

**МЕТОД СОГЛАСОВАНИЯ КОМПОНЕНТ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛАТЕРАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПО ДАННЫМ ГЛОБАЛЬНОГО МВЗ И МТЗ**

**В.В. Плоткин**

*Институт геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Коптюга, 3, Россия*

С помощью представления электромагнитного поля в виде двух взаимосвязанных мод электрического и магнитного типов показано, что для его определения внутри Земли с произвольным распределением электропроводности вполне достаточно данных либо только о горизонтальных, либо только о вертикальных компонентах на ее поверхности. Поэтому решение обратной задачи (определения электропроводности внутри Земли) может быть осуществлено с помощью согласования экспериментальных значений горизонтальных и вертикальных компонент полей на ее поверхности в ходе подбора искомого распределения. Показано также, что предлагаемый для исследования латеральных неоднородностей электропроводности внутри Земли метод согласования компонент не нуждается в использовании физической модели источника поля и в анализе зависимости импеданса и типпера от этого источника. С помощью обработки предлагаемым методом экспериментальных данных по геомагнитным Sq-вариациям получены предварительные результаты, указывающие на наличие латеральной неоднородности толщины скин-слоя для суточного периода и средней по его глубине электропроводности Земли.

*Электрическая и магнитная моды, глубинное электромагнитное зондирование, импеданс, типпер, методы магнитовариационного (МВЗ) и магнитотеллурического (МТЗ) зондирования, латеральная неоднородность электропроводности Земли.*

**LATERAL CONDUCTIVITY VARIATIONS AS INFERRED FROM GLOBAL MVS AND MTS DATA BY CORRELATION OF FIELD COMPONENTS**

**V.V. Plotkin**

Simulation of the global electromagnetic field as a sum of related electric and magnetic modes simplifies the solutions to both forward and inverse global EM problems. The forward problem (for EM field) is solved with only horizontal or only vertical field components measured on the Earth's surface, and the inverse problem (for conductivity inside the Earth) is solved by fitting of the correlated surface horizontal and vertical components. The component correlation approach to lateral conductivity variations inside the Earth requires neither source modeling nor computing source dependences of impedances and tipplers. Processing measured global Sq variations with the new method tentatively indicates the presence of lateral variations in diurnal-period skin depth and in skin-depth average conductivity.

*Electric and magnetic modes, global EM sounding, impedance, tipper, MVS, MTS, lateral conductivity variations*

**ВВЕДЕНИЕ**

Определение глубинного профиля электропроводности по данным МВЗ и МТЗ обычно связывают с использованием представлений об импедансе, типпере и кажущемся сопротивлении среды [1]. Эти параметры в соответствии с моделью Тихонова—Каньяра введены для горизонтально-однородной слоистой среды в случае вертикально падающей на среду плоской электромагнитной волны. Латеральные неоднородности среды и самого поля, возбуждаемого естественным и часто неизвестным источником, существенно затрудняют определение глубинного профиля электропроводности с использованием импедансов и типперов [2]. В частности, нет ясности, как разделить вклады в эти параметры неоднородностей среды и самого первичного поля источника. В связи с этим пытаются вводить для анализа другие функции отклика среды [3], обобщенный импеданс [4], а также моделировать источник, хотя его характеристики часто недостаточно известны [5].

Чтобы каким-то образом улучшить ситуацию, вводят, когда это возможно, понятие нормального поля (например, при глобальном МВЗ [6]). Пренебрегая вкладом станций с аномальным поведением поля, кажущееся сопротивление Земли определяют по амплитудам отдельных сферических гармоник поля,

вносящих основной вклад. При анализе суточных вариаций Sq-полей это обычно сферические гармоники потенциала  $S_n^{n-1}$ .

Далее, имея в виду неравномерность мировой сети геомагнитных станций, традиционно говорят только о недостаточном объеме входных данных. Однако для определения кажущегося сопротивления допускают раздельное использование наборов либо X и Z, либо Y и Z компонент магнитного поля [6]. Хотя в известном смысле это обстоятельство указывает на избыточность имеющихся данных и неэффективность такого подхода, поскольку результаты анализа оказываются неодинаковыми.

В связи со сказанным, возникает желание максимально использовать для анализа весь объем имеющейся информации, т. е. одновременно учесть как данные по всем компонентам полей, так и по всем станциям, включая аномальные. В данной работе предлагается метод, реализующий это намерение. Как будет показано, существенным преимуществом метода является то, что его использование не требует привлечения каких-либо моделей источника поля.

### УРАВНЕНИЯ ПОЛЯ В МОДОВОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ

Идея предлагаемого метода связана с учетом особенностей поля на границе Земля—атмосфера [7] и его представлении в виде двух взаимосвязанных мод [8]. Известно, что в однородных или слоистых средах электромагнитное поле можно представить в виде суммы двух независимых мод, отличающихся наличием ортогональной к слоям компонентой либо электрического, либо магнитного полей. В частности, в сферически-слоистой среде, о которой далее пойдет речь, электрическая мода имеет радиальную компоненту электрического поля, а магнитная — радиальную компоненту магнитного поля. Так как моды независимы лишь при наличии сферической симметрии, вызывают интерес уравнения, описывающие связи между этими модами в общем случае. Ими можно воспользоваться при обработке экспериментальных данных электромагнитного зондирования с целью получения сведений о глобальных латеральных неоднородностях электропроводности Земли.

