

ЛИТЕРАТУРА

1. Акинъшин В. Д., Макаров А. М., Селезнев В. Д., Шарипов Ф. М. Течение разреженного газа в плоском канале конечной длины в широком диапазоне чисел Кнудсена // ПМТФ.— 1988.— № 1.
2. Bhatnagar P. L., Gross E. P., Krook M. A. A model for collision process in gases // Phys. Rev.— 1954.— V. 94, N 3.
3. Cercignani C., Pagani C. D. Variational approach to boundary-value problems in kinetic theory // Phys. Fluids.— 1966.— V. 9, N 10.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.— М.: Наука, 1978.
5. Посконов В. М., Полетаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена.— М.: Наука, 1984.
6. De Marcus W. C. The problem of Knudsen flow.— Tennessee, 1957.— (Rept/Oak Ridge Lab.; K — 1302).
7. Шарипов Ф. М., Акинъшин В. Д., Селезнев В. Д. Течение разреженного газа через тонкую щель.— Минск, 1987.— Деп. в ВИНТИ 17.06.87, № 4392—В87.

г. Свердловск,
г. Москва

Поступила 21/III 1988 г.

УДК 533.6

В. М. Ковеня, А. С. Лебедев

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЯЗКОГО ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ В БЛИЖНЕМ СЛЕДЕ

Исследование течения в следе за телом — важная задача аэродинамики. Это обусловлено, например, тем, что донное сопротивление тел вращения может составлять до 30 % их полного сопротивления, т. е. в значительной мере определять аэродинамику летательного аппарата. Большой интерес к изучению отрывного течения в следе отразился в появлении целого ряда теоретических и экспериментальных работ, достаточно полные обзоры которых даны в [1—5]. Картина течения в донной области сложна, многие ее фрагменты еще не поддаются теоретическому анализу. Упрощенные модели, разрабатываемые для исследования донных течений, а также интегральные и полуэмпирические методы расчета донного давления не достаточно универсальны, область применения этих методов ограничена лежащими в основе их построения упрощениями и допущениями.

По существующим представлениям в наиболее полной постановке отрывные течения описываются уравнениями Навье — Стокса сжимаемого теплопроводного газа. В рамках этих уравнений может быть описано возникновение и развитие зон отрыва и других особенностей течения без привлечения дополнительной априорной информации. Однако численное интегрирование уравнений Навье — Стокса сопряжено со значительными трудностями, поэтому число работ, использующих такой подход при моделировании донных течений, сравнительно невелико (наиболее систематические исследования проведены в [5—7]); эти работы не охватывают все вопросы, связанные с изучением течения в следе, ввиду его сложности и зависимости от многих факторов.

В данной работе изучается ламинарное течение в ближнем следе за затупленным телом небольшого удлинения. Получены зависимости от чисел Маха и Рейнольдса набегающего потока ряда геометрических характеристик следа, относительного донного давления и его вклада в полное сопротивление тела. Приведены примеры влияния на донное давление формы тела и теплового режима на его поверхности. Обнаружено, что при некоторых параметрах набегающего потока в окрестности точки отрыва происходит формирование мелкомасштабных вихрей (аналогичное явление предсказывалось ранее в отдельных экспериментальных работах), а на оси симметрии в возвратном течении возможно возникновение локальной сверхзвуковой зоны.

1. Постановка задачи и метод решения. Рассматривается течение около осесимметричного тела с вертикальным донным срезом. На тело под нулевым углом атаки со сверхзвуковой скоростью набегающий поток вязкого сжимаемого теплопроводного газа. В соответствии с теоретическими представлениями и на основании имеющихся опытных данных (см., например, [1, 3]) можно дать следующую схему отрывного течения в ближнем следе. Под действием инерционных сил, превосходящих силы вязкости, пограничный слой, сходящий с тела, отрывается от угла тела в точке G (рис. 1), расположенной несколько ниже угловой точки F . Оторвавшийся вязкий слой увлекает за собой часть газа, заключенного в донной области, понижает тем самым в ней давление и вместе с внешним потоком отклоняется к оси, где на некотором расстоянии от

