

Далее считается, что реакции 9—14 равновесные, «подстраивающиеся» под изменение температуры и состава в соответствии с реакциями 17—20. Из условия равновесия в реакциях 9—13 рассчитываются T и состав смеси при различных фиксированных значениях параметра c [9]:

$$c = y_{\text{H}_2} + \frac{1}{2} \frac{M_{\text{H}_2}}{M_{\text{OH}}} y_{\text{OH}} + \frac{3}{2} \frac{M_{\text{H}_2}}{M_{\text{H}}} y_{\text{H}} + \frac{M_{\text{H}_2}}{M_{\text{O}}} y_{\text{O}} + \frac{M_{\text{H}_2}}{M_{\text{CO}}} y_{\text{CO}}.$$

Величина c выбрана таким образом, что скорость ее изменения определяется лишь тримолекулярными реакциями 17—20:

$$\frac{dc}{dt} = w_c = - \frac{2M_{\text{H}_2}}{\rho} (w_{17} + w_{18} + w_{19} + w_{20}). \quad (4)$$

Предварительно рассчитав w_c для различных фиксированных c , можно численно решить (4), а затем по $c(t)$ восстановить зависимость от времени температуры, концентраций различных компонентов и скорости образования окиси азота.

Сопоставление результатов, полученных с помощью рассматриваемых методов (см. рис. 1), дает удовлетворительное согласие. Аналогичная картина наблюдается в диапазоне $\alpha = 0,7 \div 1,3$. На рис. 2 представлены результаты расчета отношения максимальной скорости образования окиси азота $w_{\text{NO}}^{\text{max}}$ к значению той же величины в равновесных продуктах сгорания $w_{\text{NO}}^{\text{eq}}$.

Итак, в данной работе проведено сравнение двух методов расчета скорости образования NO из азота воздуха в неравновесных условиях. Показано, что они дают близкие результаты. Преимущество метода частичного равновесия состоит в том, что решается одно дифференциальное уравнение и можно проводить расчеты для горения сложных углеводородов с не изученным детально механизмом окисления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Садовников П. Я., Франк-Каменецкий Д. А. Окисление азота при горении.— М.: Изд-во АН СССР, 1947.
2. Bowman C. T. 13-th Symp. (Intern.) on Combustion, 1971.
3. Sarofim A. F., Pohl J. H. 14-th Symp. (Intern.) on Combustion, 1973.
4. Ay J. H., Sichel M. Comb. Flame, 1976, 26, 1, 1.
5. Термодинамические свойства индивидуальных веществ/Под ред. В. П. Глушко.— М.: Наука, 1978.
6. Захаров А. Ю., Турчанинов В. И.— Препринт ИПМ АН СССР.— М., 1977.
7. Kaskan W. E. Comb. Flame, 1958, 2, 3, 229.
8. Bulewicz E. M., James C. G., Sugden T. M. Proc. Royal Soc. London, 1956, A235, 1200.
9. Бурико Ю. Я. Канд. дис. М., 1982.
10. Fenimore C. P. 13-th Symp. (Intern.) on Combustion, 1971.

Поступила в редакцию 27/VI 1986

О ВОЗМОЖНОСТИ СТАЦИОНАРНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ДИФфуЗИОННО-ТЕПЛОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛАМЕНИ

С. С. Минаев, Б. Е. Рогоза

(Новосибирск, Днепропетровск)

В последние годы достигнут существенный прогресс в нелинейном анализе устойчивости плоского пламени [1, 2]. В частности, на основе нелинейного эволюционного уравнения Курамото — Сивашинского (КС) обнаружен и численно смоделирован новый режим динамической стабилизации неустойчивого фронта горения, проявляющийся в спонтанной стохастизации ячеек [3]. Вместе с тем, в работе [4] отмечено, что уравнение КС обладает одним недостатком — оно не имеет стационарных решений.

В данной работе в рамках метода «узких зон» сделан вывод нелинейного уравнения эволюции фронта химической реакции из диффузионно-тепловой задачи распространения пламени. Показано, что полученное уравнение допускает стационарное ячеистое решение, демонстрирующее возможность стабилизации диффузионно-тепловой неустойчивости. Этот вывод находится в согласии с результатами численного решения задачи о распространении неустойчивого пламени при $Le > 1$ [5].

