

УДК 681.3.01.002.5

АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ПОВЕРХНОСТИ МОДИФИЦИРОВАННОГО НАНОТИТАНА С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЦИКЛИЧЕСКОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Я. В. Литвиненко, П. О. Марущак

*Тернопольский национальный технический университет им. И. Пулюя,
46001, Украина, г. Тернополь, ул. Русская, 56
E-mail: Maruschak.tu.edu@gmail.com*

Предложен подход к математическому анализу упорядоченного рельефа, сформированного на поверхности нанотитана после лазерного ударно-волнового воздействия, позволяющий получить информативные признаки и количественную оценку параметров возникших морфологических образований с учётом стохастической и циклической природы данного процесса.

Ключевые слова: модель, циклический случайный процесс, упорядоченная структура, лазерная ударно-волновая обработка.

Введение. Создание современных методов обработки и анализа рельефных образований позволяет автоматизировать и интенсифицировать процедуры их воспроизведения, диагностики и прогнозирования напряжённо-деформированного состояния наноматериалов [1]. Это особенно актуально для наноструктурных материалов, из которых в настоящее время изготавливают имплантаты. Нанотитановые имплантаты отличаются прочностью и долговечностью [2, 3]. Кроме того, благодаря высокой адгезии клеток эпителия к поверхности нанотитановых имплантатов происходит их «обрастание» мягкими тканями костного окружения без деструктивно-дегенеративных процессов [4].

Обеспечение развитого рельефа позволяет создать предпосылки оптимального контакта между костной тканью и поверхностью имплантата [5, 6]. Именно поэтому перспективны методы повышения эксплуатационных свойств нанотитана с формированием оптимальной структуры тонких поверхностных слоёв и обеспечение их технологической воспроизводимости [7, 8]. Примером такого технологического воздействия является высокоэнергетическая лазерная ударно-волновая обработка [9]. Результат лазерного воздействия — формирование упорядоченных рельефных образований с развитой поверхностью и сглаженными краями. Данный способ позволяет создать уникальную микроструктуру с повышенной твёрдостью и коррозионной стойкостью поверхности [5]. Кроме того, лазерная обработка материала даёт возможность получить упорядоченную поверхность, а образующийся морфологический рельеф является залогом улучшенной остеоинтеграции [10].

Развитие методов модифицирования материалов основано на известных клинических исследованиях [5, 9], в соответствии с которыми контакт поверхности нанотитана и костной ткани улучшается вследствие увеличения шероховатости поверхности металла. Как правило, режимы модификации — это результат оптимизации прочности и толщины поверхностного слоя, вязкости подслоя и структурно-механических факторов [11]. Морфологические особенности рельефных образований на поверхности имплантата, размер и распределение вершин и впадин являются характеристиками топографии поверхности и тоже оказывают определённое влияние на взаимодействие и механическое состояние кости и поверхности металла [4–6].

Таким образом, систематизация обработки циклических сигналов рельефообразования на базе созданных математических моделей — актуальная задача, решение которой позволит корректно описать их пространственную морфологическую структуру. При этом качество данной математической модели циклических сигналов определяется точностью и достоверностью методов их обработки и анализа [12–14]. Необходимо отметить, что уровень информативности и репрезентативности диагностических признаков есть важная характеристика математической модели, которая оказывает значительное влияние на достоверность оценки, а также на структуру алгоритмов диагностических систем. Известен ряд трудов, посвящённых моделированию процессов рельефообразования, но они имеют преимущественно феноменологическую направленность. Основные физические закономерности и явления, изученные в данных работах, нуждаются в аналитическом описании [15–17].

Цель предлагаемого исследования — разработка экспериментально-теоретических условий и создание алгоритма активного мониторинга физико-механического состояния и контроля самоорганизованной структуры морфологических образований на поверхности нанотитана после лазерного импульсного воздействия.

Физическое обоснование закономерностей морфообразования и выбор метода обработки сигнала. Нанотитан (ВТ1-0) подвергался лазерной ударно-волновой обработке на воздухе, в воде, в чернилах. Образцы диаметром 5,0 мм и толщиной 2 мм облучали лазером ГОС-1001 с LiF-затвором (длина волны излучения 1,06 мкм, длительность импульса 30 нс) в режиме модулируемой добротности с энергией импульса 20 Дж. Для анализа микролокализации рельефных образований нанотитана, возникших на поверхности после ударно-волновой обработки, использовали данные, полученные с помощью интерференционного профилометра «Микрон-альфа».

Это позволило экспериментально зафиксировать и записать распределение рельефных образований, имеющее вид «шахматной доски», на которой участки сжимающих напряжений чередуются с областями растяжения [1]. Релаксация напряжений с помощью тепло- и массопереноса на участках растяжения и сжатия происходит с формированием складчатого рельефа в местах максимальных сжимающих напряжений. Форма рельефа — один из параметров, который позволяет оценить состояние материала, поскольку образованные морфоструктуры являются следствием совокупности элементарных актов релаксации напряжений [16]. Геометрическая форма и длительность циклов зависят от условий лазерной обработки материала [17]. Возможность определения этих сегментов, их исследование и моделирование принципиально важны с точки зрения выявления диагностических признаков полученной самоорганизованной структуры. Рассмотрим структурную схему взаимодействия методов обработки упорядоченного рельефа, описанную в данной работе (рис. 1).