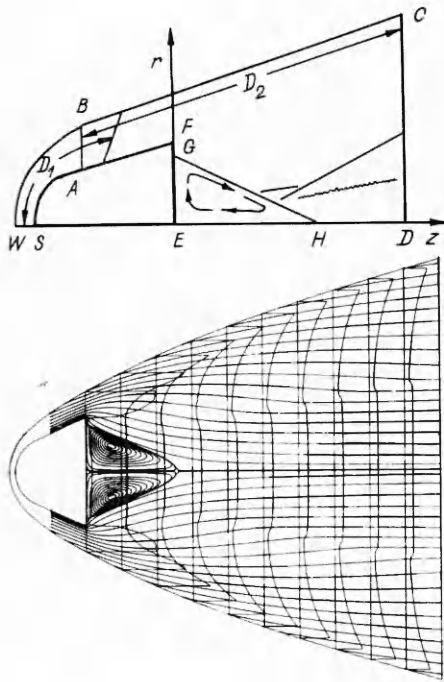


Рис. 1

донного среза сливается с симметричным ему вязким слоем, образуя горло следа. В зоне слияния давление в газе повышается, происходит повторный разворот потока (почти параллельно оси), образуется хвостовой скачок уплотнения. Внутренняя, ближняя к оси, часть вязкого слоя, теряя скорость в результате взаимодействия с газом из отрывной области, не может преодолеть повышенного давления в горле следа и поворачивает обратно ко дну тела — в установившемся ближнем следе формируется замкнутая область рециркуляционного течения, отделенная от остального потока разделяющей линией тока GH . Во внешнем невязком потоке в окрестности угловой точки F возникает течение расширения; непосредственно за верром волн разрежения располагается кормовой скачок уплотнения, вызванный перерасширением пристеночного вязкого слоя в угловой точке. (На рис. 1 показаны также полученные в

одном из расчетов линии тока и профили давления, по которым видно положение хвостового скачка уплотнения.)

В данной работе полагается, что течение ламинарное и описывается системой уравнений Навье — Стокса [8], которая в осесимметричном ($j = 1$) и плоском ($j = 0, r = 1$) случаях может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial r} + v \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{1}{r \rho \text{Re}} \left(\frac{\partial}{\partial r} r G^{11} + \frac{\partial}{\partial z} r G^{12} - j G^{33} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{1}{r \rho \text{Re}} \left(\frac{\partial}{\partial r} r G^{12} + \frac{\partial}{\partial z} r G^{22} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{p}{\rho} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{\gamma}{r \rho \text{Pr Re}} \left(\frac{\partial}{\partial r} r \mu \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} r \mu \frac{\partial T}{\partial z} \right) &= \\ &= \frac{1}{\rho \text{Re}} \left(G^{11} \frac{\partial u}{\partial r} + G^{12} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) + G^{22} \frac{\partial v}{\partial z} + j G^{33} \frac{u}{r} \right), \\ G^{11} &= \lambda \text{div } \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r}, \quad G^{12} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right), \\ G^{22} &= \lambda \text{div } \mathbf{v} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial z}, \quad G^{33} = \lambda' \text{div } \mathbf{v} + 2\mu \frac{u}{r}, \quad \text{div } \mathbf{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z}. \end{aligned}$$

Здесь t — время; r и z — поперечная и продольная координаты; u и v — поперечная и продольная составляющие скорости; ρ — плотность; p — давление; μ и λ — коэффициенты вязкости; Pr и Re — числа Прандтля и Рейнольдса. При записи уравнений использованы безразмерные величины, введенные следующим образом (S — безразмерная величина, S' — размерная, S_∞ — значение ее в невозмущенном потоке, R_0 — радиус закругления тела):

$$\begin{aligned} \rho' &= \rho \rho_\infty, \quad u' = uv_\infty, \quad v' = vv_\infty, \quad \text{Re} = \rho_\infty v_\infty R_0 / \mu_\infty, \\ p' &= p \rho_\infty v_\infty^2, \quad r' = r R_0, \quad z' = z R_0, \quad t' = t R_0 / v_\infty, \\ T' &= T v_\infty^2 / c_p, \quad \mu' = \mu \mu_\infty, \quad \lambda' = \lambda \mu_\infty, \quad \kappa' = \kappa \mu_\infty. \end{aligned}$$

Приняты допущения: газ совершенен ($p = (\gamma - 1)\rho T$); коэффициенты вязкости удовлетворяют соотношению Стокса $3\lambda + 2\mu = 0$; динамический коэффициент вязкости есть функция только абсолютной температуры ($\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^\omega$, в расчетах $\omega = 0,75$); $\gamma = c_p/c_v = 1,4$; $Pr = c_p\mu/\kappa = 0,72$.

