f}{d\tilde{\eta}^3} \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Из граничных условий следует

$$f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1, \quad r(0) = 0, \quad r(\infty) = 1. \quad (24)$$

Чтобы получить дополнительные начальные условия для системы обыкновенных уравнений (20), (22), (23), определим трение на поверхности раздела, расход массы и поток тепла в слой горючего

$$\tau_{fw} = \rho_f \mu_f f''(0) (u_w - u_\infty) \sqrt{\frac{|u_\infty - u_w|}{2\tilde{\zeta}}}, \quad (25)$$

$$(\rho v)_{fw} = \rho_f \mu_f \operatorname{sign}(u_\infty - u_w) \sqrt{\frac{|u_\infty - u_w|}{2\tilde{\zeta}}} [-f(0)], \quad (26)$$

$$-\lambda_f \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{fW} - \frac{\tau_{fW}}{\text{Pr}_f (u_W - u_\infty)} \left[u_W^2 - u_W u_\infty + \frac{r'(0)}{f''(0)} \times \right. \\ \left. \times \left[c_f (T_\infty - T_W) + \frac{u_\infty^2 - u_W^2}{2} \right] \right]. \quad (27)$$

Из граничных условий (7), (8) с помощью соотношений (25), (26) и их аналогов для газовой фазы получим дополнительные начальные условия

$$g''(0) = f''(0) \sqrt{\frac{\rho_f \mu_f}{\rho \mu}} \left(\frac{u_\infty - u_{Wf}}{u_W - u_e} \right)^{3/2}, \quad (28)$$

$$g(0) = -f(0) \sqrt{\frac{\rho_f \mu_f}{\rho \mu}} \left(\frac{u_\infty - u_W}{u_W - u_e} \right)^{1/2}. \quad (29)$$

Систему уравнений для определения неизвестного параметра массообмена получим, как в [3, 12], подставляя в граничные условия (10)–(12) соотношения для концентраций и теплоточков у поверхности раздела в газе (15), (16) и жидкости (27)

$$B = Y_{1e} \Phi_N + \sum_{i=2}^N \frac{m_N}{m_i} (Y_{ie} - Y_{1e} \Phi_i) \left(\frac{P_e}{P_{NW}} - 1 \right)^{-1}, \quad (30)$$

$$\frac{r'(0)}{f''(0)} c_e (T_W - T_\infty) = \text{Pr}_f \frac{u_W - u_\infty}{u_e - u_W} \left[\hat{c}_{pe} (T_e - T_W) + Y_{1e} (\Phi_N \Delta H + \Delta c_p T_W) - \right. \\ \left. - B h_L \right] + \frac{1}{2} (u_W - u_\infty) \left[\text{Pr}_f (u_e - u_W) + 2u_W - \frac{r'(0)}{f''(0)} (u_W - u_\infty) \right]. \quad (31)$$

Уравнения (18) в газе и (22), (23) в жидкости с начальными условиями (11), (20), (24), (28)–(31) составляют замкнутую систему для определения неизвестных функций $g(\eta)$, $f(\eta)$, $r(\eta)$ и неизвестных параметров u_W , T_W , B , p_{NW} .

При известной функции распределения скоростей в пограничном слое в газе $g'(\eta)$ нетрудно найти положение поверхности диффузионного пламени ($\eta = \eta_*$), предполагая, что выше поверхности отсутствуют пары горючего, ниже нет окислителя [11]. Такое предположение оправдано для диффузионных пламен, когда скорость химической реакции во много раз превосходит скорость диффузии [3]. Тогда для определения поверхности пламени имеем соотношение [3]

$$g'(\eta_*) = \frac{B - Y_{1e} \Phi_N}{B(1 + Y_{1e} \Phi_N)}. \quad (32)$$

Для проверки области применимости введенного определения найдем скорости образования компонентов $\bar{\omega}_{i*}$ на поверхности пламени, лимитируемые, как уже отмечалось, процессами диффузии. Из условия сохранения потоков массы компонентов через поверхность $\eta = \eta_*$ имеем

$$\bar{\omega}_{i*} = -(\rho D)_* \left[\left(\frac{\partial Y_i}{\partial n} \right)_*^+ - \left(\frac{\partial Y_i}{\partial n} \right)_*^- \right], \quad (33)$$