Для получения таких уравнений использовалось представление для горизонтальных компонент электрического  $\mathbf{E}(r, t)$  и магнитного  $\mathbf{H}(r, t)$  полей в виде суммы потенциальных и вихревых частей [8]:

$$\begin{aligned} E_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial E^{(1)}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial \varphi}, & E_\varphi &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial E^{(1)}}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial \theta}, \\ H_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial H^{(1)}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial H^{(0)}}{\partial \varphi}, & H_\varphi &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial H^{(1)}}{\partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial H^{(0)}}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $r, \theta, \varphi$  — сферические координаты точки в системе координат с началом в центре Земли,  $E^{(1)}, H^{(0)}$  — скалярные потенциалы электрического и магнитного полей электрической моды,  $E^{(0)}, H^{(1)}$  — аналогичные потенциалы электрического и магнитного полей магнитной моды. Это представление удобно тем, что радиальные компоненты ротора векторного поля не перемешивают моды:

$$\begin{aligned} (\text{rot } \mathbf{E})_r &= -\frac{1}{r^2} \Delta_\Omega E^{(0)}, & \Delta_\Omega &= \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}, \\ (\text{rot rot } \mathbf{E})_r &= \frac{1}{r^2} \Delta_\Omega \left( \frac{\partial E^{(1)}}{\partial r} - E_r \right), \\ (\text{rot rot rot } \mathbf{E})_r &= \frac{1}{r^2} \Delta_\Omega \left( \frac{\partial^2 E^{(0)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \Delta_\Omega E^{(0)} \right). \end{aligned}$$

Используя это обстоятельство, из уравнений Максвелла нетрудно получить [8] одно уравнение для потенциала  $E^{(0)}$  магнитной моды (токами смещения здесь пренебрегалось):

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \Delta_\Omega \left[ \frac{\partial^2 E^{(0)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \Delta_\Omega E^{(0)} \right] - \\ & - \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sigma \sin \theta \frac{\partial E^{(0)}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sigma \frac{\partial E^{(0)}}{\partial \varphi} \right) \right] = \\ & = \frac{\mu_0}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sigma \frac{\partial E^{(1)}}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sigma \frac{\partial E^{(1)}}{\partial \varphi} \right) \right] - \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\text{rot } \mathbf{J})_r, \end{aligned} \quad (2)$$

и два уравнения для радиальной компоненты  $E_r$  и потенциала  $E^{(1)}$  электрической моды:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma E_r) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sigma \sin \theta \frac{\partial E^{(1)}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sigma \frac{\partial E^{(1)}}{\partial \varphi} \right) = \\ & = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \sigma \frac{\partial E^{(0)}}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sigma \frac{\partial E^{(0)}}{\partial \varphi} \right) \right] - \text{div } \mathbf{J}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{1}{r^2} \Delta_{\Omega} \left( E_r - \frac{\partial E^{(1)}}{\partial r} \right) = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\sigma E_r + J_r), \quad (4)$$

в которых  $\mu_0$  — магнитная проницаемость,  $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$  — плотность стороннего тока, ток в проводящей среде  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ ,  $\sigma(\mathbf{r})$  — электропроводность. В сферически-симметричной среде эти моды независимы и возбуждаются соответственно вихревой ( $\text{rot } \mathbf{J} \neq 0$ ) и недивергентной ( $\text{div } \mathbf{J} \neq 0$ ) частями сторонних токов. Как видно из последнего уравнения, электрическая мода возбуждается также радиальным сторонним током, а ее электрическое поле является потенциальным лишь в том случае, если можно пренебречь явлением скин-эффекта. При наличии угловых зависимостей электропроводности на сфере указанные моды связаны друг с другом. В соответствии с правыми частями уравнений каждая из мод порождает другую моду. Латеральная неоднородность электропроводности приводит к появлению в уравнениях неравных нулю членов со смешанными производными по горизонтальным координатам от другой моды.

Из исходных уравнений Максвелла получаются также уравнения, позволяющие по найденным потенциалам электрических полей мод определить их магнитные поля. Для электрической моды можно воспользоваться соотношениями

$$-\frac{1}{r^2} \Delta_{\Omega} H^{(0)} = \sigma E_r + J_r, \quad E_r - \frac{\partial E^{(1)}}{\partial r} = -\mu_0 \frac{\partial H^{(0)}}{\partial t}. \quad (5)$$

Аналогичные соотношения для магнитной моды имеют вид

$$\frac{1}{r^2} \Delta_{\Omega} E^{(0)} = \mu_0 \frac{\partial H_r}{\partial t}, \quad \frac{\partial E^{(0)}}{\partial r} = -\mu_0 \frac{\partial H^{(1)}}{\partial t}. \quad (6)$$

Из (5) следует, что электрическое поле электрической моды будет потенциальным на низких частотах  $\omega$  при слабом скин-эффекте, когда выполнено условие  $\mu_0 \omega \sigma R^2 \ll 1$  ( $R$  — радиус Земли). Такое условие заведомо выполняется в воздухе вблизи поверхности Земли на суточных и более низких частотах. Как видно из (2), в этом случае скин-эффект в воздухе несуществен и для магнитной моды, и ее поле подчиняется только законам геометрического затухания. Отметим, что это приближение эквивалентно пренебрежению токами проводимости в воздухе. Тогда поле в воздухе представляется в виде двух независимых мод. Если же не пренебрегать проводимостью воздуха, то электрическая и магнитная моды будут независимы лишь в сферически-симметричной атмосфере.

#### ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ И ИХ СВЯЗЬ С ИМЕЮЩИМИСЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Существенный момент, который положен в основу предлагаемого метода, это возможность задать такие граничные условия на поверхности Земли, при которых система уравнений (2)—(4) имеет единственное решение. Как видно, это возможно, например, если на границе Земля—атмосфера известны либо потенциалы  $E^{(0)}$  и  $E^{(1)}$ , либо их нормальные к границе (радиальные) производные. Отметим, что соответствующее доказательство для уравнений Гельмгольца приведено в [9]. Оно верно и для обсуждаемой системы уравнений, если рассматриваются поля, которые не проникают вглубь вплоть до центра Земли, такие, что собственных решений внутренней задачи (с нулевыми граничными условиями на поверхности Земли) не существует.