Задача обтекания решается в области, ограниченной ломаной $WBCDEFASW$ (см. рис. 1). На поверхности тела $SAFE$ задаются условия прилипания для скорости и режим теплоизоляции для температуры. На внешней границе WBC , за которую принимается головной скачок уплотнения, ставятся условия Рэнкина — Гюгонно (положение границы WBC и значения величин на ней определяются численно по алгоритму, изложенному в [9]). На WS и ED задаются условия симметрии. На выходной границе DC функции считаются изменяющимися линейно в продольном направлении.

Конечно-разностная схема, применявшаяся для получения приводимых ниже результатов, представляет собой неявную схему, построение которой основано на идее расщепления стабилизирующего оператора по физическим процессам и пространственным направлениям [10]; она имеет второй порядок аппроксимации и реализуется скалярными прогонками. Вся расчетная область при численном интегрировании разбивается на две частично перекрывающиеся друг друга области (см. рис. 1): сначала решение стационарных уравнений Навье — Стокса методом установления отыскивается в области \bar{D}_1 , охватывающей течение у головной части тела, а затем — в области \bar{D}_2 , которая включает в себя течение у боковой поверхности тела и в ближнем следе за ним.

Для контроля точности численных решений в области D_2 проводился ряд тестов [11]: а) проверка сходимости решений на последовательности сеток, содержащих 61×59 , 91×97 , 151×173 узлов; б) сравнение результатов расчетов по уравнениям, аппроксимированным в дивергентном и недивергентном виде, с целью оценить влияние остаточных членов газодинамической части уравнений; в) сравнение с результатами расчетов, проведенных другими авторами [5]; г) проверка выполнения интегральных законов сохранения для различных замкнутых контуров. Все тесты свидетельствовали о высокой точности расчетов. Например, ошибка в выполнении интегральных законов сохранения составляла обычно 0,01—0,10 %, лишь в отдельных случаях достигая 1,0—1,5 %.

2. Результаты расчетов. Головная часть фигурирующего в расчетах тела представляет собой затупленный по сфере единичного радиуса конус с углом полураствора 25° ; на расстоянии 1,75 от носка по оси образующая без излома переходит в окружность, радиус которой равен $7/3$; полная длина тела равна 2, а радиус донного среза 1,55. Рассмотрим влияние чисел Маха и Рейнольдса набегающего потока на некоторые геометрические характеристики ближнего следа. На рис. 2 цифрой 1 обозначена r -координата точки отрыва, 2 — длина возвратной зоны, 3 — r -координата центра вращения, 4 — z -координата центра вращения, 5 — z -координата максимума возвратной скорости (донный срез расположен при $z = 0$). Длина возвратной зоны на рис. 2, а отнесена к $6R$, а на рис. 2, б — к $4R$, все остальные величины — к R (R — радиус донного среза). Из графиков видно, что при увеличении Re и уменьшении M длина возвратной зоны растет, а точка отрыва и центр вращения удаляются от оси симметрии. Продольные координаты центра вращения и максимума возвратной скорости ведут себя не