где \vec{n} — нормаль к поверхности $\eta = \eta_*$, индексы + и — относятся к параметрам выше и ниже поверхности пламени. Учитывая, что $\frac{\partial Y}{\partial n} =$

$= \frac{\partial Y}{\partial \eta} |\text{grad } \eta|$, преобразуем (33) к виду

$$\bar{\omega}_{i*} = -\mu_* |\text{grad } \eta|_* \left[\left(\frac{\partial Y_i}{\partial \eta} \right)_*^+ - \left(\frac{\partial Y_i}{\partial \eta} \right)_*^- \right].$$

Ввиду автомодельности задачи выражение $\mu_* \left[\left(\frac{\partial Y_i}{\partial \eta} \right)_*^+ - \left(\frac{\partial Y_i}{\partial \eta} \right)_*^- \right] =$

= const при $\eta = \eta_*$, а $|\text{grad } \eta|_*$ зависит от продольной координаты x

$$|\text{grad } \eta|_* = \sqrt{\frac{\eta_*^2}{4x^2} + \frac{\rho_* |u_e - u_w|}{\mu_* x}}. \quad (34)$$

Соотношение (34) показывает, что $|\text{grad } \eta|_*$ и, следовательно, скорость расхода массы $\bar{\omega} = \bar{\omega}_{i*}/m_i (v_i - v_i')$, определяемая из гидродинамических соображений, бесконечно велики при $x \rightarrow 0$ и уменьшаются до нуля при $x \rightarrow \infty$. Поэтому вблизи носика пограничного слоя диффузионные потоки бесконечно велики и, как отмечается в [1], наблюдается срыв пламени. На некотором расстоянии от носика, пока потоки диффузии еще достаточно велики, определяющее влияние на скорость горения оказывает химическая кинетика. Затем скорость реакции, определяемая кинетикой, становится сравнимой со скоростью подачи реагентов в результате диффузии, и в дальнейшем ($x > x_D$) при уменьшении диффузионных потоков скорость горения определяется диффузией. Таким образом, предположение о диффузионном режиме горения справедливо при $x > x_D$. Однако, как показывают экспериментальные исследования [2, 9], во многих задачах влияние начального участка $0 < x < x_D$ на распределение параметров в пограничном слое незначительно и им можно пренебречь.

При известном решении системы (18), (22), (23) профили концентраций (Y_i), скоростей (u), температур (T) и других теплофизических параметров выше и ниже поверхности пламени определяются из первых интегралов (14), (15):

$$\begin{aligned} u &= (u_e - u_w)g'(\eta) + u_w, \quad \tilde{u} = (u_\infty - u_w)f'(\tilde{\eta}) + u_w, \\ Y_N^+ &= 0, \quad Y_N^- = \frac{1}{1+B} [B - Y_{1e}\Phi_N - Bg'(\eta)(1 + Y_{1e}\Phi_N)], \\ Y_1^- &= 0, \quad Y_1^+ = \frac{1}{(1+B)\Phi_N} [Y_{1e}\Phi_N(1 + Bg'(\eta)) - B(1 - g'(\eta))], \\ Y_i^- &= \frac{-\Phi_i Y_{1e}}{1+B} [1 + Bg'(\eta)], \quad Y_i^+ = \frac{-B\Phi_i}{(1+B)\Phi_N} [1 - g'(\eta)] \quad (i=2, \dots, N-2), \\ Y_{N-1}^+ &= Y_{N-1,e} \frac{1 + Bg'(\eta)}{1+B}, \\ \hat{c}_p^- &= [1 - g'(\eta)] \hat{c}_{pw} + g'(\eta) (\hat{c}_{pe} - Y_{1e}\Delta c_p), \\ \hat{c}_p^+ &= [1 - g'(\eta)] \hat{c}_{pw} + g'(\eta) \hat{c}_{pe} + \Delta c_p \frac{Y_{1e}\Phi_N - B}{(1+B)\Phi_N} [1 - g'(\eta)], \\ T^- &= T_w + g'(\eta)(T_e - T_w) \frac{\hat{c}_{pe}}{\hat{c}_p^-} + \frac{(u_e - u_w)^2}{2\hat{c}_p^-} [g'(\eta) - g'^2(\eta)] + \\ &\quad + g'(\eta) \frac{Y_{1e}Q_w}{\hat{c}_p^-}, \quad (35) \\ T^+ &= T_w + g'(\eta)(T_e - T_w) \frac{\hat{c}_{pe}}{\hat{c}_p^+} + \frac{(u_e - u_w)^2}{2\hat{c}_p^+} [g'(\eta) - g'^2(\eta)] + \\ &\quad + [1 - g'(\eta)] \frac{(B - Y_{1e}\Phi_N)Q_w}{(1+B)\Phi_N \hat{c}_p^+}, \\ \tilde{T} &= T_w + r(\tilde{\eta})(T_\infty - T_w) + \frac{u_\infty^2 - u_w^2}{2c_f} r(\tilde{\eta}) + \frac{f'(\tilde{\eta})}{c_f} (u_w - u_\infty)u_w - \\ &\quad - \frac{f'^2(\tilde{\eta})}{2c_f} (u_\infty - u_w)^2. \end{aligned}$$