Требующиеся граничные значения потенциалов, или их радиальных производных, можно вычислить по экспериментальным данным о компонентах наблюдаемых полей. Так, из уравнений (6) для магнитной моды видно, что значение потенциала  $E^{(0)}$  определяется радиальной компонентой магнитного поля  $H_r$ . Из этих же уравнений и соотношений (1) следует, что величину производной  $(\partial E^{(0)})/(\partial r)$  можно вычислить по горизонтальным компонентам магнитного поля:

$$\frac{1}{r} \Delta_{\Omega} H^{(1)} = \frac{1}{\sin \theta} \left[ \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta H_{\theta}) \right]. \quad (7)$$

Если на поверхности Земли известны горизонтальные компоненты электрического поля, то аналогичным образом можно определить граничное значение потенциала  $E^{(1)}$  электрической моды:

$$\frac{1}{r} \Delta_{\Omega} E^{(1)} = \frac{1}{\sin \theta} \left[ \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta E_{\theta}) \right]. \quad (8)$$

Перейдем теперь к возможностям решения обратной задачи восстановления глубинных и латеральных изменений электропроводности внутри Земли. Можно, например, решая прямую задачу (2)—(4) с заданными из эксперимента значениями потенциалов  $E^{(0)}$  и  $E^{(1)}$  на поверхности Земли, минимизировать функционал, сравнивающий на этой поверхности по какой-либо норме вычисляемые и экспериментальные значения радиальной производной  $(\partial E^{(0)})/(\partial r)$ . Как видно, для этого вполне достаточно измерений

трех компонент магнитного поля и горизонтальных компонент электрического поля на поверхности Земли (метод МТЗ). Весьма важно, что нет необходимости в знании конкретных естественных источников регистрируемых полей. Существенно лишь, чтобы эти источники находились вне Земли и создавали на ее поверхности поля с амплитудой, настолько превышающей уровень помех, чтобы были пригодны для их глобальной регистрации.

Если пренебречь проводимостью атмосферы, то для решения поставленных задач вообще достаточно измерений лишь трех компонент магнитного поля (метод МВЗ). Ведь в этом случае для уравнений электрической моды (3)—(4) можно задать на границе с атмосферой нулевое значение радиальной производной  $(\partial E^{(1)})/(\partial r)$ , а для магнитной моды ничего не менять в сравнении с описанной выше постановкой задачи к методу МТЗ. Как уже указывалось, это вполне возможно для суточных и более низких частот. Конечно, на более высоких частотах следует учесть также токи смещения, и в этом случае граничное условие для электрической моды при отсутствии измерений электрического поля необходимо изменить. Когда такие данные есть, можно и в этом случае воспользоваться соотношениями (8), но в систему уравнений (2)—(4) ввести токи смещения с помощью замены  $\sigma$  на  $\sigma + i\omega\epsilon_0$  ( $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость).

Если необходимо также учесть влияние рельефа, то вначале следует пересчитать результаты измерений электрического и магнитного полей с поверхности Земли на некоторую окружающую сферу, находящуюся в воздухе, которая выше любых неоднородностей рельефа. Это нетрудно сделать, поскольку система (2)—(4) имеет аналитическое решение в атмосфере, например, в виде разложений по сферическим гармоникам. Естественно, что в этом случае считается, что источники полей находятся выше указанной сферы или известны.

Нижние граничные условия внутри Земли очевидны. Это могут быть нулевые значения потенциалов  $E^{(0)}$  и  $E^{(1)}$  на сфере, находящейся на глубине, на которую поля практически не проникают (естественно, эта глубина определяется частотой  $\omega$  и нарастанием электропроводности к центру Земли).

#### ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ДАННЫХ И ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СОГЛАСОВАНИЯ КОМПОНЕНТ

При реализации намеченного пути возникает задача интерполяции на всю сферу результатов измерений компонент полей, полученных на неравномерной сети станций. Она может быть решена с помощью разложений по сферическим гармоникам. В данной работе проводилась пространственная интерполяция комплексных амплитуд временных гармоник рядов наблюдений компонент полей, полученных на пунктах и представленных по мировому времени. Использовались комплексные среднегодовые амплитуды временных гармоник суточного периода Sq-вариаций, полученные по данным 132 станций мировой сети за 1958 г., приведенные в [10]. Представим потенциал  $H^{(1)}$  магнитного поля в воздухе в виде ряда по сферическим гармоникам  $S_n^m(\theta, \varphi)$ :

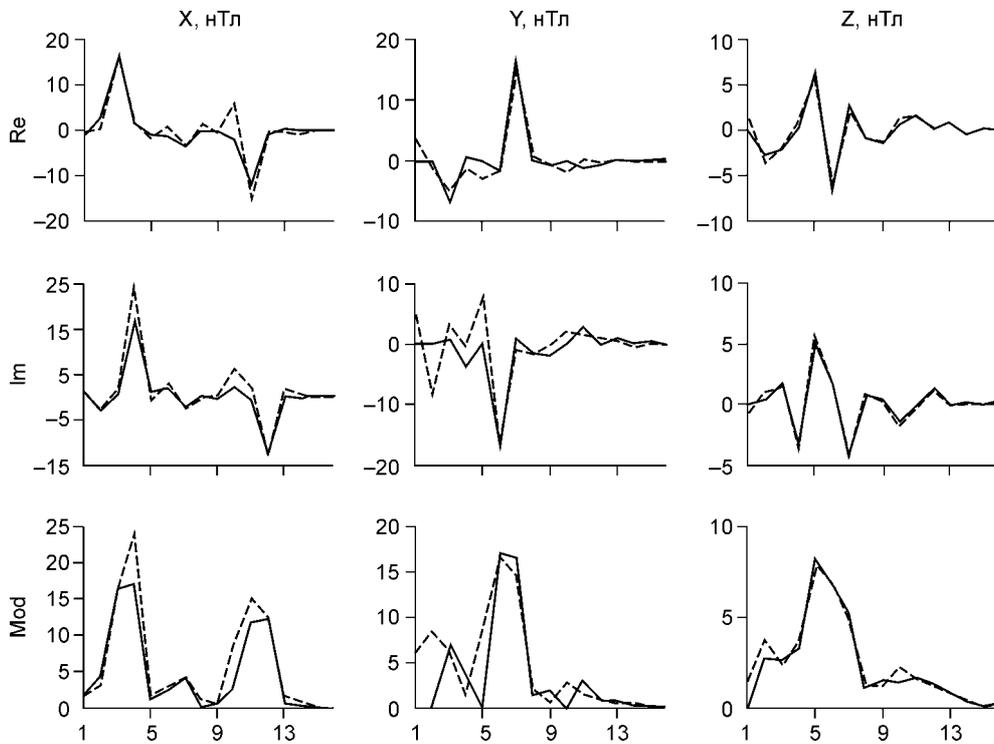
$$H^{(1)} = R \sum_{n,m} \left[ C_n^m \left( \frac{r}{R} \right)^n + D_n^m \left( \frac{R}{r} \right)^{n+1} \right] S_n^m(\theta, \varphi). \quad (9)$$