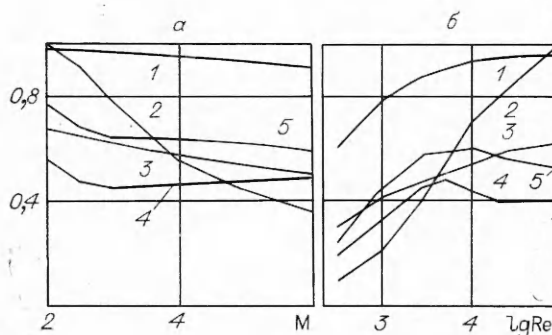


Рис. 2

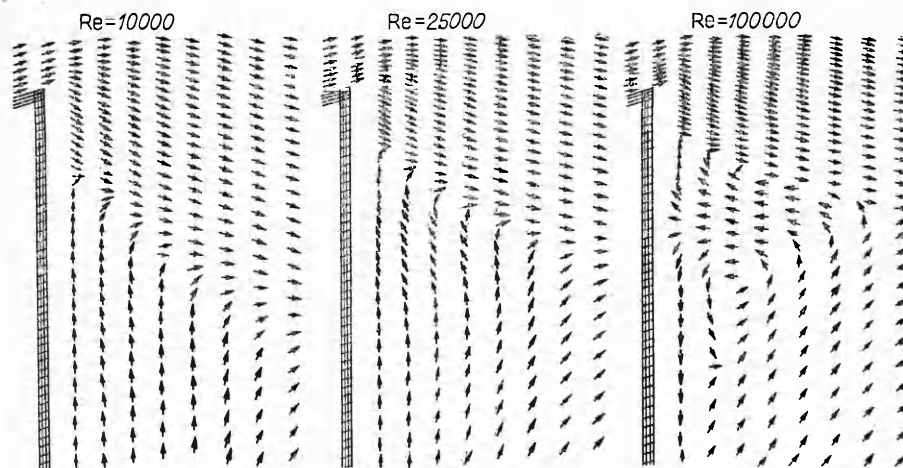


Рис. 3

так регулярно, однако неизменно их взаимное расположение относительно донного среза: центр вращения находится ближе к донному срезу, чем точка максимума возвратной скорости.

Из рис. 3, на котором показаны фрагменты поля направлений скорости вблизи донного среза при нескольких Re , видно, что наряду со смещением точки отрыва внешнего потока к угловой точке изменяется сама структура течения: в окрестности точки отрыва происходит формирование пары мелкомасштабных вихрей, вращающихся в противоположных направлениях. В пользу того, что и в реальных течениях может иметь место это полученное в расчетах явление, свидетельствуют результаты некоторых экспериментальных работ. Так, при исследовании отрывного течения перед ступенькой [12] около линии отрыва в пристеночной части пограничного слоя наблюдалось «бульбообразное» утолщение, наличие которого объясняется формированием системы локальных вихрей; предполагается, в частности, что в ее окрестности следует ожидать местного повышения тепловых потоков к поверхности (в данных расчетах в окрестности локальных вихрей на донном срезе получен небольшой локальный максимум температуры). В [13], где изучается донное течение за конусами, авторы обращают внимание на кольцевую зону отрыва потока и высказывают предположение о существовании в ней еще двух вихревых колец, необходимых для согласования сходящихся потоков. Заметим, что приближение точки отрыва к угловой точке при уменьшении M в данных расчетах также сопровождалось образованием пары дополнительных вихрей.

В табл. 1 для различных M и Re приведены следующие величины: α и β — углы в градусах между осью Or и хвостовым и кормовым скачками соответственно; $\bar{d} = d/D$ — диаметр горла следа d , отнесенный к диаметру донного среза D ; $I = \Delta p/p_\infty$ — интенсивность хвостового скачка

Т а б л и ц а 1

M	Re	β	α	I	\bar{d}	M	Re	β	α	I	\bar{d}
2	$5 \cdot 10^3$	62,8	63,8	0,21	0,66	6	10^3	83,7	80,0	0,65	0,49
2,5	$5 \cdot 10^3$	71,5	69,6	0,26	0,66	6	$2,5 \cdot 10^4$	85,4	80,0	0,65	0,55
3	$5 \cdot 10^3$	78,5	75,9	0,34	0,66	6	10^4	87,5	80,0	0,65	0,67
4	$5 \cdot 10^3$	82,2	78,8	0,43	0,68	6	$3 \cdot 10^3$	—	80,0	0,65	0,85
5	$5 \cdot 10^3$	85,4	79,8	0,53	0,71	6	10^3	—	80,0	0,65	0,98
6	$5 \cdot 10^3$	87,8	80,0	0,65	0,77						