Отметим, что для большинства жидких горючих материалов при

обдувании поверхности потоком окислителя с дозвуковыми скоростями выполняются условия

$$\frac{u_W^2}{c_f(T_W - T_\infty)} \ll 1, \quad \frac{u_W - u_e}{c_f(T_W - T_\infty)} \ll 1, \quad \frac{u_e^2}{c_f(T_W - T_\infty)} \ll 1,$$

которые позволяют для данного класса задач сильно упростить систему (18), (22), (23) и начальные условия. В частности, при скорости внешнего потока $u_e \approx 1$ м/с, что соответствует данным [9], ошибка при пренебрежении указанными членами не превышает 10^{-5} .

В качестве примера рассмотрим задачу о горении этилового спирта в потоке окислителя. При этом $u_\infty = 0$ и система принимает вид

$$\begin{aligned} g'''(\eta) + g''(\eta) \left[g(\eta) + \eta \frac{u_W}{u_e - u_W} \right] &= 0, \\ f'''(\tilde{\eta}) - f''(\tilde{\eta}) [f(\tilde{\eta}) - \tilde{\eta}] &= 0, \\ r'(\tilde{\eta}) - r'(\tilde{\eta}) [f(\tilde{\eta}) - \tilde{\eta}] \text{Pr}_f &= 0. \end{aligned} \quad (36)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} g'(0) = 0, \quad f'(0) = 0, \quad r(0) = 0, \quad g'(\infty) = 1, \quad f'(\infty) = 1, \quad r(\infty) = 1, \\ g''(0) = f''(0) \sqrt{\frac{(\rho\mu)_f}{\rho\mu}} \left(\frac{u_W}{u_e - u_W} \right)^{3/2}, \quad g(0) = -f(0) \sqrt{\frac{(\rho\mu)_f}{\rho\mu}} \left(\frac{u_W}{u_e - u_W} \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} g(0) = -Bg''(0), \quad \frac{r'(0)}{f''(0)} c_f(T_W - T_\infty) = \text{Pr}_f \left(\frac{u_W}{u_e - u_W} \right) [\hat{c}_{pe}(T_e - T_w) + \\ + \gamma_{1e} Q_W - Bh_L]. \end{aligned}$$

Условия (37) дополняются соотношениями (30) и (11) для определения параметра массообмена B и парциального давления паров горючего у поверхности p_{NW} .

На рис. 1 представлены результаты численного интегрирования системы (36), (37) для случая, когда в жидкости $\text{Pr}_f = 10$, что соответствовало условиям эксперимента [9]. Видно, что изменение концентрации окислителя во внешнем потоке сильно влияет на решение в газе

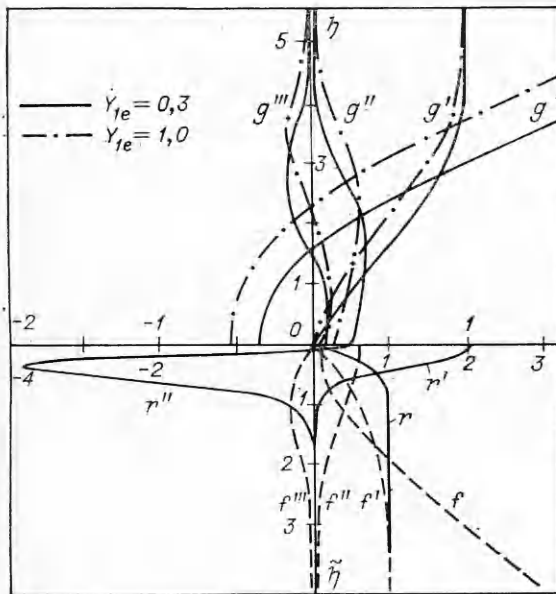


Рис. 1.