Здесь  $S_n^m(\theta, \varphi) = P_n^m(\theta) \begin{cases} \cos(m\varphi) \\ \sin(m\varphi) \end{cases}$ , где  $P_n^m(\theta)$  — присоединенные полиномы Лежандра. Здесь и ниже

для удобства использовалась сквозная (1, 2, 3, ...) нумерация сферических гармоник и коэффициентов  $C_n^m$  и  $D_n^m$ , для чего сферические гармоники считались расположенными в следующем порядке:  $P_0^0$ ,  $P_1^0 \cos(\varphi)$ ,  $P_1^1 \sin(\varphi)$ ,  $P_2^0$ ,  $P_2^1 \cos(\varphi)$ ,  $P_2^1 \sin(\varphi)$ ,  $P_2^2 \cos(2\varphi)$ ,  $P_2^2 \sin(2\varphi)$  и т. д. Для надежности определения на поверхности Земли пространственных изменений глобального масштаба комплексных амплитуд временных гармоник Sq-вариаций суточного периода указанный ряд был ограничен первыми шестнадцатью членами (включая  $n = 3$ ).

Методом наименьших квадратов по двум горизонтальным компонентам магнитного поля (северной X и восточной Y) с помощью ряда (9), продифференцированного в точках расположения станций мировой сети в соответствии с (1), находим сумму амплитуд  $C_n^m + D_n^m$  и, следовательно, потенциал  $H^{(1)}$  магнитного поля на поверхности Земли. Магнитное поле электрической моды в этом случае не учитывается.

Если этого сделать нельзя, используется соотношение (7). Тогда для численного дифференцирования горизонтальных компонент магнитного поля в (7) сначала необходимо выполнить пространственную интерполяцию X- и Y-компонент отдельно. Применяя далее для потенциала  $H^{(1)}$  на поверхности Земли представление в виде ряда по сферическим гармоникам, аналогичного (9), можно обратить угловой оператор в (7), и тоже найти потенциал  $H^{(1)}$ . Оба варианта дают практически одинаковые результаты, что говорит о справедливости пренебрежения магнитным полем электрической моды.



**Рис. 1.** Коэффициенты (реальная (Re), мнимая (Im) части и модуль (Mod)) первых шестнадцати членов разложения в ряд по сферическим гармоникам комплексных амплитуд Sq-вариаций с суточным периодом.

X, Y и Z — компоненты магнитного поля. Линии: штриховая — исходные значения, сплошная — только потенциальная часть.

Поэтому с учетом потенциальности магнитного поля в воздухе для вертикальной компоненты  $H_r$  справедливо представление:

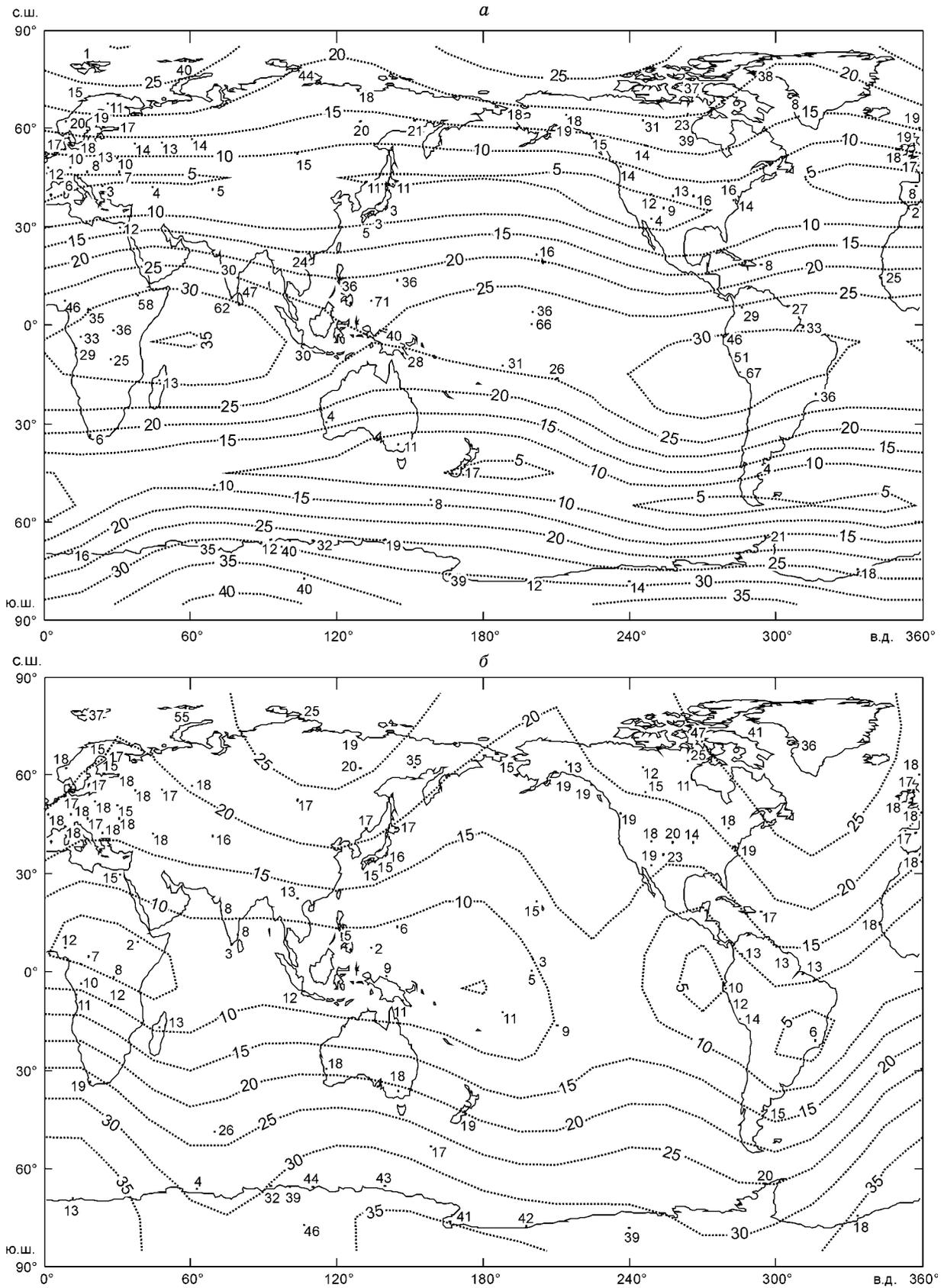
$$H_r = \sum_{n,m} \left[ n C_n^m \left( \frac{r}{R} \right)^{n-1} - (n+1) D_n^m \left( \frac{R}{r} \right)^{n+2} \right] S_n^m(\theta, \varphi). \quad (10)$$

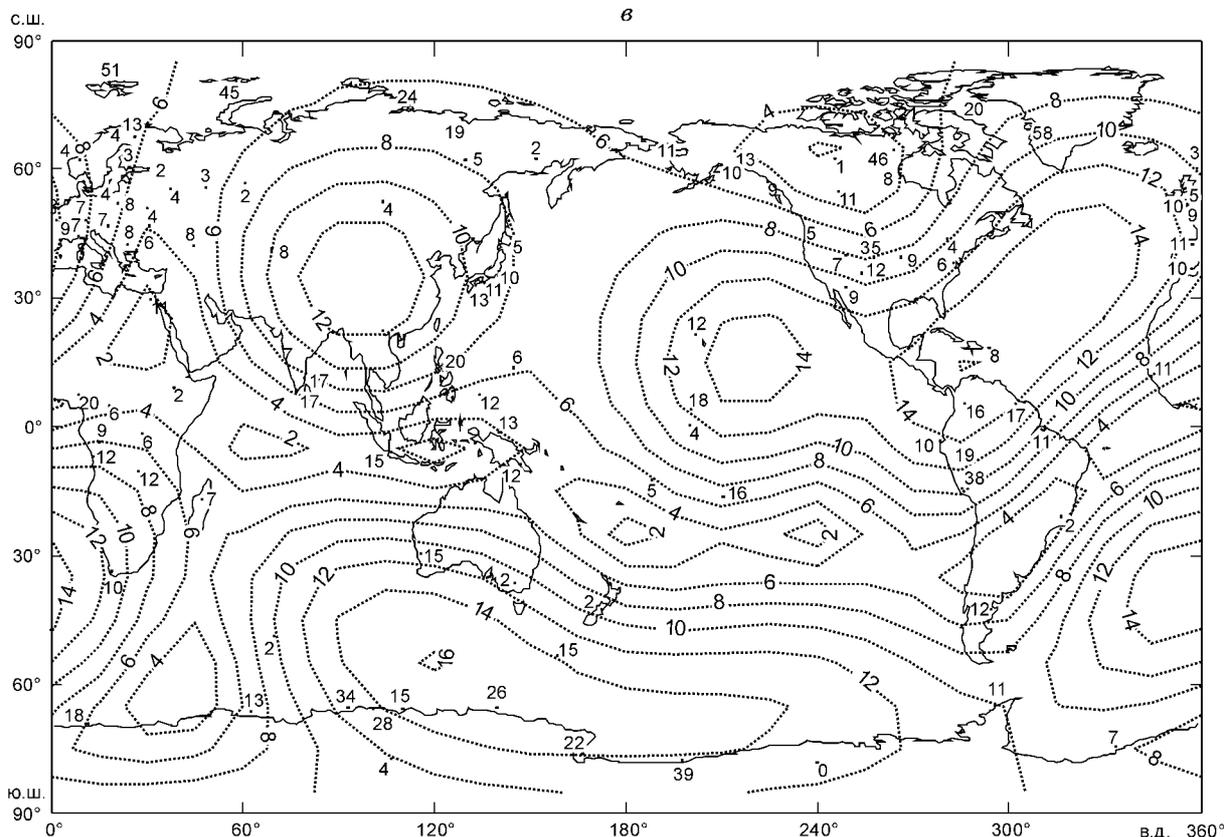
Используя данные по Z-компоненте и ряд (10) в точках станций, методом наименьших квадратов найдем разность  $n C_n^m - (n+1) D_n^m$ . Отсюда нетрудно найти и сами коэффициенты  $C_n^m$  и  $D_n^m$ , учитывая вычисленную ранее сумму  $C_n^m + D_n^m$ . Таким способом из рядов наблюдений выделялась потенциальная часть магнитного поля Sq-вариаций.