(Δp — разность давлений до и после скачка, p_∞ — давление в набегающем потоке). Кормовой скачок является слабым и заметен только на небольшом расстоянии от донного среза. Диаметр горла следа d определяется как минимальный диаметр вязкого ядра потока в следе; за внешнюю границу вязкого ядра принимается линия резкого увеличения дефекта продольной составляющей скорости. Из табл. 1 видно, что увеличение M вызывает наклон кормового и хвостового скачков к оси симметрии и рост интенсивности хвостового скачка. Уменьшение Re приводит к увеличению d и не влияет (в пределах точности определения) на наклон хвостового скачка и его интенсивность. Указанные тенденции изменения ориентации скачков совпадают с данными [3, 14, 15], а рост d при уменьшении Re и увеличении M согласуется с результатами экспериментов [16].

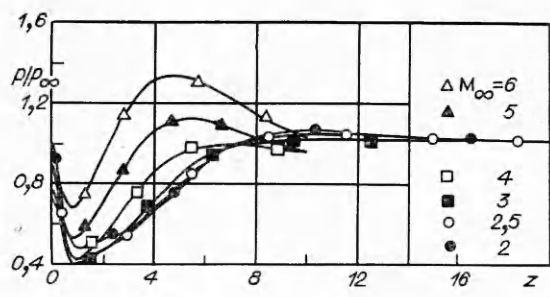


Рис. 4

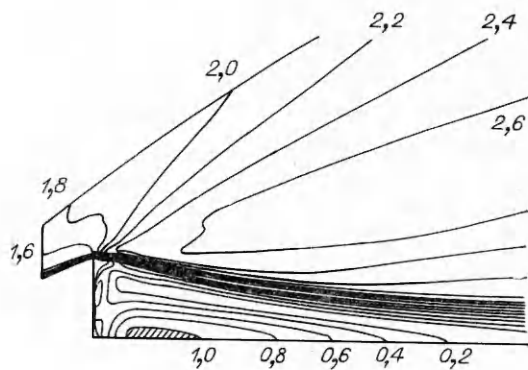


Рис. 5

Рассмотрим поведение некоторых величин на оси симметрии. Температура с удалением от донного среза сначала уменьшается. В зоне возвратного течения она имеет локальный минимум, а вблизи критической точки (в конце рециркуляционной зоны) — локальный максимум. Ниже по течению от критической точки температура падает, стремясь к своему значению в набегающем потоке. Качественно аналогичным образом ведет себя и давление, однако локальный максимум для него располагается на некотором расстоянии ниже по течению от критической точки, а последующее приближение к значению в набегающем потоке происходит быстрее. Для больших M характерен «заброс» давления, когда в точке локального максимума оно превосходит давление в набегающем потоке (рис. 4). Число Маха невозмущенного потока оказывает сильное влияние на уровень величин в ближнем следе. Так, при росте M от 2 до 6 на расстоянии $3D$ от донного среза относительная плотность ρ/ρ_∞ убывает от 0,8 до 0,2. Увеличение Re и уменьшение M приводят к росту M в зоне обратных токов, что соответствует увеличению скорости возвратного течения и падению температуры газа. Максимальное число Маха в возвратной зоне, полученное в данных расчетах, оказывается сверхзвуковым, достигая $M_m = 1,05-1,08$. По изолиниям числа Маха, которые на рис. 5 показаны для $M = 2,5$, $Re = 5000$, можно судить о размерах и расположении локальной сверхзвуковой зоны (она заштрихована).

О существенном влиянии на течение геометрии обтекаемого тела свидетельствует сравнение ряда характеристик ближнего следа за телами: конусом, клином (соответственно осе- и плоскосимметричное тела с одинаковой, заданной выше, образующей) и цилиндром (радиус затупления и длина которого такие же, как у конуса). Набегающий поток во всех случаях имел параметры: $M = 3$, $Re = 5000$. В табл. 2 приведены r_0/R , z_0/R , z_v/R , r_c/R , z_c/R — положение точек отрыва и критической, максимума возвратной скорости, центра вращения; α , β — наклон хвостового и кормового скачков в градусах; $I = \Delta p/p_\infty$ — интенсивность хвостового