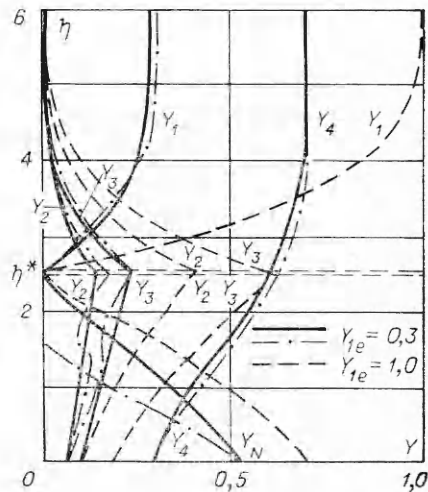


Рис. 2.

Значения основных параметров при горении C_2H_5OH в потоке окислителя

Модель расчета	Y_{1e}	Y_{NW}	T_w, K	B	$g''(0)$	$f''(0)$	$r'(0)$	$\frac{u_w}{u_e} \frac{W}{W_e}$
Не учитывается движение в слое горячего	1,0	0,85	349	8,80	0,075	—	—	—
Движение слоя горячего учитывается, $Pr_f = 1$	1,0 0,3	0,76 0,51	343 324	5,10 1,36	0,116 0,257	0,592 0,608	— —	0,020 0,034
Движение слоя горячего учтено, $Pr_f = 10$	1,0 0,3	0,70 0,53	339 325	4,01 1,43	0,137 0,248	0,592 0,610	2,063 2,153	0,022 0,033

($\eta > 0$) и практически не сказывается на решении в жидкости ($\tilde{\eta} > 0$).

Для сравнения сделан расчет для случая $Pr_f = 1$. При этом наличие первого интеграла системы (4) существенно упрощает процедуру и снижает время счета. Результаты решения показали, что для исследуемых задач изменение числа Прандтля жидкости от 1 до 10 практически не оказывает влияния на основные параметры задачи. В таблице приведены значения B , T_w и Y_{NW} у поверхности, рассчитанные с применением различных моделей.

Распределение концентраций компонентов выше и ниже поверхности пламени показано на рис. 2 ($Y_2 - H_2O$, $Y_3 - CO_2$, $Y_4 - N_2$). Штрихпунктирными кривыми нанесено изменение концентрации по данным экспериментов [2]. Отличие в распределении концентрации горячего и наличие окиси углерода в продуктах реакции позволяет предположить, что для получения более точных результатов необходимо вводить двухфронтную модель при описании зоны химической реакции.

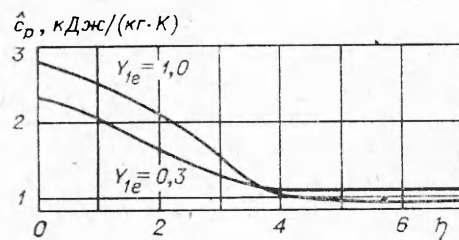
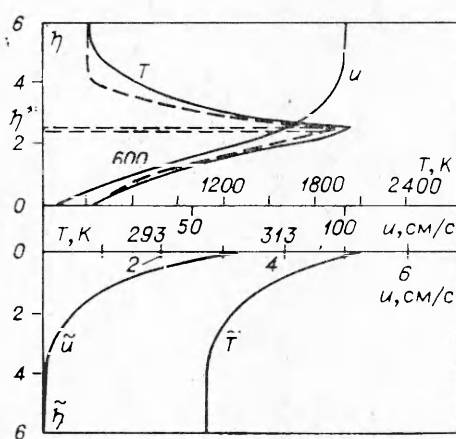


Рис. 4.

Рис. 3.

На рис. 3 представлено распределение скоростей и температур в пограничном слое в газе и жидкости. Штриховая кривая — результат экспериментальных замеров температуры (по данным [9]). Изменение средней теплоемкости смеси (все $c_{pi} = \text{const}$) показано на рис. 4.