Представлены результаты выделения потенциальной части магнитного поля на поверхности Земли в виде зависимостей от сквозного номера коэффициентов разложения по сферическим функциям комплексных амплитуд временной гармоники Sq-вариаций суточного периода для всех компонент (рис. 1), на котором даны результаты и раздельной интерполяции каждой из компонент и только потенциальной части. Как видно, потенциальная часть магнитного поля является преобладающей в воздухе. Так и должно быть, поскольку хорошо известно, что атмосферные токи и их магнитное поле, определяемое в соответствии с (1) вихревой частью  $H^{(0)}$ , весьма невелико ( $\sim 0,01$  нТл, и это заметно меньше погрешности измерений на мировой сети, см. [8]). Поэтому непотенциальную часть магнитного поля в атмосфере следует отнести за счет локальных помех случайного происхождения на станциях. Выделение потенциальной части позволяет уменьшить их влияние.

Изолинии модулей комплексных амплитуд временных гармоник Sq-вариаций магнитного поля с суточным периодом для трех компонент магнитного поля приведены на рис. 2. Для оценки качества интерполяции около них даны использованные входные значения этих же величин на соответствующих пунктах наблюдений. Можно отметить, что карты изолиний реальной, мнимой частей и модуля комплексных амплитуд суточной гармоники вполне отражают основные свойства наблюдаемых полей Sq-вариаций [11]. Это позволяет говорить о надежном определении коэффициентов  $C_n^m$  и  $D_n^m$ , а с помощью соотношений (6) также значений  $E^{(0)}$  и  $(\partial E^{(0)})/(\partial r)$  на поверхности Земли, необходимых для решения прямой и обратной задач метода глобального МВЗ:

Начало рис. 2





**Рис. 2.** Карты изолиний амплитуд (нТл) суточных гармоник Sq-вариаций магнитного поля для X-, Y- и Z-компонент (а, б, в соответственно).

Цифра с точкой — их значения на станциях мировой сети. Изолинии проведены с помощью интерполяции данных сферическими гармониками.

$$E^{(0)} = -i\mu_0\omega R^2 \sum_{n,m} \left[ \frac{C_n^m}{n+1} \left(\frac{r}{R}\right)^{n+1} - \frac{D_n^m}{n} \left(\frac{R}{r}\right)^n \right] S_n^m(\theta, \varphi), \quad (11)$$

$$\frac{\partial E^{(0)}}{\partial r} = -i\mu_0\omega R \sum_{n,m} \left[ C_n^m \left(\frac{r}{R}\right)^n + D_n^m \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \right] S_n^m(\theta, \varphi). \quad (12)$$

Модули коэффициентов разложения этих величин на поверхности Земли по сферическим гармоникам в зависимости от их номера, полученные по экспериментальным данным [10], приведены на рис. 3, б, в. Следует подчеркнуть, что для определения радиальной производной потенциала  $E^{(0)}/(\partial r)$  на поверхности Земли с помощью (12) нужны данные только по горизонтальным компонентам X и Y магнитного поля. В то же время для вычисления самого потенциала  $E^{(0)}$  с помощью (11) достаточно данных только по вертикальной компоненте Z магнитного поля. Это хорошо видно также из соотношений (6). Поскольку для решения прямой задачи (2)—(4) с граничным условием на поверхности Земли достаточно лишь одной из этих величин, их согласование возможно только за счет подбора модели электропроводности внутри Земли. Таким образом, величины  $E^{(0)}$  и  $\partial E^{(0)}/(\partial r)$ , и, следовательно, совокупности данных по вертикальной компоненте Z и по горизонтальным компонентам X и Y являются независимыми. Поэтому предлагаемый метод решения обратной задачи и может быть назван методом согласования компонент магнитного поля. Существенно, что для него нужны входные данные о компонентах полей только на поверхности Земли. Нет необходимости предполагать, где расположен источник и каковы его свойства, какая волна падает на исследуемую среду и т. д., поскольку зарегистрированные в пунктах наблюдений комплексные амплитуды временных гармоник компонент магнитного и электрического полей фактически представляют собой голограмму (по аналогии с оптикой).

**Рис. 3. Эффективные глубины  $\Delta r$  (а) проникновения поля в зависимости от номера сферической гармоники.**

1 — эксперимент, 2—7 — численные расчеты для моделей: однородной Земли с сопротивлением 30 Ом·м (7), 200 Ом·м (6) и с весьма большим сопротивлением (5), а также с добавлением высокоомного блока в форме шарового сектора в Канадском регионе (2) и Тихом океане (3 и 4). В последнем случае расчеты проведены с помощью численной двухмодовой модели электромагнитного поля [8]. Экспериментальные значения модулей спектральных амплитуд потенциала  $E^{(0)}$  (б) и его радиальной производной (в) в зависимости от номера сферической гармоники.

**ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ  
ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ  
ДАННЫХ ПО ГЕОМАГНИТНЫМ  
Sq-ВАРИАЦИЯМ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ**