Основные подходы, развиваемые в предлагаемой работе, относятся к сегментации, статистической обработке и собственно процедуре моделирования. При этом математичес-

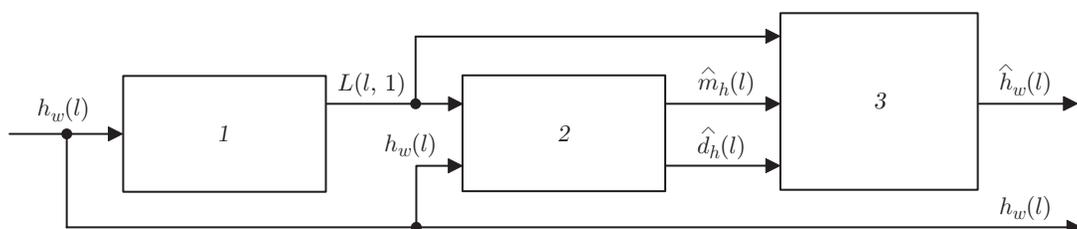


Рис. 1. Структурная схема последовательности методов обработки упорядоченного рельефа: 1 — сегментация, 2 — статистическая обработка, 3 — моделирование

кую модель поверхностного рельефообразования нанотитана рассматривали в виде циклического случайного процесса с сегментной структурой (зонной пространственной структурой).

Математическая модель деформационного морфообразования на поверхности нанотитана. Развитие статистической теории сложных систем требует всестороннего изучения влияния неравновесной среды на характер изменения физического объекта. В работах [18, 19] приведены методы анализа поведения физических систем и самоорганизации структуры материалов. Рассмотрим циклический процесс деформационного рельефообразования как совокупность циклов (сегментов) разной длины, в которой составляющие (циклы) сформированы из характерных участков-зон. Основные принципы такого разбиения обоснованы для процессов множественного растрескивания нанопокртия [12].

Перейдём к рассмотрению математической модели циклического случайного процесса с сегментной (зонной) структурой. Циклическим случайным процессом с зонной структурой называется процесс, который можно представить в виде [6]

$$h(\omega, l) = \sum_{m \in \mathbf{Z}} h_m(\omega, l) = \sum_{m \in \mathbf{Z}} \sum_{k=1}^K h_{mk}(\omega, l), \quad \omega \in \Omega, \quad l \in \mathbf{R}, \quad (1)$$

где ω — элементарное событие из их совокупности Ω ; $h_m(\omega, l)$ соответствует m -му циклу процесса, определяемого как

$$h_m(\omega, l) = \sum_{k=1}^K h_{mk}(\omega, l), \quad l \in \mathbf{W}_m, \quad \forall m \in \mathbf{Z}, \quad (2)$$

$$h_m(\omega, l) = h(\omega, l) I_{\mathbf{W}_m}(l), \quad l \in \mathbf{R}, \quad (3)$$

где $I_{\mathbf{W}_m}(l)$ — индикаторная функция m -го цикла:

$$I_{\mathbf{W}_m}(l) = \begin{cases} 1, & l \in \mathbf{W}_m, \\ 0, & l \notin \mathbf{W}_m; \end{cases} \quad (4)$$

$h_{mk}(l)$, $l \in \mathbf{W}_{mk}$ — k -я зона в m -м цикле случайного процесса, которая имеет вид

$$h_{mk}(\omega, l) = h(\omega, l) I_{\mathbf{W}_{mk}}(l) = h_m(\omega, l) I_{\mathbf{W}_{mk}}(l), \quad l \in \mathbf{R}. \quad (5)$$

Здесь $I_{\mathbf{W}_{mk}}(l)$ — индикаторная функция k -й зоны в m -м цикле:

$$I_{\mathbf{W}_{mk}}(l) = \begin{cases} 1, & l \in \mathbf{W}_{mk}, \\ 0, & l \notin \mathbf{W}_{mk}. \end{cases} \quad (6)$$

Зонная (сегментная) структура циклического случайного процесса задаётся множеством пространственных значений, соответствующих началам зон:

$$\mathbf{D} = \{l_{m,k}, m \in \mathbf{Z}, k = \overline{1, K}\}, \quad l_m = l_{m,1}, \quad \forall m \in \mathbf{Z}. \quad (7)$$

Области определения зон и циклов процесса с зонной циклической структурой рассчитываются по зависимостям

$$\mathbf{W}_m = [l_m, l_{m+1}); \quad \mathbf{W}_{mk} = [l_{m,k}, l_{m,k+1}); \quad \mathbf{W}_m = \bigcup_{k=1}^K \mathbf{W}_{mk}, \quad (8)$$

$$\bigcup_{m \in \mathbf{Z}} \bigcup_{k=1}^K \mathbf{W}_{mk} = R; \quad \mathbf{W}_{mk_1} \cap \mathbf{W}_{mk_2} = \emptyset, \quad k_1 \neq k_2. \quad (9)$$

Таким образом, с учётом описанной математической модели циклического случайного процесса с зонной (сегментной) структурой на этапе сегментации получено множество пространственных значений (7), соответствующих границам циклов и зон.

