

$x_3 = l$. Это условие, как и в решении Прандтля [4], выполняется в смысле Сен-Венана. Пластическое течение бруса, сжатого четырьмя плитами, сближающимися с заданными скоростями, рассмотрено в [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Аннин Б. Д. Современные модели пластических тел.— Новосибирск: НГУ, 1975.
2. Овсянников Л. В. Групповой анализ дифференциальных уравнений.— М.: Наука, 1978.
3. Гидромеханика невесомости/Под ред. А. Д. Мышкиса.— М.: Наука, 1976.
4. Качанов Л. М. Основы теории пластичности.— М.: Наука, 1969.
5. Ивлев Д. Д. Теория идеальной пластичности.— М.: Наука, 1966.

Поступила 27/II 1985 г.

УДК 539.376 + 539.4

КИНЕТИЧЕСКИЙ ВАРИАНТ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ МЕТАЛЛОВ

А. Л. АРШАКУНИ
(Москва)

Наиболее обоснована при описании процесса ползучести металлов гипотеза кинетических уравнений со структурными параметрами Ю. Н. Работникова [1]. При отсутствии эффекта упрочнения самым простым является случай подобия диаграмм ползучести при различных напряжениях, когда $p(t) = \Phi(\sigma)M(t/t_p)$, где p — деформация ползучести; t — текущий момент времени; σ — напряжение; t_p — время до разрушения. Для описания такого процесса ползучести (второй и третьей стадии) можно ограничиться одним структурным параметром. Существует три достаточно апробированных феноменологических соотношения [2, 3], [4–6], [7, 8]:

$$(1) \quad \dot{p} = C\sigma^m \exp(\alpha p), \quad p(0) = 0.$$

Здесь C , m , α — постоянные материала; точка обозначает дифференцирование по времени; температура предполагается фиксированной;

$$(2) \quad \dot{A} = C\sigma^m / (A_* - A)^\alpha, \quad A(0) = 0,$$

где $A(t) = \int_0^t \sigma dp$ — удельная энергия рассеяния при ползучести; A_* — постоянная материала;

$$(3) \quad \dot{p} = C\sigma^m p^\alpha, \quad p(0) = 0 \quad (0 < \alpha < 1).$$

Основанием для уравнения (3) служит степенной закон ускоряющейся ползучести А. Грехема ($p \sim t^k$, $k > 1$), который наблюдается у никелевых сплавов (ЭИ 437Б (см. формулу (22)), ЭИ 617, ЭИ 867, Нимоник и др. [7, 8]) при высоком уровне напряжения (до перелома в кривых длительной прочности).

В общем случае кривые ползучести имеют стадию упрочнения. В [9, 10] в соответствии с гипотезой Андраде [1] общая деформация ползучести p_Σ представлялась в виде суммы рассматриваемой составляющей и деформации первой стадии p_I : $p_\Sigma = p_I + p$. При постоянных напряжениях в процессе ползучести чистых металлов и некоторых сплавов (Нимоник 80А, хромоникелевые аустенитные стали и др.) наблюдаются обе составляющие деформации, причем вторая удовлетворяет показательному закону разупрочнения П. В. Дэвиса

$$(4) \quad p = K \exp(\lambda t),$$

где K , λ — величины, не зависящие от времени. Каждое из соотношений (1)–(4) применимо только внутри достаточно узкой области температурно-силовых воздействий. Важен вопрос о возможности взаимного пересечения областей «применимости», так как не ясно, какая из моделей предпочтительнее. Кроме того (показано ниже), модели (1)–(4) не позволяют перекрыть температурно-силовой диапазон, в котором работают современные конструкции. Цель данной работы — создание соответствующей обобщенной модели. Предложенная однопараметрическая модель содержит (1)–(4) в качестве частных случаев и имеет более широкую по сравнению с (1)–(4) область применения; из модели следует, что области применимости (1)–(4) не пересекаются.

В исходные уравнения в качестве структурного параметра должны входить не механические параметры (p , A), а физические величины, характеризующие состояние

микроструктуры материала [11]. В общем случае при наличии подобия диаграмм ползучести кинетические уравнения имеют вид [1]

$$(5) \quad \dot{p} = f(\sigma)\Psi(a), \quad \dot{a} = \varphi(\sigma)G(a),$$

где a — структурный параметр. Функции зависимости от напряжения обычно могут быть выбраны степенными [1] (см. (1)–(3)).