Таким образом, в работе предлагается схема исследования ламинарных диффузионных пламен над жидким топливом в потоке окислителя или за ударной волной. Задача сведена к решению системы дифференциальных и трансцендентных уравнений. Проведены расчеты конкретных режимов горения, позволяющие сравнить теоретические результаты с экспериментальными данными.

Поступила в редакцию 22/IV 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Кустов, С. С. Рыбанин. ФГВ, 1970, 6, 1, 54.
2. Б. Ф. Бояршинов, Э. П. Волчков, В. Н. Терехов и др. ФГВ, 1981, 17, 6, 21.
3. Н. Н. Смирнов. Вестн. МГУ. Матем., механ., 1982, 3, 69.
4. G. A. Marxaman, M. Gilbert. 9-th Symp. (Intern.) on Combust. Academic Press: N. Y., 1963.
5. Н. Н. Смирнов. Вестн. МГУ. Матем., механ., 1980, 2, 81.
6. Н. Н. Зверев, Н. Н. Смирнов. ФГВ, 1982, 18, 1, 143.
7. K. W. Ragland. AIAA J., 1970, 8, 3.
8. K. W. Ragland, J. A. Nicholls. AIAA J., 1969, 7, 5, 859.
9. Toshisuke Hirano, Mitsuo Kinoshita. 15-th Symp. (Intern.) on Combustion. Tokyo, 1974.
10. G. A. Marxaman, C. E. Wooldridge, R. I. Muzzy. Progress in Aeronautics and Astronautics. V. 15. Heterogeneous Combustion Conference. Palm Beach, Florida, 1963. Academic Press: N. Y., 1964.
11. Ф. А. Вильямс. Теория горения. М.: Наука, 1971.
12. Н. Н. Зверев, Н. Н. Смирнов. Вестн. МГУ. Матем., механ., 1981, 3, 57.

О ЗАЖИГАНИИ ЦЕЛЛЮЛОЗООБРАЗНЫХ МАТЕРИАЛОВ ЛУЧИСТЫМ ПОТОКОМ

И. С. Мицко, Н. И. Шабалин

(Минск)

Исследование процессов зажигания целлюлозообразных материалов чрезвычайно затруднено необходимостью учета при анализе сложных взаимосвязанных нестационарных физико-химических процессов. Вероятно, эти обстоятельства послужили причиной того, что результаты, полученные в ряде теоретических [1, 2] и экспериментальных [3, 4] работ в этой области, не соответствуют, а зачастую даже противоречат друг другу. В связи с этим представляется целесообразным проведение дальнейших исследований по тепловому зажиганию целлюлозообразных материалов и, в частности, по определению его важнейшей характеристики — периода индукции.

Физическая модель процесса представляется следующей: при нагреве твердого топлива внешним источником тепла q происходит его термическое разложение с выделением летучих компонентов, которые диффундируют в газовую фазу, смешиваясь с окислителем. По мере дальнейшего нагрева и достижения некоторых тепловых условий приготовления из окислителя и летучих компонентов горючая смесь воспламеняется. Поскольку исследуется тепловая природа зажигания, газовая смесь принимается реакционноспособной, поэтому процессы переноса массы в системе не рассматриваем. Кроме того, по имеющимся литературным данным (например, [5]) для определенного класса твердых топлив теплоту термического разложения можно считать равной нулю, в связи с чем тепловым эффектом пиролиза при формулировке задачи пренебрегаем.

Учитывая, что найти нестационарное распределение температуры газовой фазы при наличии свободной конвекции Θ_n аналитически невозможно, используем корреляцию вида $\Theta_n = k\Theta_{n1}$ аналогично работе [6], где k — коэффициент, отражающий молярный механизм переноса тепла; Θ_{n1} — температурное поле, определенное для неподвижной среды. Тогда математически задача формулируется системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta_x}{\partial \tau} &= a_x \frac{\partial^2 \Theta_x}{\partial y^2} + \frac{Qk}{c_x \rho_x} \exp\left(-\frac{E}{RT_x}\right), \\ \frac{\partial \Theta_n}{\partial \tau} &= a_n \frac{\partial^2 \Theta_n}{\partial y^2}, \\ y = -\infty: \quad \lambda_n \frac{\partial \Theta_n}{\partial y} &= 0, \quad \Theta = T - T_0, \end{aligned}$$