Сегментация. Достоверное и физически корректное описание процессов самоорганизации требует привлечения статистических подходов, позволяющих учесть флуктуацию внутренних параметров системы, а также случайное воздействие внешней среды [13]. Важным шагом обработки сигнала рельефообразования является его сегментация на участки с общими атрибутивными признаками. Для этого был применён эвристический метод, которым предусмотрен последовательный поиск локальных экстремумов исследуемой реализации. Если при обработке реализации находили локальный минимум, то следующим шагом алгоритма было определение локального максимума, и наоборот. После завершения поиска локальных экстремумов выполняли процедуру уточнения границ определённых сегментов. В качестве примера на рис. 2 изображены входная реализация процесса рельефообразования нанотитана и приведена её сегментная структура. Здесь и далее на рисунках описаны результаты математической обработки после лазерного ударно-волнового воздействия: на воздухе (a), в воде (b) и в чернилах (c). При сегментации было использовано понятие функции ритма циклического сигнала, что позволило формализовать её для рассматриваемого случая [14]. Под ритмом понимались свойства циклического сигнала, описывающие осо-

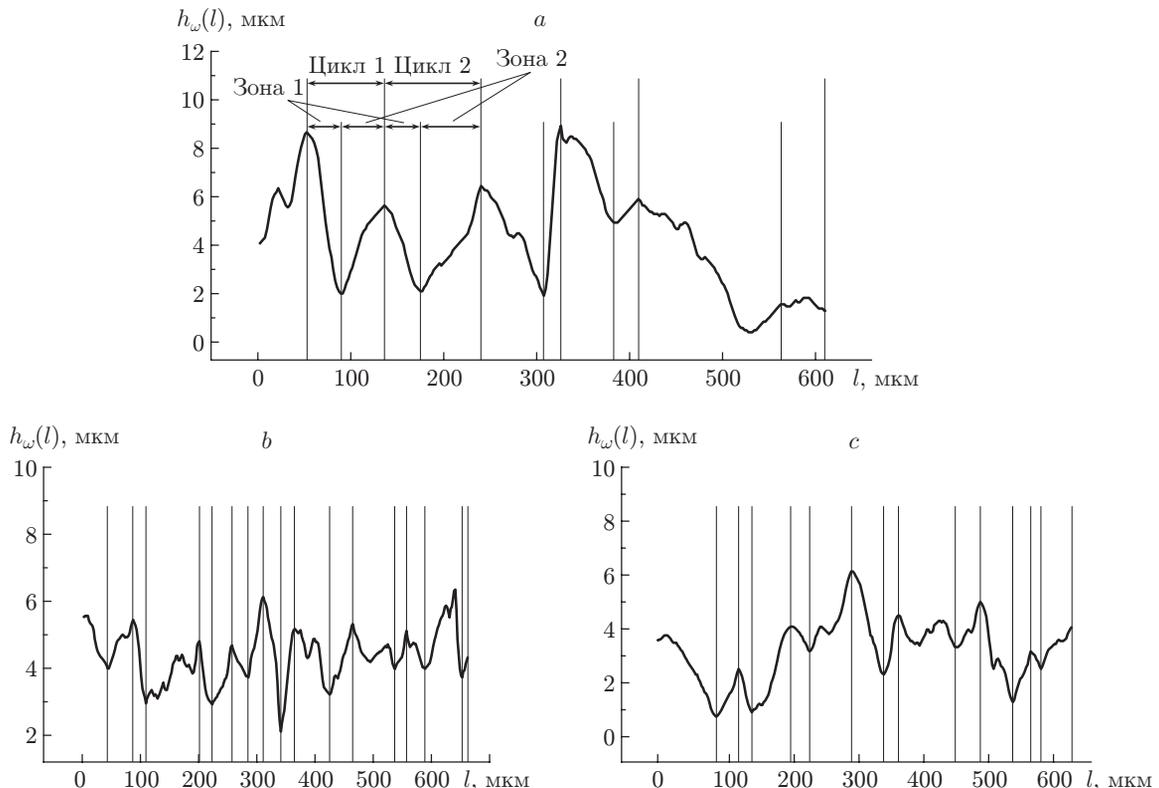


Рис. 2. Входная реализация процесса рельефообразования нанотитана и её сегментная структура после лазерной ударно-волновой обработки

бенности его пространственной структуры и определяющие величину пространственных промежутков между однофазными значениями циклического сигнала для всех циклов и фаз рельефообразования.

Следует отметить, что не все полученные сегменты были одинаковы. Это обусловлено локальной неоднородностью процессов плавления, кристаллизации и испарения металла на поверхности материала во время обработки. Развитие этих процессов в значительной мере зависело от ударного импульса и давления в зоне модификации, влияние которых является определяющим при образовании упорядоченного рельефа. Указанные особенности обработки анализируемого циклического сигнала создают предпосылки для его использования при анализе всех режимов модифицирования нанотитана, что рассматривается как частный случай в рамках единого теоретико-методологического подхода. Данное обстоятельство позволяет учесть широкий спектр возможных атрибутов циклическости (для отображения повторяемости в структуре сигналов), значительное структурное разнообразие и общность ритма рельефообразования, что повысит точность и достоверность, а также уровень информативности результатов [12].

С учётом полученной сегментной структуры и дискретной функции ритма была предложена кусочно-линейная функция ритма рельефообразования нанотитана (рис. 3). Способ получения функции ритма подробно изложен в [14].