Дискуссионным остается вопрос о выборе функций зависимости от параметра a . Для создания феноменологической теории ползучести знание физического смысла структурного параметра не обязательно. Так как экспериментально параметр a не определяется, модели следует считать эквивалентными, если деформация ползучести, вычисляемая по ним, одинакова и уравнения определены с точностью до произвольной (невыврожденной) замены переменной a ($a = H(x)$). Пусть существует обратная функция Ψ^{-1} , тогда в качестве Ψ может быть выбрана произвольная (достаточно гладкая) функция (переход от Ψ к произвольной Ψ_* осуществляется с помощью замены переменной $a = \Psi^{-1}[\Psi_*(x)]$). Положим $\Psi(a) = \exp(\kappa a)$. Тогда учет любого из соотношений (1)–(4) приводит к функции G того же вида ($G(a) = \exp(\kappa a)$) и уравнения (5) запишем как

$$(6) \quad \dot{p} = B\sigma^n \exp(qa), \quad p(0) = 0, \quad \dot{a} = L\sigma^m \exp(\kappa a), \quad a(0) = a_0,$$

где $B, n, q, L, m, \kappa, a_0$ — постоянные материала.

Наличие показательной функции от деформации ползучести в уравнении (1) интерпретируется (на основании теории термодинамических флуктуаций) [2, 3] как линейная зависимость энергии активации от величины p ($\alpha = \alpha_0/T$, T — температура в кельвинах, α_0 — постоянная материала). Аналогичное объяснение может быть дано и происхождению показательных функций в модели (6) — линейная зависимость энергии активации от параметра a ($q = q_0/T$, $\kappa = \kappa_0/T$, q_0, κ_0 — постоянные материала), который может интерпретироваться, например, как характерный размер некоторых развивающихся микродефектов.

Не ограничивая общности, положим $q \geq 0$, так как случай $q < 0$ сводится к рассматриваемому заменой $a = -x$. Тогда из условий $p \geq 0$ и $\dot{p} > 0$ следует соответственно $B \geq 0$ и $L > 0$. Линейная замена переменной $a = c_1x + c_2$, содержащая два произвольных параметра c_1, c_2 , не изменяет вида исходных уравнений. Поэтому две постоянные системы (6) (например, L, κ) могут быть выбраны произвольно. Рассмотрим частные случаи модели (6).

1. $q = \kappa$, при этом $a = a_0 + (L/B)z \left(z = \int_0^t \sigma^{-\gamma} dp, \quad \gamma = n - m \right)$ и модель (6) может быть записана в виде

$$(7) \quad z = B\sigma^m \exp\{q(a_0 + (L/B)z)\}.$$

Видно, что при $\gamma = 0$ ($z \equiv p$) модели (1) и (7) эквивалентны.

Пусть $\kappa \neq q$, $q \neq 0$, тогда модель (6) удобно привести к более простому («каноническому») виду заменой переменной $l = B/[L(q - \kappa)] \exp\{a(q - \kappa)\}$:

$$(8) \quad \dot{p} = D\sigma^n l^r, \quad p(0) = 0, \quad \dot{l} = \text{sign}(r)D\sigma^m l^r, \quad l(0) = l_0,$$

$$\text{где} \quad r = q/(q - \kappa); \quad D = B \left[\text{sign}(r) \frac{Lq}{Br} \right]^r;$$

$$l_0 = \text{sign}(r) \frac{Br}{Lq} \exp\left(\frac{q}{r} a_0\right); \quad \text{sign}(r) = \begin{cases} 1, & r > 0, \\ -1, & r < 0. \end{cases}$$

Для модели (6) $q = 0$ эквивалентно $r = 0$ для модели (8).

2. $q < \kappa$ ($r < 0$), при этом $l = l_0 - z$ и модель (8) будет

$$(9) \quad \dot{z} = D\sigma^m/(l_0 - z)^{|r|}.$$

При $\gamma = -1$ ($z \equiv A$) с точностью до обозначений модели (2) и (9) совпадают.