В предположении бесконечно узкой зоны химической реакции по сравнению с михельсоновской зоной прогрева и диффузии запишем нелинейное уравнение для поверхности реакции. Уравнения теплопроводности и диффузии в несжимаемом веществе, движущемся с постоянной скоростью $-u$ вдоль оси z (система координат связана с невозмущенным пламенем), имеют вид [6]

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial t} &= u \frac{\partial T}{\partial z} + \kappa \Delta T, \\ \frac{\partial a}{\partial t} &= u \frac{\partial a}{\partial z} + D \Delta a.\end{aligned}\quad (1)$$

Систему (1) необходимо дополнить граничными условиями на поверхности реакции $z = f(x, y, t)$, где имеет место разрыв потоков вещества и тепла, а температура и концентрация непрерывны:

$$z = f: a_2 = a_1 = 0, T_1 = T_2 = T_r, \quad (2)$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial n} - \frac{\partial T_2}{\partial n} = 0, \quad (3)$$

$$\kappa \frac{\partial T_1}{\partial n} = -(T_b - T_0) u \left(1 + \frac{Ze(T_r - T_b)}{2(T_b - T_0)} \right), \quad (4)$$

$$D \frac{\partial a}{\partial n} = u a_0 \left(1 + \frac{Ze(T_r - T_b)}{2(T_b - T_0)} \right), \quad (5)$$

$$z \rightarrow \infty: T_1 = T_0, a_1 = a_0; \quad (6)$$

$$z \rightarrow -\infty: |\nabla T_2| = 0, a_2 = 0.$$

Здесь индексы 1, 2 относятся к свежей смеси и продуктам реакции; T_0, T_r, T_b — температуры не реагирующей смеси в зонах реакции искривленного и плоского пламени соответственно; $Ze = E(T_b - T_0)/RT_b^2$ — число Зельдовича; a_0 — концентрация недостающего компонента реагирующей смеси; κ, D — коэффициенты температуропроводности и диффузии; $\frac{\partial}{\partial n}$ — производная по нормали к поверхности реакции. Краевые условия на поверхности реакции находятся после интегрирования (1) с функциями источников и стоков, представляющими тепловыделение и расходование вещества при химической реакции по бесконечному узкому объему, охватывающему зону реакции. При выводе (3) и (4) предполагалось, что для решения задачи достаточно найти распределение концентрации и температуры в области свежей смеси.

Решение системы уравнений (1) ищем в виде неодпомерной локально-нормальной волны:

$$\begin{aligned}T &= \begin{cases} T_1 \left[\int_{\vec{X}_0, t_0}^{\vec{X}, t} (\vec{n} d\vec{X} - w_n dt) \right], & z > f, \\ T_r, & z = f, \end{cases} \\ a &= \begin{cases} a \left[\int_{\vec{X}_0, t_0}^{\vec{X}, t} (\vec{n} d\vec{X} - w_n dt) \right], & z > f, \\ 0, & z \leq f. \end{cases}\end{aligned}\quad (7)$$

Здесь $\vec{n} = (1/\sqrt{1+(\nabla f)^2}, -\nabla f/\sqrt{1+(\nabla f)^2})$ — единичный вектор нормали к поверхности реакции; $\vec{X} = (z, x, y)$; $w_n = \frac{\partial f}{\partial z} \sqrt{1+(\nabla f)^2}$ — нормальная скорость перемещения зоны реакции. Подставляя решение (7) в систему (1), получим квазиодномерные уравнения для температуры и концентрации

$$\left(w_n + \kappa K + \frac{u}{\sqrt{1+(\nabla f)^2}} \right) \frac{\partial T}{\partial n} + \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial n^2} = 0, \quad (8)$$

$$\left(w_n + DK + \frac{u}{\sqrt{1+(\nabla f)^2}} \right) \frac{\partial a}{\partial n} + D \frac{\partial^2 a}{\partial n^2} = 0. \quad (9)$$

Здесь $K = \text{div } \vec{n}$ — кривизна поверхности реакции.

Далее, предполагая постоянство коэффициентов D и κ , проинтегрируем (8) и (9) вдоль нормали к поверхности реакции:

$$\left(w_n + \kappa K + \frac{u}{\sqrt{1+(\nabla f)^2}} \right) (T_r - T_0) + \kappa \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_{z=f} = 0, \quad (10)$$

$$\left(w_n + DK + \frac{u}{\sqrt{1+(\nabla f)^2}} \right) a_0 - D \frac{\partial a}{\partial n} \Big|_{z=f} = 0. \quad (11)$$

Исключая T_r из (10) и (11) и граничных условий (4), (5), получим нелинейное уравнение для поверхности пламени

$$\begin{aligned} & \left[\kappa K + \left(u + \frac{\partial f}{\partial t} \right) \sqrt{1+(\Delta f)^2} \right] \left[DK + \left(u + \frac{\partial f}{\partial t} \right) \sqrt{1+(\nabla f)^2} - u \right] = \\ & = (D - \kappa) Ku \frac{Ze}{2}. \end{aligned} \quad (12)$$