Описание закономерностей рельефообразования функцией ритма даёт возможность более полно использовать его пространственную структуру по сравнению с экспериментально полученной профилограммой. В то же время, принимая во внимание сложность физических процессов в материале, она также является основой повышения точности и достоверности диагностики рельефообразования. Функция ритма — это чувствительный

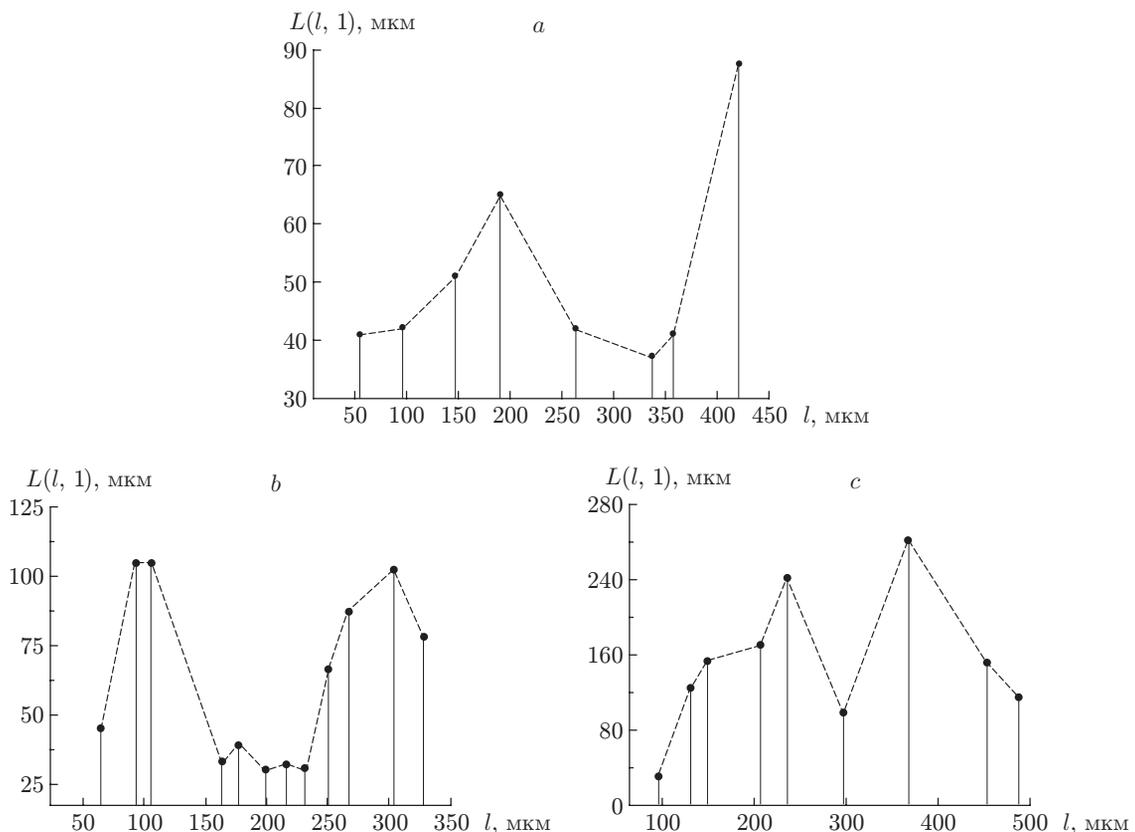


Рис. 3. Кусочно-линейная функция ритма рельефообразования нанотитана (пунктирные кривые) и дискретная функция ритма (точки) после лазерной ударно-волновой обработки

индикатор степени согласованности и самоорганизации морфоструктурных элементов поверхности как единой, целостной системы.

В отличие от профилограмм, полученных экспериментально и являющихся эмпирическими, функция ритма — математический объект, который формализует понятие ритма циклического сигнала, что обеспечивает применение аналитических методов исследования процесса и позволяет использовать для её статистического анализа ранее предложенные подходы [12–14].

Статистическая обработка. Перейдём к статистическому анализу циклических случайных процессов с учётом их адаптации к задачам анализа процесса рельефообразования нанотитана [12]. Целью этой адаптации является возможность расчёта таких его вероятностных характеристик, как начальная моментная функция первого порядка (математическое ожидание), центральная моментная функция второго порядка (дисперсия).

Реализацию оценки математического ожидания можно записать в следующем виде:

$$\hat{m}_h(l) = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M h_\omega(l + L(l, n)), \quad l \in \mathbf{W}_1 = [L_1, L_2], \quad (10)$$

где M — количество циклов процесса; $h_\omega(l)$ — последовательность значений ширины отдельного рельефного образования (реализация процесса); $L(l, n)$ — функция ритма процесса поверхностного рельефообразования для нанотитана; \mathbf{W}_1 — область определения первого цикла процесса.

Для оценки дисперсии воспользуемся выражением

$$\hat{d}_h(l) = \frac{1}{M-1} \sum_{n=1}^{M-1} [h_\omega(l + L(l, n)) - \hat{m}_h(l + L(l, n))]^2, \quad l \in \mathbf{W}_1 = [L_1, L_2]. \quad (11)$$

Реализация оценки автокорреляционной функции определена по формуле

$$\begin{aligned} \hat{R}_h(l_1, l_2) = & \frac{1}{M-1} \sum_{n=1}^{M-1} (h_\omega(l_1 + L(l_1, n)) - \hat{m}_h(l_1 + L(l_1, n))) \times \\ & \times (h_\omega(l_2 + L(l_2, n)) - \hat{m}_h(l_2 + L(l_2, n))), \quad l_1, l_2 \in \mathbf{W}_1 = [L_1, L_2]. \end{aligned} \quad (12)$$

Проведена статистическая обработка данных рельефообразования с учётом формул (10)–(12). С помощью созданных ранее методов статистической оценки вероятностных характеристик циклического случайного процесса для различных режимов лазерной обработки нанотитана получены статистические оценки математических ожиданий (рис. 4). Проанализированы параметры рельефных образований нанотитана и найдены значения их формы для обработки на воздухе, в воде и в чернилах.