3. $\kappa < 0$ ($0 \leq r < 1$). Тогда

$$(10) \quad \dot{z} = D\sigma^m(l_0 + z)^r.$$

Когда $l_0 = \gamma = 0$, вторая стадия ползучести отсутствует и модель (10) становится эквивалентной модели (3). При $l_0 \neq 0$ кривые ползучести могут иметь установившуюся стадию, что наблюдается в условиях кратковременной ползучести аустенитных сталей (см. (20)), магнитоупрочненных и некоторых жаропрочных сплавов [12].

4. $\kappa = 0$ ($r = 1$).

5. $q > \kappa > 0$ ($r > 1$).

Эти случаи сводятся к решению уравнения (10), но принципиально отличаются от предыдущего ($\kappa < 0$) тем, что при $l_0 = 0$ уравнение (10), как и (3), имеет только тривиальное решение: $z(t) \equiv 0$.

В зависимости от материала может реализовываться любой из пяти случаев модели (6). При этом процессы ползучести типа 1 (рис. 1 для титанового сплава), 2 (формула (20) для нержавеющей стали), 4 (табл. 1 для α -железа) и 5 (формулы (19), (22) для алюминиевого и никелевого сплавов) обычно наблюдаются при более длительных испытаниях (десятки и тысячи часов).

Для описания длительной прочности уравнения (6) необходимо дополнить конечным условием $a(t_p)$ (t_p — время до разрушения). Следуя гипотезе [4], положим $a(t_p) = a_* = \text{const}$. Тогда выполняется степенной закон длительной прочности $\lg t_p = R - m \lg \sigma$ (R — постоянная материала) и модель (6) удовлетворяет законам линейного суммирования повреждений и величии z , которые при условии подобия диаграмм ползучести подтверждены экспериментально [4]. Кроме того, указанное условие соответствует критериям $p(t_p)$ и $A(t_p) = \text{const}$, которыми обычно дополняются уравнения (1)–(3).

В общем случае в модели (6) необходимо определить шесть постоянных ($n, m, D, r, l_0, l_* = l(t_p)$). Две из них определяются по кривой длительной прочности, четыре — по кривым ползучести. При постоянных напряжениях, интегрируя уравнения (8), получим

$$(11) \quad \left. \begin{aligned} p &= \text{sign}(r) \sigma^{\gamma} (l - l_0), \\ l &= l_0 \left\{ 1 - \left[1 - (l_*/l_0)^{1-r} \right] \frac{t}{t_p} \right\}^{1/(1-r)}, \\ t_p &= (l_0^{1-r} - l_*^{1-r}) [(r-1) \text{sign}(r) D \sigma^m]^{-1} \end{aligned} \right\} r \neq 1, \\ \left. \begin{aligned} l &= l_0 \exp(D \sigma^m t), \\ t_p &= \ln(l_*/l_0) (D \sigma^m)^{-1} \end{aligned} \right\} r = 1.$$

При $q = \kappa$ в (6) удобно произвести замену $a = xL/B + a_0$, тогда

$$(12) \quad \dot{z} = \dot{x} = C \sigma^m \exp \alpha x, \quad z(0) = x(0) = 0.$$

Здесь $C = B \exp(qa_0)$; $\alpha = qL/B$. При постоянных напряжениях, интегрируя уравнение (12), имеем

$$(13) \quad p = -\frac{\sigma^{\gamma}}{\alpha} \ln \left\{ 1 - [1 - \exp(-\alpha x_*)] t/t_p \right\}, \\ t_p = [1 - \exp(-\alpha x_*)] (\alpha C \sigma^m)^{-1},$$

где $x_* = x(t_p)$.

