

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАРОЖДЕНИЯ ПОЛОС ЛОКАЛИЗОВАННОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ

УДК 621.762

А. Л. Максименко, М. Б. Штерн

Институт проблем материаловедения НАН Украины,  
252680 Киев

Способность к локализации деформации — важная особенность пластически деформируемых тел. Выяснение обстоятельств, при каких условиях и в каком месте образца возможна локализация, представляет теоретический и практический интерес. Проблеме локализации деформации посвящена обширная научная литература. Данная работа касается только макроскопических проявлений локализации в виде полос сдвига (полос Людерса).

Наиболее естественным образом моделирование таких эффектов реализуется в рамках подходов, которые позволяют учитывать как упрочнение, так и разупрочнение материала в процессе деформации. Теория пластичности пористых тел относится именно к такому классу моделей. Рост пористости при растяжении ослабляет материал. Условие локализации в простейшем случае сводится к «нарушению равновесия» (в некотором смысле) между упрочнением и разупрочнением в сторону разупрочнения. Кратко об этом сказано в первом пункте, хотя в основном работа посвящена изложению результатов прямого численного моделирования зарождения полос сдвига в пористых материалах.

**1. Особенности локализации деформации в пористых материалах.** Макроскопическая полоса сдвига представляет собой узкую область активного пластического деформирования, разделяющую практически не деформирующийся материал по обе стороны от полосы. Как правило, один из размеров этой области локализованного течения значительно меньше остальных. Однако, если сразу перейти к предельному случаю и рассматривать полосу сдвига как поверхность разрыва скорости в пористом необратимо деформируемом материале, окажется, что таких разрывов не существует [1]. Удобнее рассматривать полосу сдвига как предел сближения двух расположенных рядом (например, на фиксированном расстоянии  $h \ll 1$ ) поверхностей слабых разрывов (характеристик), не отделяя процесс развития локализации от конечного результата. На поверхностях слабых разрывов вектор скорости непрерывен, но терпят разрыв компоненты тензора скоростей деформаций. При  $h \rightarrow 0$  придем, вообще говоря, к искомой поверхности разрыва скорости в рассматриваемом материале.

В дальнейшем остановимся только на случае плоского деформирования жесткопластического пористого материала. Численный анализ основывается на теории пластического течения.

Угол наклона  $\beta$  характеристик (если они существуют) к одной из осей, лежащей в плоскости деформирования, для пластического необратимо сжимаемого материала, поверхность нагружения которого имеет вид

$$\Phi(p, \tau, \theta, \Gamma) = 0,$$

определяется из соотношения [1]

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{\Phi_\tau^2 - \frac{1}{3}\Phi_p^2} \sin 2\alpha \pm \sqrt{\Phi_\tau^2 - \frac{4}{3}\Phi_p^2}}{\Phi_p - \sqrt{\Phi_\tau^2 - \frac{1}{3}\Phi_p^2} \cos 2\alpha}$$

или при переходе к скоростям деформаций из соотношения [2]

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin 2\alpha \pm \sqrt{1 - s_1^2}}{\cos 2\alpha + s_1}$$

Здесь  $p, \tau$  — первый инвариант тензора и второй инвариант девиатора тензора напряжений;  $s_1 = e/\gamma_1$  ( $\gamma_1 = \sqrt{(e_x - e_y)^2 + 4\gamma_{xy}^2}$ );  $e, \gamma$  — аналогичные инварианты тензора скоростей деформаций;  $\alpha$  — угол наклона одного из главных направлений тензора скоростей деформаций или тензора напряжений соответственно к выбранной ранее оси координат;  $\theta$  — пористость;  $\Gamma$  — параметр упрочнения твердой фазы пористого тела.

По крайней мере, одно семейство характеристик существует в том случае, если

$$2 |\Phi_p| \leq \sqrt{3} |\Phi_\tau| \quad (1.1)$$

или

$$s_1 \leq 1.$$

Приведенное выше условие является необходимым для существования полосы локализации. При этом полоса будет образовывать угол  $\beta$  с осью координат. Зададим  $\Phi$  в виде [2]

$$\Phi = \frac{p^2}{\psi} + \frac{\tau^2}{\varphi} - (1 - \theta)\sigma_\tau^2,$$

где  $\psi = \frac{2}{3} \frac{(1-\theta)^3}{\Gamma}$ ;  $\varphi = (1 - \theta)^2$ ;  $\sigma_\tau$  — константа, соответствующая константе в условии текучести Мизеса для беспористого материала. При одноосном растяжении применение ассоциированного закона дает

$$s_1 = \frac{e}{\gamma_1} = \frac{3\theta}{4 - 3\theta}. \quad (1.2)$$

Из выражения (1.2) сразу следует, что угол наклона полосы сдвига зависит от пористости. При  $\theta = 0$  получим известный результат об угле наклона полосы сдвига в беспористом материале.