Расчитанные значения параметров дисперсии математической модели рельефообразования для методов модифицирования при различных технологических режимах лазерного ударно-волнового воздействия представлены на рис. 5.

В концепции иерархически организованной системы [20], использованной в данной работе, морфологические структуры рассматриваются как многоуровневые самоорганизованные системы, элементы которых определяют функциональные особенности модифицированного нанотитана.

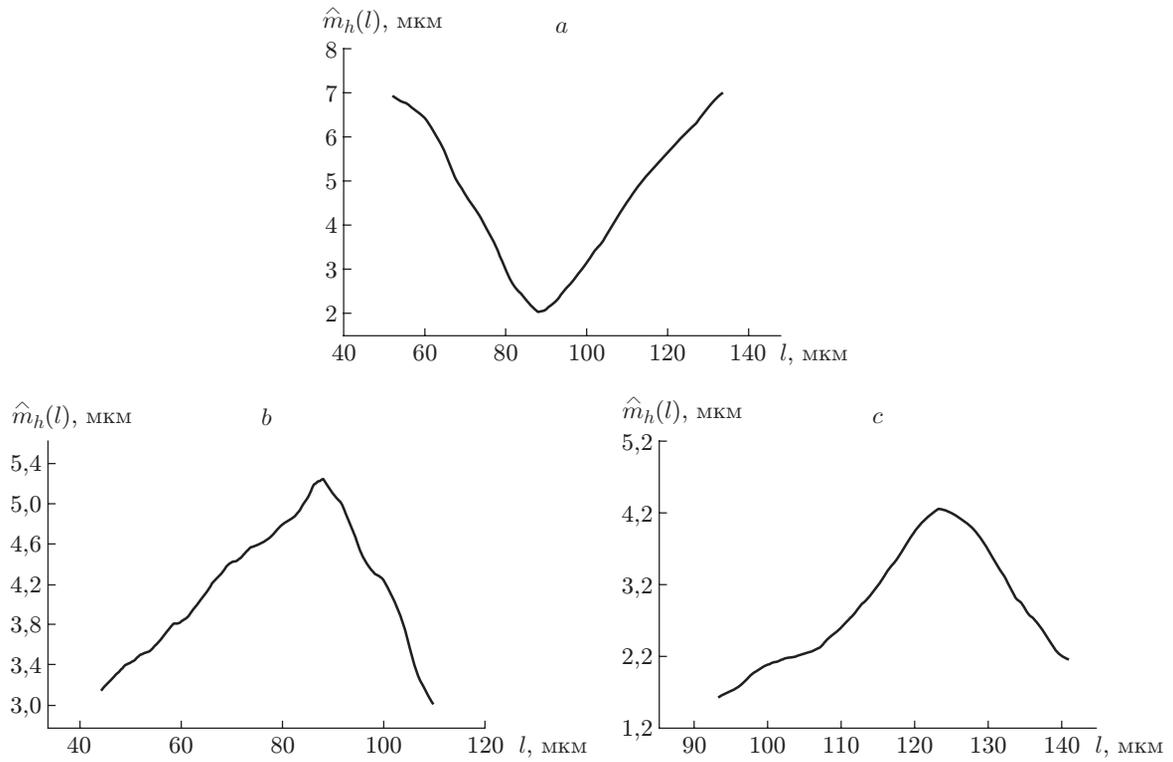


Рис. 4. Оценки математического ожидания параметров рельефных образований на поверхности нанотитана после лазерной ударно-волновой обработки