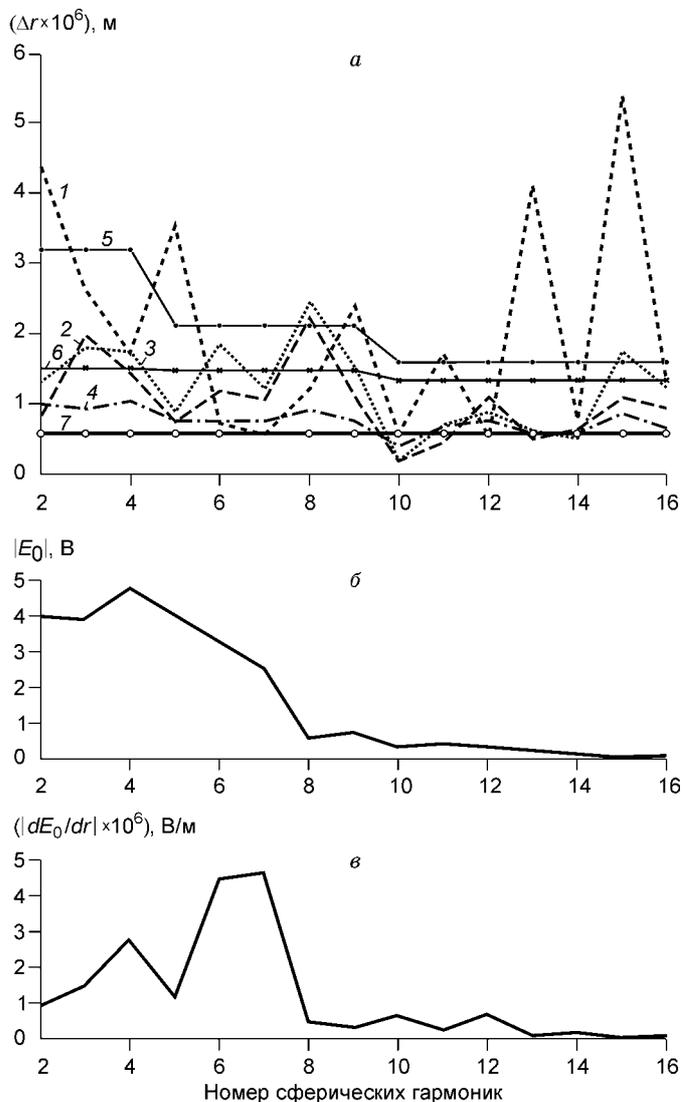
Чтобы показать работоспособность данного метода и в то же время получить хотя бы предварительные данные о латеральной неоднородности верхней мантии Земли, использовались некоторые упрощающие предположения, поскольку решение задачи (2)—(4) в полном объеме требует больших затрат машинного времени [8]. В частности, по результатам глобального МВЗ хорошо известны значения кажущегося сопротивления Земли для суточного периода [2]. Поэтому для упрощения будем считать здесь, что Земля является кусочно-однородным шаром с кажущимся сопротивлением блоков, близким к значениям, полученным для суточного периода. Предположим также, что однородные блоки, из которых состоит Земля, представляют собой шаровые секторы, так что на первом этапе основная цель будет заключаться лишь в подборе латерального распределения кажущихся сопротивлений блоков, наилучшим способом согласующегося с имеющимися данными глобального МВЗ. Таким образом, фактически речь идет о поиске латерального распределения толщины скин-слоя для суточного периода и среднего по его глубине значения электропроводности вблизи поверхности Земли. Используя аналогичным образом данные в широком диапазоне частот зондирования, можно, очевидно, попытаться осуществить электромагнитную томографию верхних слоев мантии Земли.

Для модели электропроводности с указанными кусочно-однородными блоками система (2)—(4) еще более упрощается, если пренебречь также и явлениями на границе блоков. Надо только иметь в виду, что при индукционном возбуждении Земли это соответствует полному пренебрежению полями электрической моды и сшивкой полей магнитной моды на границах блоков. При указанных предположениях система (2)—(4) сводится к одному уравнению Гельмгольца для потенциала  $E^{(0)}$  с однородной электропроводностью внутри блоков. Тогда решение для  $E^{(0)}$  внутри блока хорошо известно:

$$E^{(0)} = \sqrt{r} \sum_{n,m} A_{nm} I_{n+1/2}(kr) S_n^m(\theta, \varphi), \tag{13}$$

где  $I_{n+1/2}(kr)$  — функция Бесселя мнимого аргумента, а  $k^2 = i\omega\mu_0\sigma$  определяется электропроводностью в блоке.

Теперь необходимо выбрать подходящую целевую функцию. В качестве нее удобно, например, ввести эффективную глубину  $\Delta r$  проникновения поля, определяемую для каждой из сферических гармоник модулем отношений спектральных амплитуд:



$$\Delta r = \left| \frac{(E^{(0)}(R, \theta, \varphi))_{nm}}{(\partial E^{(0)}(R, \theta, \varphi)/\partial r)_{nm}} \right|. \quad (14)$$

Сопоставляя экспериментальные и теоретические значения этой величины, полученные с помощью (13), по всем сферическим гармоникам, придем к одной из возможных таких целевых функций:

$$F = \sum_{nm} \left| \left| \frac{(E^{(0)}(R, \theta, \varphi))_{nm}}{(\partial E^{(0)}(R, \theta, \varphi)/\partial r)_{nm}} \right|_{\text{exp}} - \left| \frac{(E^{(0)}(R, \theta, \varphi))_{nm}}{(\partial E^{(0)}(R, \theta, \varphi)/\partial r)_{nm}} \right|_{\text{теор}} \right|. \quad (15)$$

На рис. 3,а приведены эффективные глубины, согласно (14), проникновения поля для первых (2—16) сферических гармоник, полученные по рассматриваемым экспериментальным данным. Для сравнения даны те же величины, вычисленные с помощью модели однородной Земли с сопротивлением 30, 200 Ом·м и с весьма большим сопротивлением, когда имеет место геометрическое затухание полей.