Так как значение  $s_1$  отвечает в момент возникновения полосы как образцу в целом, так и поведению материала внутри полосы, то из формулы (1.2) можно сделать еще один важный вывод о том, что скорость объемной деформации  $e$  внутри полосы отлична от нуля. Таким образом, полоса локализованной деформации в пористом материале не является полосой чистого сдвига. При переходе через полосу не равен нулю скачок компоненты скорости материала, нормальной к поверхности полосы сдвига. Это обстоятельство впервые отметил Шилд в своей классической работе о применении ассоциированного закона для материалов с поверхностью нагружения Кулона — Мора [3].

Вывод из факта разрыхления материала в полосе может быть только один: в пределе при  $h \rightarrow 0$  полоса локализованной деформации — поверхность потери сплошности материала, т. е. поверхность разрушения. Такая трактовка соответствует экспериментальным наблюдениям (по крайней мере для одноосного или двухосного растяжения). Не исключено, что в каких-то случаях существенным будет нарушение исходных предпосылок рассматриваемой модели при малых  $h$ , например, проявляются механизмы залечивания дефектов

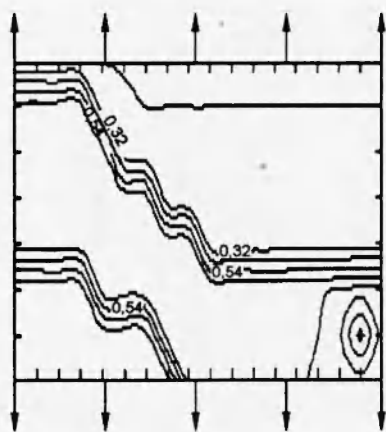


Рис. 1

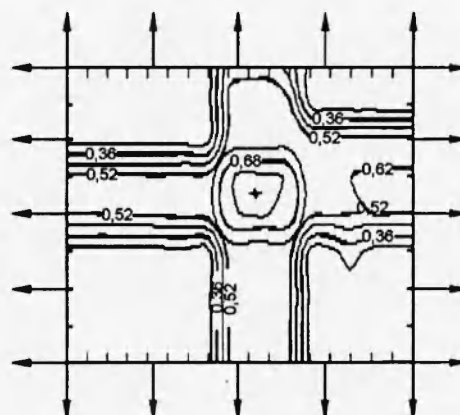


Рис. 2

непосредственно в полосе. Понятно, что в этом случае предельный переход  $h \rightarrow 0$  некорректен [3]. Модели такого типа нами не исследовались.

Важнейшим условием, необходимым для зарождения полосы сдвига в рассматриваемом модельном материале, является нарушение «физической устойчивости» материала, т. е. постулата Драккера. В наших обозначениях условие имеет вид

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \dot{\theta} + \frac{\partial \Phi}{\partial \Gamma} \dot{\Gamma} < 0. \quad (1.3)$$

При численном моделировании рассматривался пористый материал с идеально пластической твердой фазой ( $\dot{\Gamma} = 0$ ) в условиях растяжения, поэтому (1.3) заведомо выполнялось.

**2. Моделирование зарождения полос локализованной деформации.** Процесс появления полос сдвига моделировался в рамках плоской деформации для одноосного и двухосного растяжения пористого образца прямоугольного сечения. Каркас пористого тела предполагался идеально пластическим материалом. В целом за счет роста пористости материал разупрочнялся. Задача определения полей скоростей элементов такого материала, вообще говоря, некорректна. Однако именно физическая неустойчивость (следствием чего является некорректность постановки задачи) стимулирует смену режимов деформирования с однородного на локализованный. Решение задачи становится возможным только при использовании регуляризующих процедур. В нашем случае это конечномерная аппроксимация исходных уравнений и подход работы [4], в которой в рамках метода конечных элементов предложена процедура, аналогичная усреднению скоростей течения на шаге условного времени, с которым моделировался процесс.

Использование указанных приемов, по сути, меняет реологические свойства рассматриваемого материала за счет появления вязкости, связанной с аппроксимацией. Величина этой вязкости, вообще говоря, неизвестна. Поэтому эволюцию реально происходящего процесса в зависимости от реального времени на модели такого типа установить невозможно. Цель данной работы — выяснение геометрических особенностей режимов деформирования, сменяющих однородное деформирование после выхода материала за область физической устойчивости. Отметим, что идея исследования поведения физически неустойчивых материалов в настоящее время широко распространена [5]. Для пластического течения такие подходы использовались впервые в [6].