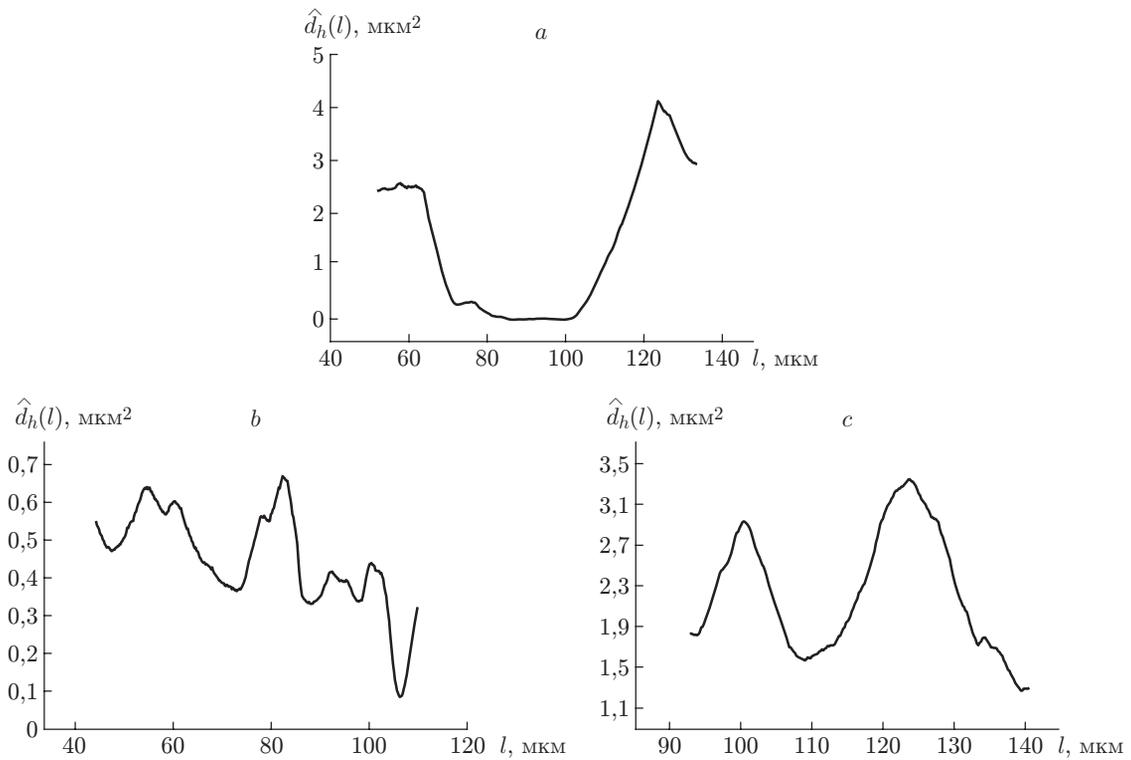


Рис. 5. Оценка дисперсии ширины рельефных образований на поверхности нанотитана после лазерной ударно-волновой обработки

Результаты моделирования и их обсуждение. Низкая сдвиговая устойчивость структуры нанотитана ВТ1-0 (энергия дефекта упаковки составляет всего 10 МДж/м²) [21] позволила в полной мере проанализировать самоорганизацию его поверхностных слоёв. Проведено системное исследование локализации пластической деформации на поверхности нанотитана ВТ1-0 с субмикрористаллической структурой после лазерной ударно-волновой обработки.

Необходимо отметить, что в [1–5] показана возможность полного воспроизведения процесса формирования регулярного рельефа для определённых условий обработки. При этом развитие упорядоченного поверхностного рельефа рассматривается как самоорганизованный процесс, что было использовано в предлагаемой работе для его математического описания на основе циклического случайного процесса (рис. 6). Сравнительная оценка аналитической зависимости (математической модели) и данных прямого эксперимента подтверждает взаимозаменяемость этих понятий для диагностики и прогнозирования параметров циклических сигналов. Разработаны методы компьютерной имитации циклических сигналов и оценки морфологических характеристик. С помощью характеристик ритма рельефообразования был сгенерирован ряд сигналов с необходимым уровнем точности и достоверности.

Анализируя полученные результаты, видим, что новые математические модели рельефообразования достаточно точно воспроизводят морфологию поверхности после различных режимов лазерной ударно-волновой обработки нанотитана. Для обработки и имитации сигнала циклического рельефообразования создана система компьютерных программ, с использованием которых успешно проведена проверка основных физико-математических предпосылок данной работы [13].

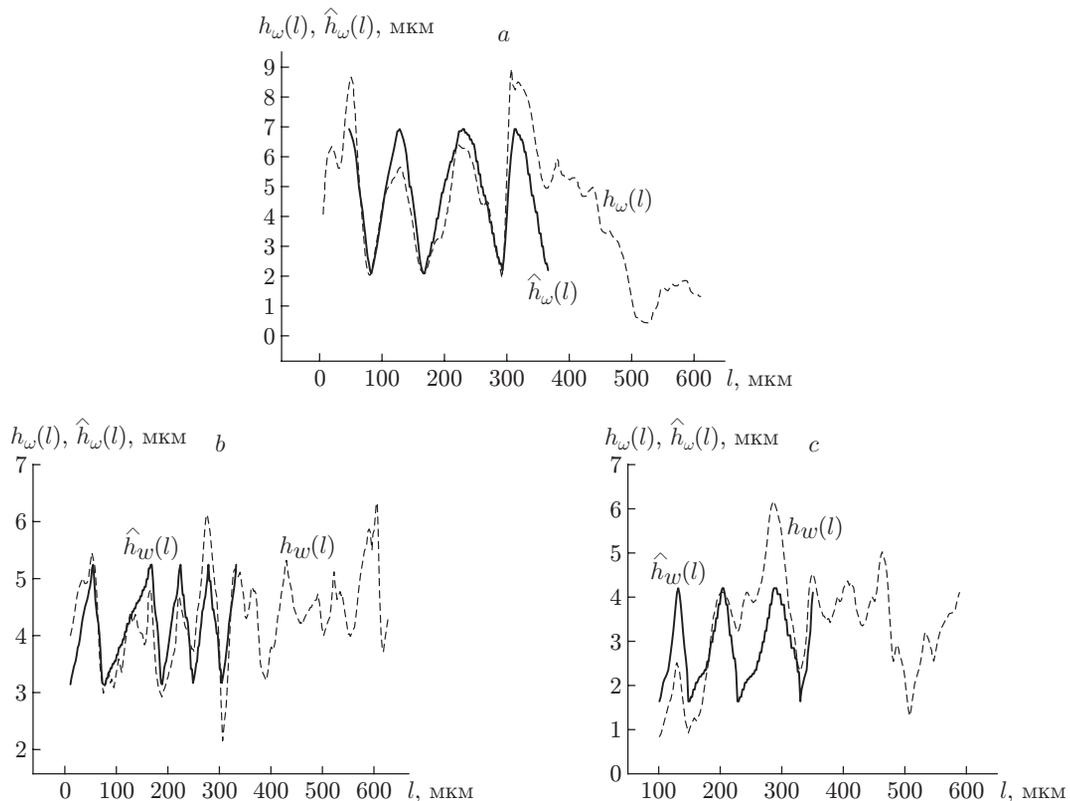


Рис. 6. Результаты моделирования процесса рельефообразования нанотитана (модельное изображение процесса рельефообразования (сплошные кривые) и экспериментальные данные (пунктирные)) после лазерной ударно-волновой обработки