Таким образом, с учетом соотношений (11), (13) деформация ползучести может быть записана в виде

$$(14) \quad r = \infty (q = \kappa): p = l'_0 \sigma^{\gamma} \ln \left(1 - c \frac{t}{t_p} \right)^{-1},$$

$$l'_0 = 1/\alpha, \quad c = 1 - \exp(-\alpha x_*);$$

$$(15) \quad r < 0 (q < \kappa): p = l_0 \sigma^{\gamma} \left[1 - \left(1 - c \frac{t}{t_p} \right)^{\beta} \right],$$

$$c = 1 - (l_*/l_0)^{1-r}, \quad \beta = 1/(1-r);$$

$$(16) \quad 0 \leq r < 1 (\kappa < 0): p = l_0 \sigma^{\gamma} \left[\left(1 + c \frac{t}{t_p} \right) - 1 \right]^{\beta},$$

$$c = (l_*/l_0)^{1-r} - 1, \quad \beta = 1/(1-r);$$

$$(17) \quad r = 1 (\kappa = 0): p = l_0 \sigma^{\gamma} \left[\exp \left(c \frac{t}{t_p} \right) - 1 \right],$$

$$c = \ln(l_*/l_0);$$

$$(18) \quad r > 1 (q > \kappa > 0): p = l_0 \sigma^{\gamma} \left[\left(1 - c \frac{t}{t_p} \right)^{-\beta} - 1 \right],$$

$$c = 1 - (l_0/l_*)^{r-1}, \quad \beta = 1/(r-1).$$

В соотношении (17) постоянная c достаточно велика ($c > 10$ [9, 10]), кроме того, в окрестности $t = 0$ обычно $p \ll p_T$, поэтому зависимости (4) и (17) оказываются практически одинаковыми. Ограничения вносит лишь аппроксимация коэффициентов соотношения (4) $\lambda = c/t_p$, $K = l_0 \sigma^{\gamma}$, которая вытекает из формулы (17). Возможность

Таблица 1

σ , кг/мм ²	t_p , ч	λ , ч ⁻¹	$12,17/t_p$, ч ⁻¹	$K \cdot 10^{-8}$	$6,27 \cdot 10^{-12} \sigma^{2,6}$
70,31	1,97	6,42	6,18	40,14	39,7
62,4	5,57	2,06	2,19	29,21	29,16
56,25	25	0,48	0,487	22	22,26
38,67	350	0,036	0,0348	8,43	8,4

такой аппроксимации показана в табл. 1, где представлены значения коэффициентов λ , K для ползучести α -железа (Fe_{α}) при температуре 542°C [9] и их аппроксимация с помощью указанных соотношений ($\gamma = 2,6$).

Таким образом, для получения модели (6) достаточно потребовать соответствия уравнений (5) одной из четырех теорий (1)–(4). При этом модель (6) «автоматически» содержит и другие теории. Это убедительный аргумент справедливости предложенной кинетической концепции.

Постоянные γ , $l_0(l'_0)$, c , β соотношений (14)–(18) находились следующим образом. Величина γ вычисляется из условий подобия кривых $p(t)\sigma^{-\gamma}$ при различных напряжениях (в частности, из условия $p(t_p)\sigma^{-\gamma} = \text{const}$). Постоянная $l_0(l'_0)$ исключается из соотношений путем рассмотрения отношения текущей деформации $p(t)$ к ее величине при некотором фиксированном значении времени. Постоянные c и β в общем случае определяются численно.

Однако в соотношении (15) вне окрестности $t = t_p$ (табл. 2) обычно можно принять приближение $t_* \rightarrow \infty$, т. е. $c = 1$ (что соответствует модели (2)), $c = 1$ ($x_* \rightarrow \infty$) может быть принято и в (14) (см. рис. 1). Для соотношения (16) возможными упрощениями являются $l_0 \rightarrow 0$ (см. формулу (22)) вне окрестности $t = 0$ (что соответствует модели (3)) либо $ct/t_p \ll 1$ вне окрестности $t = t_p$ (что эквивалентно теории установившегося течения при кратковременной ползучести [12]). В указанных случаях удается разделить определение постоянных c и β . Область изменения r (формулы (14)–(18)) выбирается исходя из наилучшего совпадения с экспериментом. При правильном выборе формулы (15), (16) или (18) расчетное значение r обычно располагается внутри интервала $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$, $(1, \infty)$, при неправильном — принимает значение, близкое (стремящееся) к границе интервала ($r \approx -\infty, 0, 1, +\infty$). Этот факт позволяет упростить выбор расчетного случая.