Т а б л и ц а 2

Обтекаемое тело	r_0/R	z_0/R	z_v/R	r_c/R	z_c/R	β	α	I	\bar{d}	\bar{p}/p_∞
Конус	0,96	4,65	0,64	0,62	0,45	78,5	75,9	0,34	0,66	0,50
Цилиндр	0,96	4,58	0,78	0,63	0,49	78,8	72,7	0,23	0,86	0,57
Клин	0,94	4,17	0,92	0,39	0,69	86,3	74,6	0,57	0,39	0,64

скачка; $\bar{d} = d/D$ — диаметр горла следа; \bar{p}/p_∞ — относительное донное давление (\bar{p} — осредненное по дну давление). Величины, имеющие размерность длины, для каждого тела отнесены к радиусу (диаметру) его собственного донного среза. Из табл. 2 видно, что для осесимметричных тел положение точек отрыва и критической почти одинаковое, а для клина длина возвратной зоны меньше и точка отрыва несколько ближе к оси симметрии. Существенно ближе к оси и дальше от донного среза находится центр вращения за плоским телом. Наклон хвостового скачка для всех трех тел приблизительно одинаков, но расположен этот скачок в плоском случае ближе к оси, чем в осесимметричном. Интенсивность хвостового скачка за конусом заметно больше, чем за цилиндром, но меньше, чем за клином. Кормовой скачок за плоским телом несколько сильнее наклонен к оси. Диаметр горла следа минимален за клином и максимален за цилиндром. Относительное донное давление наибольшее за плоским телом, а для конуса оно меньше, чем для цилиндра. Сильно зависит от геометрии тела M_m в возвратном течении: за конусом образуется локальная сверхзвуковая зона — $M_m = 1,05$, за цилиндром возвратный поток дозвуковой — $M_m = 0,83$, а за клином скорости еще меньше — $M_m = 0,63$.

Прямое экспериментальное подтверждение существования при некоторых режимах обтекания локальной сверхзвуковой зоны в рециркуляционной области ближнего следа за телом отсутствует. Приведем данные, которые все же позволяют считать это явление возможным. В [17, 18] исследуется обтекание цилиндра, установленного на пластине, сверхзвуковым потоком с $M = 2,5$ и $3,11$. В области возвратного дозвукового течения перед цилиндром обнаружена локальная зона со сверхзвуковыми скоростями. Следовательно, сам факт существования сверхзвуковых зон в отрывных течениях экспериментально установлен. Существенным является то, что наличие таких зон авторы указанных работ связывают с пространственным характером течения. С таким представлением согласуются результаты данных расчетов, ведь, как было отмечено выше, сверхзвуковая зона в них получена в трехмерном осесимметричном следе за телом в окрестности оси симметрии, где течение «наиболее трехмерно», но отсутствовала в случае плоского двумерного течения. В [19] изучается структура течения за острым конусом с углом полураствора 10° , который обтекается воздухом с $M = 3$. Отмечается, что в зоне рециркуляционного течения имеется интенсивная центральная струя, причем M в ней достигает значения $0,8$. Таким образом, наблюдалось донное течение с M_m , хотя и меньшим единицы, но достаточно большим, чтобы можно было ожидать, что при несколько другом режиме обтекания и форме тела возникнет местная сверхзвуковая зона. Наконец, отметим работу [20], в которой численно, в рамках уравнений Навье — Стокса, решается задача об осесимметричном ламинарном течении реагирующей газовой смеси в области за цилиндрическим торцом тела и говорится, что M_m в обратном течении может превышать 1.

На рис. 6 показаны зависимости \bar{p}/p_∞ от M и Re набегающего потока. При увеличении M относительное донное давление сначала убывает, достигая минимума при $M = 3,8$, а затем снова возрастает (кривая 1, $Re = 5000$). Монотонный рост \bar{p}/p_∞ от Re (кривая 2, $M = 6$) обусловлен уменьшением эжектирующего действия свободного вязкого слоя. Изменение теплового режима на поверхности тела сравнительно слабо влияет на

донное давление: например, для $M = 6$, $Re = 5000$ температура на донном срезе при смене теплоизоляции на нагрев (до температуры торможения набегающего потока) возросла на 20—40 %, среднее же донное давление увеличилось только на 1 %.