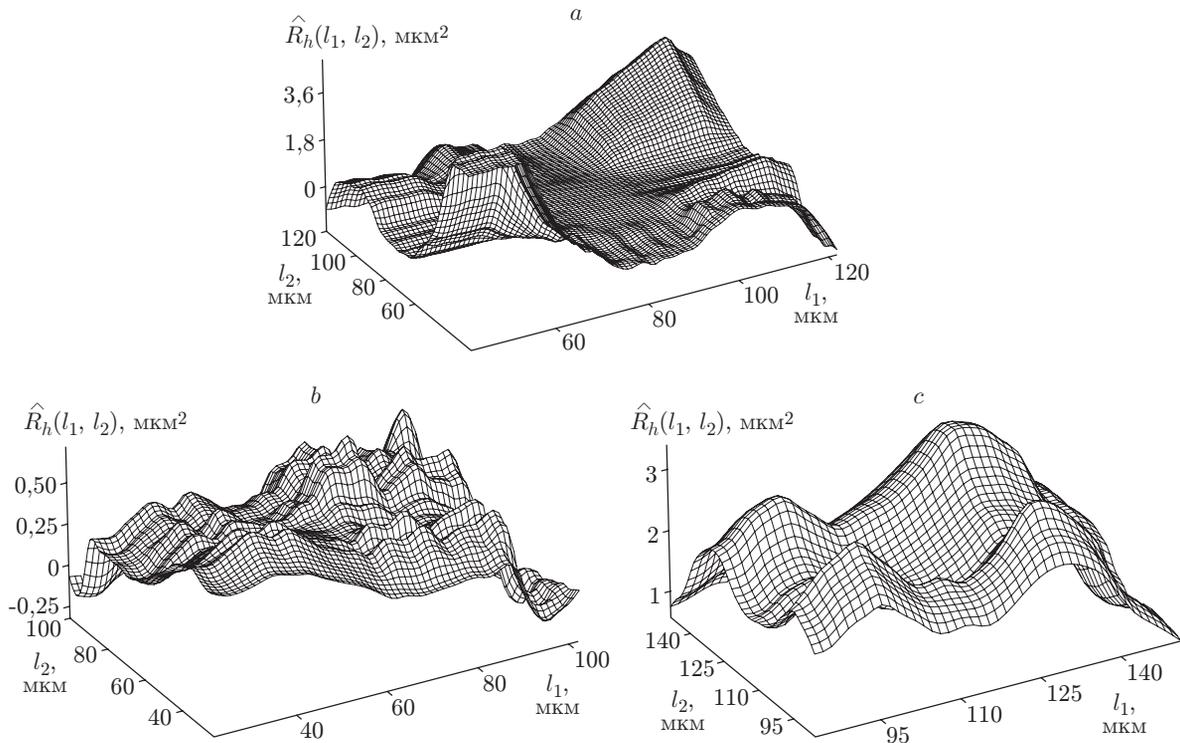


Рис. 7. Результаты статистической обработки автокорреляционной функции ширины морфологических образований на поверхности нанотитана после лазерной ударно-волновой обработки

Отметим одно важное обстоятельство (следствие разработанного математического подхода) — оценки математического ожидания и дисперсии являются информативными параметрами предлагаемой математической модели процесса самоорганизации поверхностных слоёв материала после лазерной ударно-волновой обработки с учётом физической природы деформирования материала.

Полученные оценки автокорреляционной функции дают возможность оценить степень линейной статистической зависимости между значениями циклического случайного процесса рельефообразования в рамках рассматриваемой длительности цикла. Кроме того, изменение формы автокорреляционной функции свидетельствует о локализации деформаций (рис. 7, *a*).

Представленный рисунок демонстрирует очевидное наличие микрофлуктуационных процессов в материале при формировании рельефных образований (рис. 7, *b, c*). Предлагаемые подходы позволяют глубже понять процесс упорядочения поверхности материала после ударно-волнового импульсного воздействия в рамках описания иерархических структур [20–22]. Полученные в данной работе автокорреляционные функции (см. рис. 7) учитывают флуктуационные эффекты путём оценки связи между различными структурными уровнями морфоструктурных образований [23, 24].

Заключение. Выявлены физико-механические закономерности пространственной самоорганизации нанотитана после лазерного ударно-волнового воздействия. Определены условия возникновения упорядоченных поверхностных структур.

Создана математическая модель поверхностного рельефообразования нанотитана в виде циклического случайного процесса с сегментной структурой (зонной пространственной структурой), что предполагает определённую последовательность этапов обработки сигнала, а именно сегментацию, статистическую обработку и моделирование.

Впервые установлено, что рельефообразования на поверхности нанотитана, обработанного импульсом лазера, могут быть описаны с помощью циклического случайного процесса. Такая математическая модель учитывает как их цикличность и стохастичность, так и изменения ритма рельефообразования, обеспечивая повышение информативности и достоверности диагностики состояния модифицированной поверхности.