На рис. 1, 2 представлены экспериментальные данные о ползучести титанового сплава ОТ-4 [4] и сплава Д16Т [5]. Экспериментальные результаты (на всех графиках) показаны сплошными линиями. Испытания проводились при постоянных напряжениях (с компенсацией изменения площади поперечного сечения образцов). Как следует из вычислений, ползучесть сплава ОТ-4 одинаково хорошо описывается при любом значении r , которое удовлетворяет условию $|r| > 10$, причем величина r может быть принята не зависящей от температуры (в общем случае $r = f(T)$ [6]). Это показывает, что постоянная r лишняя, и реализуется процесс типа 1 ($r = \infty$). Расчетные диаграммы ползучести сплава ОТ-4 построены по соотношению (14) (значения постоянной l'_0 см. в табл. 3): $c = f(A_*)$ — штриховые, $c = 1$ — штрихпунктирные линии.

Характеристики ползучести сплава Д16Т наилучшим образом описывает формула (18) с $r > 1$ (при $r > 1$ погрешность аппроксимации составляет 5–10%, а при $r < 0$ и $r = \infty$ — порядка 30%). Расчетные значения для Д16Т (см. рис. 2, штриховые линии) описываются уравнением ($r = 3$)

$$(19) \quad A = 0,17[(1 - 0,9753t/t_p)^{-0,5} - 1].$$

Размерность числовых значений постоянных, приведенных в формулах, соответствует размерности величин A , σ , p , t , указанной на графиках.

Причиной отсутствия подобия диаграмм ползучести может служить наличие первой стадии ($p_1 \neq 0$) [1, 9, 10], а также реализация процесса смешанного разруше-

Таблица 2

t/t_p	$1 - (1 - 0,9946 \frac{t}{t_p})^{0,3}$	$1 - (1 - t/t_p)^{0,3}$
0,95	0,58	0,59
0,98	0,67	0,69
0,995	0,75	0,8
1	0,79	1