В заключение покажем влияние M и Re на силы, действующие на тело. Для $M = 6$ при увеличении Re от 10^2 до 10^5 вклад сил трения в полное сопротивление уменьшается от 34,6 до 1,6 %, а вклад донного давления возрастает от 0,4 до 5,4 %. Для $Re = 5000$ при увеличении M от 2 до 6 вклад сил трения в полное сопротивление возрастает от 3,8 до 6,8 %, а вклад донного давления уменьшается от 31,8 до 3,8 %.

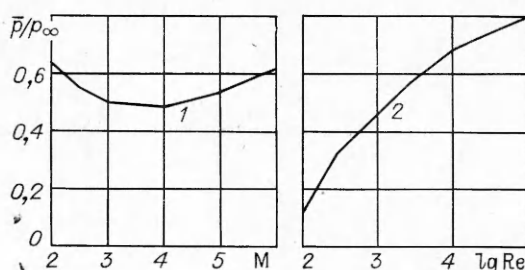


Рис. 6

ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. Отрывные течения.— М.: Мир, 1972, 1973.— Т. 1—3.
2. Гогин Л. В., Нейланд В. Я., Степанов Г. Ю. Теория двумерных отрывных течений // Итоги науки и техники. Сер. Гидромеханика.— М.: ВИНТИ, 1975.— Т. 8.
3. Швец А. И., Швец И. Т. Газодинамика ближнего следа.— Киев: Наук. думка, 1976.
4. Нейланд В. Я. Асимптотические задачи теории вязких сверхзвуковых течений // Тр. ЦАГИ.— 1974.— Вып. 1529.
5. Кокошинская Н. С., Павлов Б. М., Пасконов В. М. Численное исследование сверхзвукового обтекания тел вязким газом.— М.: Изд-во МГУ, 1980.
6. Белова О. Н., Кокошинская Н. С., Лузянина Т. Б., Пасконов В. М. Численное моделирование ламинарного обтекания тел вязким газом.— М.: Изд-во МГУ, 1986.
7. Мышенков В. И. Численное исследование ламинарного осесимметричного следа // Учен. зап. ЦАГИ.— 1981.— Т. 12, № 6.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.— М.: Наука, 1970.
9. Лебедев А. С. О скорости выхода на стационарный режим в задаче внешнего обтекания // ЧММСС.— 1985.— Т. 16, № 1.
10. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики.— Новосибирск: Наука, 1981.
11. Ковеня В. М., Лебедев А. С. Численное исследование отрывного течения в ближнем следе.— Новосибирск, 1987.— (Препр./ИТПМ СО АН СССР; № 14).
12. Желтоводов А. А., Павлов А. А. Исследование течения в сверхзвуковой отрывной зоне перед ступенькой.— Новосибирск, 1979.— (Препр./ИТПМ СО АН СССР; № 1).
13. Исаев С. П., Швец А. И. Течение в донной области при сверхзвуковом обтекании тел // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 1.
14. Blankson I. M., Finston M. Measurements in the laminar near-wake of magnetically suspended cone at $M_\infty = 6,3$ // AIAA J.— 1975.— V. 13, N 12.
15. Nama F. R. Experimental studies on the lip shock // AIAA J.— 1968.— V. 6, N 2.
16. Валдбуссер Е. Геометрия ближнего следа за острыми и затупленными конусами, обтекаемыми сверхзвуковым потоком // РТК.— 1966.— Т. 4, № 10.
17. Войтенко Д. М., Зубков А. И., Панов Ю. А. Обтекание цилиндрического препятствия на пластине сверхзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1966.— № 1.
18. Войтенко Д. М., Зубков А. И., Панов Ю. А. О существовании сверхзвуковых зон в пространственных отрывных течениях // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1967.— № 1.
19. Панов Ю. А., Швец А. И. Исследование структуры течения за конусом в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1967.— № 2.
20. Головичев В. И., Яненко Н. Н. Численное моделирование влияния инъекции топлива на структуру ограниченного ближнего следа // ДАН СССР.— 1983.— Т. 272, № 3.

г. Новосибирск

Поступила 28/IV 1988 г.