Данные, полученные на каждом этапе обработки сигнала, могут быть использованы для дальнейших научных обобщений или для прогнозирования состояния материала в системах технической диагностики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Панин В. Е., Сергеев В. П., Панин А. В.** Наноструктурирование поверхностных слоев и нанесение наноструктурных покрытий. Томск: Изд-во ТПУ, 2008. 285 с.
2. **Панин А. В., Панин В. Е., Почивалов Ю. И. и др.** Особенности локализации деформации и механического поведения титана ВТ1-0 в различных структурных состояниях // Физическая мезомеханика. 2002. **5**, № 4. С. 73–84.
3. **Панин В. Е., Панин А. В.** Фундаментальная роль наномасштабного структурного уровня пластической деформации твердых тел // Металловедение и термическая обработка металлов. 2006. № 12. С. 5–10.
4. **Димитрович Д. А., Бычков А. И.** Влияние физических методов обработки поверхности титана на рост колоний клеток костной биологической ткани // Прикладная физика. 2009. № 2. С. 35–44.
5. **Cho S. A., Jung S. K.** A removal torque of the laser-treated titanium implants in rabbit tibia // Biomaterials. 2003. **24**, Is. 26. P. 4859–4863.
6. **Cho S.-A., Park K.-T.** The removal torque of titanium screw inserted in rabbit tibia treated by dual acid etching // Biomaterials. 2003. **24**, Is. 20. P. 3611–3617.
7. **Lu X., Leng Y., Zhang X. et al.** Comparative study of osteoconduction on micromachined and alkali-treated titanium alloy surfaces in vitro and in vivo // Biomaterials. 2005. **26**, Is. 14. P. 1793–1801.
8. **Lu X., Wang Y., Yang X. et al.** Spectroscopic analysis of titanium surface functional groups under various surface modification and their behaviors in vitro and in vivo // Journ. Biomed. Mater. Res. Pt. A. 2008. **84**, N 2. P. 523–534.
9. **Grandfield K., Palmquist A., Engqvist H.** Three-dimensional structure of laser-modified Ti6Al4V and bone interface revealed with STEM tomography // Ultramicroscopy. 2013. **127**. P. 48–52.
10. **Branemark R., Emanuelsson L., Palmquist A., Thomsen P.** Bone response to laser-induced micro- and nano-size titanium surface features // Nanomedicine: Nanotechnology, Biology and Medicine. 2011. **7**, N 2. P. 220–227.
11. **Панин А. В., Панин В. Е., Чернов И. П. и др.** Влияние состояния поверхности субмикрористаллических титана и α -железа на их деформацию и механические свойства // Физическая мезомеханика. 2001. **4**, № 6. С. 87–94.
12. **Лупенко С. А.** Детерминированные и случайные циклические функции как модели колебательных явлений и сигналов: определение и классификация // Электронное моделирование. 2006. **28**, № 4. С. 29–45.
13. **Lytvynenko I., Maruschak P.** Use of stochastic methods for treatment of cyclic random processes of multiple cracking // Proc. of the Intern. Conf. Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science (TCSET-2012). Lviv-Slavske, 21–24 Feb., 2012. P. 59.

14. **Литвиненко Я. В., Лупенко С. А., Студена Ю. В.** Методи статистичної обробки сигналів серця на базі їх моделі у вигляді випадкового процесу із зонною часовою структурою // Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2006. № 4. С. 189–200.
15. **Preston D. L., Tonks D. L., Wallace D. C.** Model of plastic deformation for extreme loading conditions // Journ. Appl. Phys. 2003. **93**, N 1. P. 211–220.
16. **Zaiser M.** Scale invariance in plastic flow of crystalline solids // Adv. Phys. 2006. **55**, N 1–2. P. 185–245.
17. **Панин В. Е., Панин А. В., Елсукова Т. Ф., Кузина О. Ю.** Эффект «шахматной доски» в распределении напряжений и деформаций на интерфейсах в нагруженном твердом теле: экспериментальная верификация и механизмы мезоскопического каналирования // Физическая мезомеханика. 2005. **8**, № 6. С. 97–105.
18. **Maruschak P., Menou A., Chausov M., Mocharskyi V.** Fractographic analysis of surface and failure mechanisms of nanotitanium after laser shock-wave treatment // Key Eng. Mater. 2014. **592–593**. P. 346–349.
19. **Марущак П. О., Панин С. В., Студент А. З., Овечкин Б. Б.** Масштабные уровни деформации и разрушения теплостойких сталей. Томск: Изд-во ТПУ, 2013. 236 с.
20. **Панин В. Е., Панин А. В.** Масштабные уровни пластической деформации и разрушения наноструктурных материалов // Нанотехника. 2005. **3**. С. 28–42.
21. **Панин В. Е., Панин А. В.** Проблемы мезомеханики прочности и пластичности наноструктурных материалов // Изв. вузов. Физика. 2004. **47**, № 8. С. 5–17.
22. **Goloso V. E., Ionin A. A., Kolobov Y. R. et al.** Topological evolution of self-induced silicon nanogratings during prolonged femtosecond laser irradiation // Appl. Phys. A. 2011. **104**, Is. 2. P. 701–705.
23. **Lytvynenko I., Maruschak P., Menou A.** Using mathematical model of cyclic random process for diagnostics of nanotitanium surface condition after high-energy treatment // Proc. of the Intern. Symp. on Operational Research and Applications. Marrakech, Morocco, May 8–10, 2013. P. 678–684.
24. **Литвиненко Я. В., Лупенко С. А., Марущак П. О.** Анализ множественного растрескивания нанопокртытия как циклического случайного процесса // Автометрия. 2013. **49**, № 2. С. 68–75.

Поступила в редакцию 12 марта 2014 г.