Таблица 3

$T, ^\circ\text{C}$	l'_0 , кг/мм ²
450	1,86
500	1,92
550	1,37

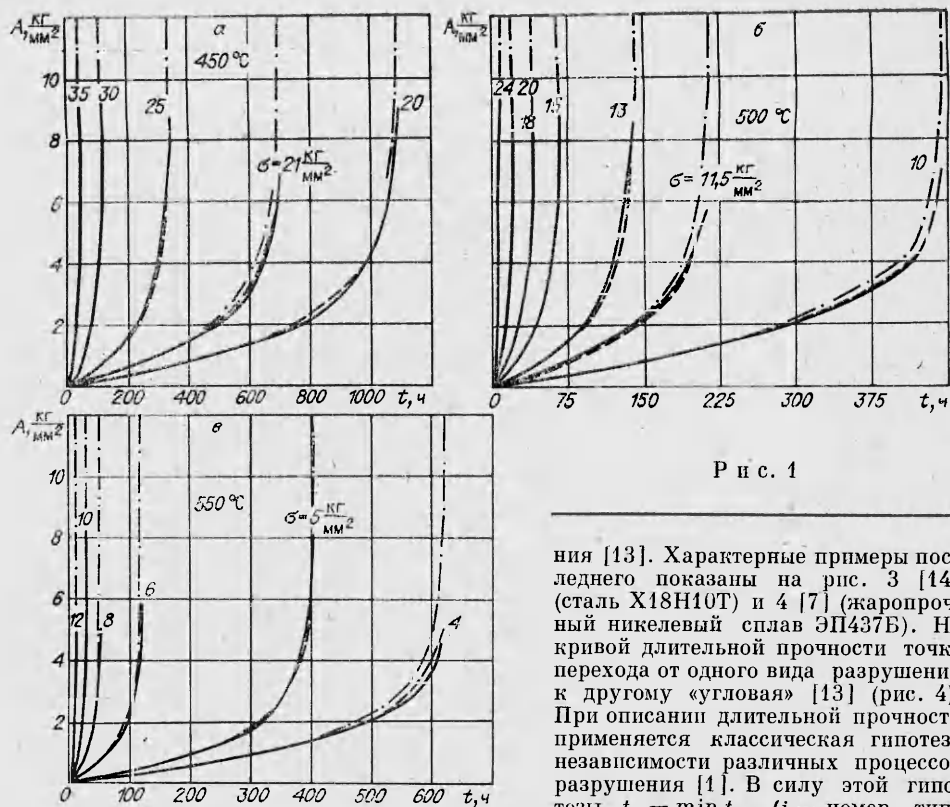


Рис. 1

ния [13]. Характерные примеры последнего показаны на рис. 3 [14] (сталь X18H10T) и 4 [7] (жаропрочный никелевый сплав ЭП437Б). На кривой длительной прочности точка перехода от одного вида разрушения к другому «угловая» [13] (рис. 4). При описании длительной прочности применяется классическая гипотеза независимости различных процессов разрушения [1]. В силу этой гипотезы $t_p = \min t_{p_i}$ (i — номер типа

разрушения). Теория термодинамических флуктуаций может служить основанием для принятия той же гипотезы [15] для соответствующих процессов ползучести, тогда $p = \sum p_i$. Каждая составляющая p_i описывается независимо соотношениями (6)–(18). Для приближенного определения постоянных модели $\gamma_i, t_{0i}, c_i, \beta_i$ использовалась описанная выше методика, но в диапазоне напряжений, при которых можно пренебречь влиянием других составляющих $p_j, j \neq i$. Найденные значения постоянных могут быть уточнены методом последовательных приближений.

Кривая длительной прочности X18H10T удовлетворительно описывается степенным законом [16], поэтому принято $p = p_1 + p_2, t_{p_2} = t_p$. Как показали вычисления, составляющая p_1 оказывается значимой только при $\sigma = 8$ кг/мм² (см. рис. 3) и имеет вид (16) ($r = 2/3$). Постоянные составляющей p_2 (15) ($r = -2, 3$) определены по кривым ползучести при $\sigma = 4; 5; 6$ кг/мм². Получены соотношения

$$(20) \quad p_1 = \begin{cases} 0, & \sigma \leq 6 \text{ кг/мм}^2, \\ 0,034 [(1 + 1,17t)^{2,5} - 1], & \sigma = 8 \text{ кг/мм}^2, \end{cases}$$

$$p_2 = 15,8 \frac{4}{\sigma} [1 - (1 - 0,9946t/t_{p_2})^{0,3}].$$

При степенной аппроксимации величины t_{p_1} для определения постоянных необходимо

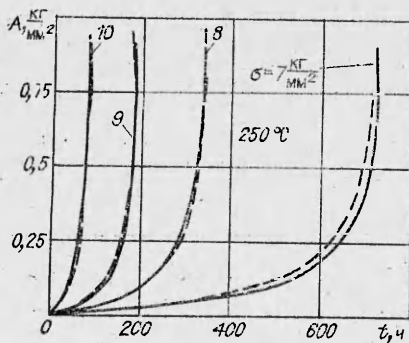


Рис. 2

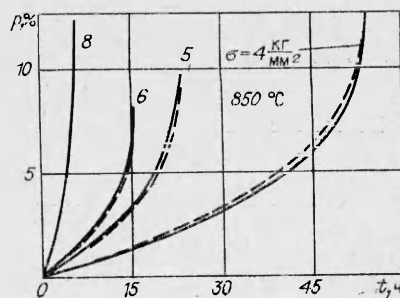
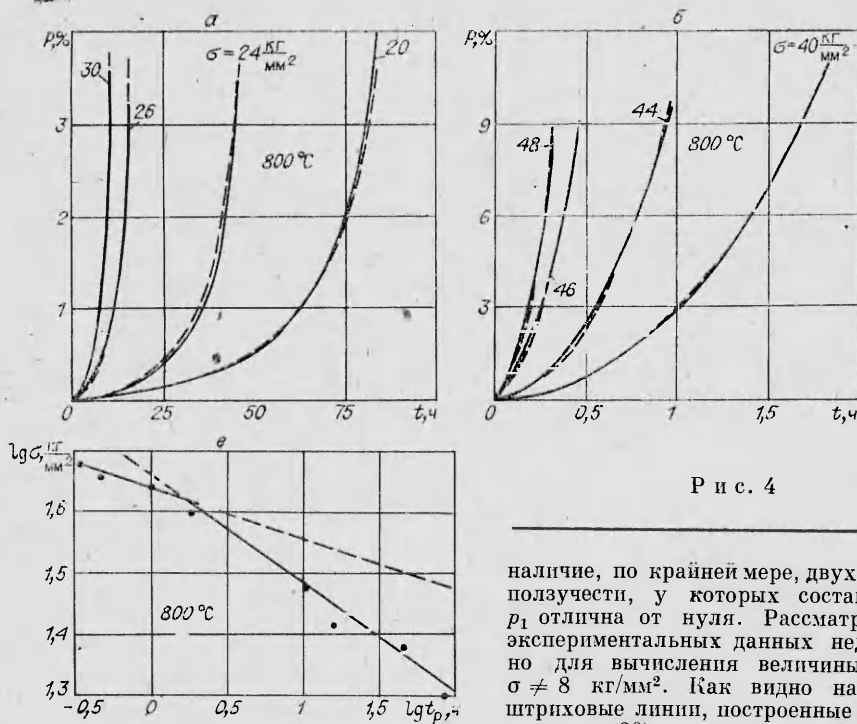