В случае подобия полей концентрации и температуры (12) переходит в нелинейное уравнение, полученное в [7]. В (12) перейдем к безразмерным переменным:

$$x \rightarrow \frac{xu}{\kappa}, \quad y \rightarrow \frac{yu}{\kappa}, \quad f \rightarrow \frac{fu}{\kappa}, \quad t \rightarrow \frac{tu^2}{\kappa}.$$

Рассматривая малые возмущения поверхности реакции $|\nabla f| \ll 1$, оставим в (12) члены второго порядка малости по параметру $|\nabla f|$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (l-1) \Delta f - \frac{1}{2} (\nabla f)^2 + (\nabla f)^2 = 0, \quad (13)$$

где $l = Ze(Le-1)/2$; $Le = D/\kappa$ — число Льюиса. При выводе (13) дополнительно предполагалось, что $Le-1 \ll 1$. Линейная часть (13) описывает экспоненциальный рост возмущений при $l > 1$ с инкрементом $\Omega = (l-1)k^2$ (k — волновой вектор возмущения). Из сравнения инкремента нарастания возмущений с результатом линейной диффузионно-тепловой теории неустойчивости [6] следует, что решение задачи в виде (7) справедливо для описания эволюции длинноволновых возмущений и не учитывает затухания коротковолновых. Действительно, в линейной диффузионно-тепловой теории неустойчивости $\hat{\Omega} = (l-1)k^2 - 4k^4$, что соответствует следующему эволюционному уравнению для поверхности пламени:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (l-1) \Delta f + 4\Delta^2 f = 0.$$

Поэтому (13) необходимо дополнить членом $4\Delta^2 f$, который описывает затухание коротковолновых возмущений:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (l-1) \Delta f + 4\Delta^2 f - \frac{1}{2} (\nabla f)^2 + (\Delta f)^2 = 0. \quad (14)$$

Выражение (14) отличается от уравнения КС последним членом. Пока-

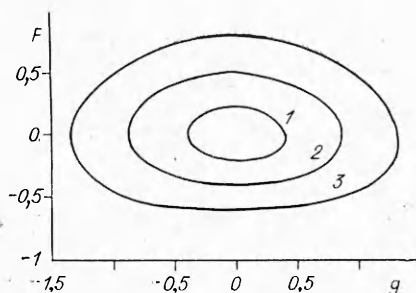


Рис. 1. Зависимость кривизны поверхности пламени F от g при $l = 2$.
 F_{\max} : 1 — 0,22, 2 — 0,4, 3 — 0,8.

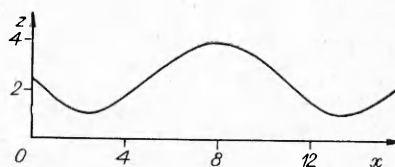


Рис. 2. Профиль слабонелинейной волны для значения $l = 2$.

переходит в обыкновенное дифференциальное уравнение четвертого порядка

$$4 \frac{d^4 f}{dx^4} + (l - 1) \frac{d^2 f}{dx^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{df}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d^2 f}{dx^2} \right)^2 = 0.$$

Обозначив $\frac{df}{dx} = g$ и применив подстановку $\frac{dg}{dx} = F(g)$, получим выражение

$$4 \left[F \left(\frac{dF}{dg} \right)^2 + F^2 \frac{d^2 F}{dg^2} \right] + (l - 1) F - \frac{1}{2} g^2 + F^2 = 0,$$

решения которого при различных амплитудах приведены на рис. 1. Зависимость $F(g)$ описывает периодическую стационарную волну на поверхности пламени. Профиль поверхности фронта реакции асимметричен относительно свежей смеси и продуктов горения, что находится в качественном согласии с экспериментальными данными [8]. На рис. 2 приведен профиль слабонелинейной волны.

В заключение отметим тот факт, что температура в точке максимума волны больше, а в точке минимума меньше T_b . Этот вывод следует из зависимости температуры на фронте пламени от кривизны поверхности и качественно согласуется с экспериментальными результатами [8]:

$$T_r = T_b - 2(T_b - T_0) D \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{Z=0}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Sivashinsky G. I. Acta Astronautica, 1983, 4, 1177.
2. Clavin P. Prog. Energy Comb. Sci., 1985, 11, 1.
3. Matkowsky B. J., Sivashinsky G. I. J. Appl. Math., 1979, 37, 686.
4. Sivashinsky G. I. Annual Rev. Fluid Mech., 1983, 15, 179.
5. Гришин А. М., Фомин В. М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред.— Новосибирск: Наука, 1984.
6. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б., Истратов А. Г. ПМТФ, 1962, 4.
7. Рогоза Б. Е. ФГВ, 1985, 22, 3.
8. Нестационарное распространение пламени/Под ред. Д. Г. Маркштейна.— М.: Мир, 1968.

Поступила в редакцию 25/II 1987,
 после доработки — 23/IX 1987