*Растяжение плоскодеформируемого образца с одной неоднородностью.* Положение локализованной полосы в образце фиксировалось заданием локальной неоднородности

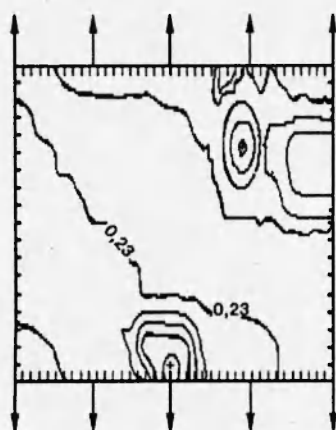


Рис. 3

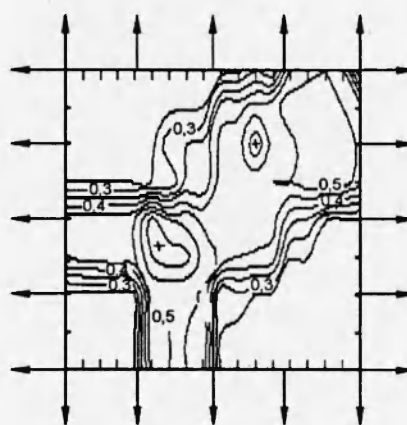


Рис. 4

(области с большей пористостью). Средняя пористость образца 0,2, пористость в области неоднородности 0,4. На рис. 1 область неоднородности находится в правом нижнем углу.

При одноосном растяжении формируется полоса локализованного деформирования, расположенная под углом к направлению растяжения. По мере растяжения пористость в этой области быстро растет вплоть до разделения образца (пористость равна единице). Во всем остальном объеме материала она практически не меняется (жесткие области). Нарушается осевая симметрия течения: появляются скорости, перпендикулярные направлению растяжения и соответствующие сдвигу жестких частей относительно друг друга. На рис. 1 показано распределение пористости в образце на одном из шагов по времени.

При двухосном растяжении образца возникают две локализованные полосы, показанные на рис. 2. При таких схемах деформирования нарушается соотношение (1.1). В этом случае действительно не может появиться единственная макроскопическая полоса, хотя локализация по-прежнему происходит.

Заметим, что утверждение о том, что полоса локализованной деформации возникает в окрестности неоднородности, было бы неточным. Неоднородность выделяет ослабленное сечение, по которому может пройти полоса. В свою очередь, полоса локализуется сразу на всем протяжении этого сечения, а не распространяется от неоднородности. Это хорошо видно при численном моделировании.

*Взаимодействие полос локализации деформации.* В реальном материале при разрушении существует множество центров неоднородности, способных вызвать появление полос сдвига. Взаимодействие нескольких областей локализации изучалось на примере деформирования образца с двумя неоднородностями. При одноосном растяжении каждая из неоднородностей порождает полосу сдвига (рис. 3). Полосы параллельны между собой. По мере деформирования плотность в более «мощной» полосе быстро падает, а вторая полоса останавливается в развитии. Таким образом, материал распадается на части по единственной плоскости.

Совершенно другая картина проявляется при двухосном деформировании. В этом случае очень существенное влияние оказывает взаимодействие между неоднородностями. Полосы локализованной деформации соединяют неоднородности в единую сеть (рис. 4). Разрушение происходит одновременно по всем линиям этой сети.

*Влияние реологических свойств материала на формирование областей локализации.* Существование полос сдвига, как правило, связывают с пластическими свойствами мате-

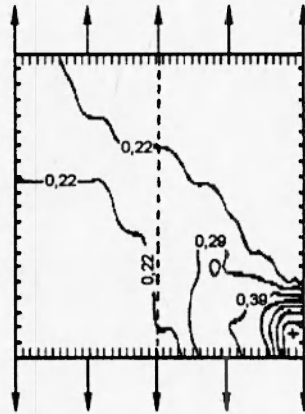


Рис. 5

риала. Расчеты подтверждают этот вывод. Уже при показателях нелинейности  $n = 0,1$  в законе нелинейно-вязкого поведения материала вида

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = A \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^h$$

рост полосы при значительном различии пористостей внутри и вне полосы сопровождается ее «расплыванием», ширина области локализации существенно увеличивается и на используемых довольно грубых сетках конечно-элементного разбиения вообще перестает фиксироваться как локализация.

Аналогичный процесс — зарождение полосы сдвига, а затем ее исчезновение — характерен для распространения полосы в материале, содержащем области как физически устойчивого, так и неустойчивого материала. На рис. 5 показана начальная стадия процесса деформирования. Видна появившаяся в области неустойчивого материала полоса, которая практически исчезает на границе раздела. В рассматриваемых условиях одноосного растяжения физически неустойчивая часть не может разрушиться независимо от устойчивой части. Процесс локализации постепенно затухает.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дрянов Б. А. Прикладная теория пластичности пористых тел. М.: Машиностроение, 1990.
2. Штерн М. Б. Особенности плоской деформации пористых тел // Порошковая металлургия. 1982. № 3. С. 14–21.
3. Шилд Р. Т. Смешанные граничные задачи механики грунтов // Определяющие законы механики грунтов. М.: Мир, 1975.
4. Максименко А. Л., Олевский Е. А. Нестационарные задачи квазистатической теории упрочняющегося пластического тела // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 2. С. 106–113.
5. Bazant Z. Mechanics of distributed cracking // Appl. Mech. Rev. 1986. V. 39. P. 675–693.
6. Ибрагимов В. А., Ключников В. Д. Некоторые задачи для сред с падающей диаграммой // Изв. АН СССР. МТТ. 1971. № 4. С. 21–25.

Поступила в редакцию 27/II 1995 г.