Рис. 3



Р и с. 4

наличие, по крайней мере, двух кривых ползучести, у которых составляющая p_1 отлична от нуля. Рассматриваемых экспериментальных данных недостаточно для вычисления величины p_1 при $\sigma \neq 8$ кг/мм². Как видно на рис. 3, штриховые линии, построенные по соотношению (20), удовлетворительно описывают экспериментальные кривые.

Из данных табл. 2 следует, что всюду, за исключением точек $t = t_p$, в соотношении (15) можно принять $c = 1 (l(t_p) \rightarrow \infty)$.

Графики длительной прочности ЭИ 437Б (см. рис. 4) представляют прямые линии с переломом ($\sigma_{пер}$). Для расчета кривых ползучести (14)–(18) необходимо прогнорировать эти прямые в область, показанную штриховыми линиями, что приводит к ошибкам в определении величин t_{p1} и t_{p2} . p_1 и p_2 (особенно в окрестности точек перелома), связанных с разбросом экспериментальных результатов, для уменьшения влияния которых использована гипотеза о том, что величина t_p есть функция некоторого «истинного» напряжения ($\sigma_{и}$), которое является случайной величиной [17].

С учетом этого

$$(21) \quad \lg t_{pi} = \begin{cases} \lg t_p, & i = i_*, \\ R_i - m_i \lg \sigma_{и}, & i \neq i_*, \quad \lg \sigma_{и} = \min_i \frac{R_i - \lg t_p}{m_i}, \end{cases}$$

где i_* — номер реализующегося типа разрушения.

Для рассматриваемых данных найдены следующие постоянные: $R_1 = 19,7$, $m_1 = 12$, $R_2 = 9,5$, $m_2 = 5,7$ ($\sigma_{пер} = 41,8$ кг/мм²). Значения величин t_{p1} и t_{p2} , рассчитанные по соотношениям (21), приведены в табл. 4. Как показали вычисления, составляющая p_1 имеет вид (16) ($r = 1/2$) с $\gamma = 0$ и оказывается малозначимой при $\sigma \leq 30$ кг/мм². Поэтому начальное приближение для постоянных составляющей p_2 , (18) ($r = 1,7$) с $\gamma = 0$ определено по кривым ползучести при $\sigma = 20; 24; 26; 30$ кг/мм². Получено соотношение

$$(22) \quad p = 8,62 \left(\frac{t}{t_{p1}} \right)^2 + 0,335 \left[\left(1 - 0,806 \frac{t}{t_{p2}} \right)^{-1,5} - 1 \right].$$

Из рис. 4 видно, что штриховые линии, построенные по соотношению (22), удовлетворительно описывают экспериментальные результаты.

Т а б л и ц а 4

σ , кг/мм ²	t_p , ч	t_{p1} , ч	t_{p2} , ч	σ , кг/мм ²	t_p , ч	t_{p1} , ч	t_{p2} , ч
48	0,328	0,328	0,784	30	10,3	73,5	10,3
46	0,462	0,462	0,922	26	15,4	173	15,4
44	0,975	0,975	1,32	24	45,9	1730	45,9
40	1,82	1,93	1,82	20	83,7	6120	83,7

ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций.— М.: Наука, 1966.
2. Трунин И. И. Об одном варианте уравнения состояния при ползучести.— В кн.: Деформирование и разрушение твердых тел. М.: Изд-во МГУ, 1977.
3. Ленин Г. Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности.— М.: Metallургия, 1976.
4. Соснин О. В., Торшинов Н. Г. О ползучести и разрушении титанового сплава ОТ-4 при постоянной температуре.— Пробл. прочности, 1970, № 5.
5. Горев Б. В., Никитенко А. Ф., Соснин О. В. К обоснованию энергетического варианта теории ползучести.— Пробл. прочности, 1976, № 11.
6. Соснин О. В. Оценка длительной прочности по диссипативным характеристикам.— В кн.: Закономерности ползучести и длительной прочности. М.: Машиностроение, 1983.
7. Сизова Р. Н. Сопротивление длительному статическому разрушению сплавов для лопаток турбин в условиях нестационарного нагрева и нагружения. Автореф. канд. дис.— М.: МАТИ, 1965.
8. Graham A., Wallis K. F. A. Relationships between long and short time creep and tensile properties of a commercial alloy.— J. Iron and Steel Institute, 1955, v. 179, N 11.
9. Davies P. W., Evans W. J. et al. An equation to represent strain/time relationships during high temperature creep.— Scripta metallurgica, 1969, v. 3, N 9.
10. Adamson J. M., Martin J. W. Tertiary creep processes in 20% Cr, 25% Ni austenitic stainless steel of differing Nb/C ratios.— J. Iron and Steel Institute, 1972, v. 120, N 4.
11. Шестериков С. А., Мельников Г. П., Аршакуни А. Л. К выбору уравнений состояния при ползучести.— Пробл. прочности, 1980, № 6.
12. Работнов Ю. Н., Милейко С. Т. Кратковременная ползучесть.— М.: Наука, 1970.
13. Ковпак В. И. Прогнозирование жаропрочности металлических материалов.— Киев: Наук. думка, 1981.
14. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Модель длительной прочности с немонотонной зависимостью деформации при разрушении от напряжения.— ПМТФ, 1982, № 1.
15. Гарофало Д. Законы ползучести и длительной прочности металлов.— М.: Metallургия, 1968.
16. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении.— ПМТФ, 1980, № 3.
17. Осасюк В. В. О новом методе оценки остаточной долговечности бывших в эксплуатации элементов конструкций энергетических систем.— ДАН УССР. Сер. А, 1979, № 6.

Поступила 25/II 1985 г.

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ДЕТАЛЕЙ

Б. А. ГОРЛАЧ, Е. А. ЕФИМОВ, И. Н. ОРЛОВ

(Куйбышев)

Для построения математической модели процесса формообразования деталей в качестве базового рассматривается вариационное уравнение Гамильтона — Остроградского, которое для конечного равновесного состояния тела записано в виде [1]

$$(1) \quad \int_V [T : \bar{\nabla} \delta U + P (\dot{V} - K) \cdot \delta U] dV = \int_{\Omega} T_N \cdot \delta U d\Omega.$$

Здесь T — тензор напряжения Коши; T_N — вектор напряжения на поверхности Ω тела с единичной нормалью N ; \dot{V} , K — векторы ускорения и массовой силы; δU — вариация вектора перемещения U ; $\bar{\nabla}$ — векторный оператор Гамильтона; V , Ω — объем и поверхность тела в четырехмерном пространстве (включая время t); P — плотность. Точками, стоящими между буквами, обозначено скалярное произведение тензорных функций; над буквами — скорость. Прописные буквы относятся к функциям, описывающим конечное состояние тела.

Для решения задач вариационное уравнение (1) преобразуется к метрике некоторого, в общем неравновесного, промежуточного состояния. Преобразование производится в предположении, что функции, характеризующие конечное состояние, выражаются через сумму соответствующих функций промежуточного состояния (ниже эти функции записываются строчными буквами согласно вышеприведенным обозначениям) и их приращений, сопровождаемых знаком Δ . Кроме того, при преобразовании используется условие сохранения массы тела и известное соотношение между элементарными поверхностями двух конфигураций деформируемого тела [2].