Обращают на себя внимание скачкообразные выбросы экспериментальных значений глубин для 5, 9, 11, 13 и 15 сферических гармоник, достигающие значений в несколько тысяч километров. Представляется, что это вряд ли соответствует действительности. Во-первых, выбросы не могут быть больше значений, соответствующих случаю геометрического затухания полей, и величины такого порядка для суточного периода слишком велики. Во-вторых, наблюдается рост выбросов на дальних номерах сферических гармоник. Но их роль, казалось бы, наоборот должна уменьшаться. Это следует из общей тенденции поведения приведенных экспериментальных (см. рис. 3,б, в) и теоретических кривых (см. рис. 3,а). Наконец, по известной глобальной кривой кажущегося сопротивления Земли для суточного периода наиболее вероятно значение в интервале 30—40 Ом·м [6], а оно лучше согласуется с нижними точками экспериментальной кривой эффективных глубин, соответствующими сферическим гармоникам с наиболее значимыми амплитудами. В частности, это те сферические гармоники (6 и 7), по которым обычно и получают указанное значение в интервале 30—40 Ом·м. Поэтому, скорее всего, обсуждаемые выбросы следует отнести за счет имеющихся погрешностей в экспериментальных данных, а большее внимание уделить наблюдаемому снижению амплитуд сферических гармоник с ростом их номера в соответствии с нижними точками кривой эффективных глубин (тем не менее на дальнейших этапах исследований значимость тех или иных пространственных сферических гармоник должна быть тщательно проверена статистическими методами).

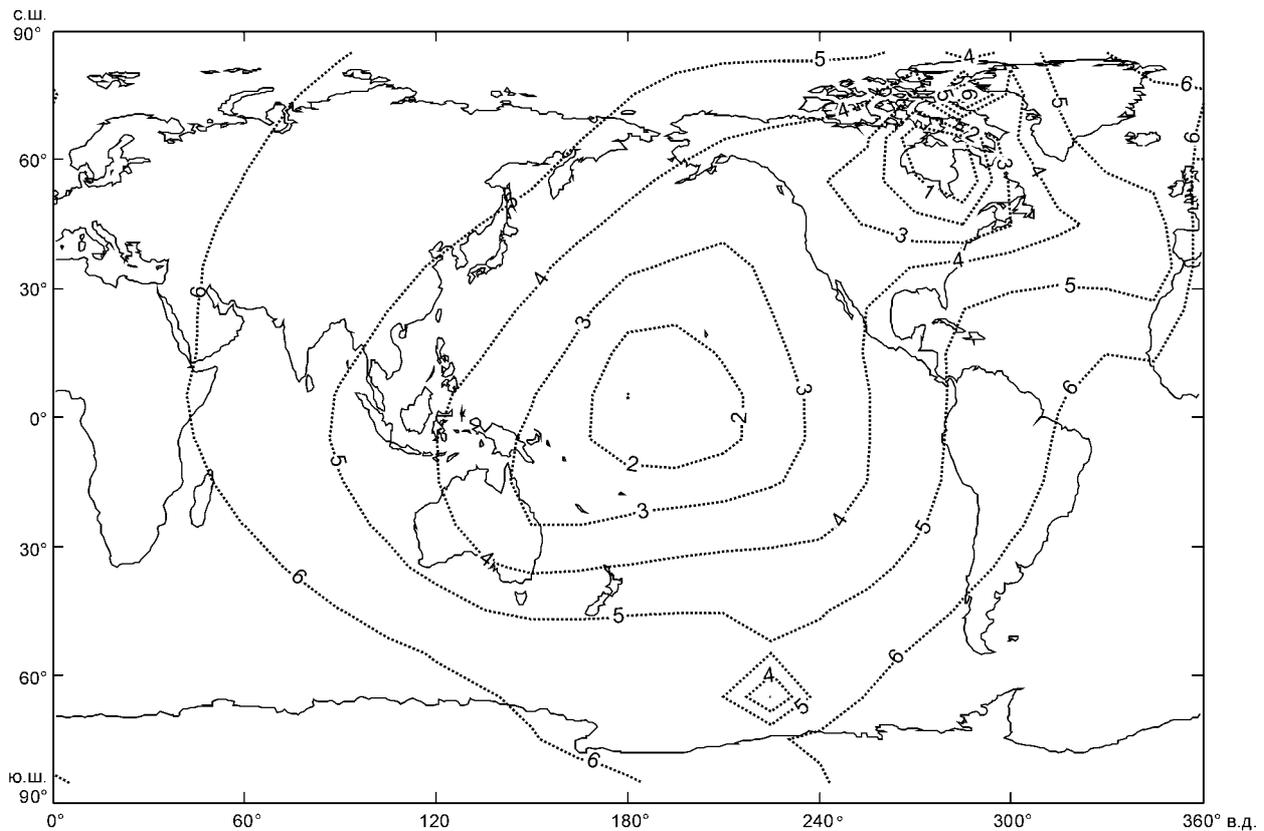


Рис. 4. Карта изолиний (в отн.ед.) целевой функции для модели с шаровым сектором.

Сравнивая с этой точки зрения приведенные экспериментальные и теоретические кривые для однородной Земли, можно заключить, что она должна быть заметно неоднородной по латерали. В качестве первого шага для изучения латеральной неоднородности Земли была рассмотрена модель однородного шара с сопротивлением 30 Ом·м и с включением блока в виде шарового сектора с сопротивлением 300 Ом·м и радиусом на земной поверхности 10 тыс. км. При расчете целевой функции (15) учитывались лишь нижние точки экспериментальной кривой эффективных глубин. Теоретическая кривая этих глубин вычислялась с помощью формулы (13). Используя в ней экспериментальные значения амплитуд сферических гармоник (см. рис. 3,б) в качестве  $A_{nm}$  с учетом имеющегося шарового сектора с меньшей электропроводностью, с помощью суммирования гармоник сначала рассчитывалась величина  $\partial E^{(0)}/\partial r$  на всей поверхности Земли. Далее производилось разложение полученной величины по сферическим гармоникам, по формуле (14) определялись эффективные глубины для всех гармоник, и с помощью (15) вычислялась целевая функция. На рис. 4 приведена карта изолиний полученной целевой функции в зависимости от положения центра окружности шарового сектора на поверхности Земли. Можно видеть несколько минимумов целевой функции, характеризующих латеральную неоднородность скин-слоя Земли на суточном периоде. Отметим, что минимум в данном случае соответствует центру региона с повышенным (~300 Ом·м) значением среднего по глубине скин-слоя сопротивления. Полученные теоретические кривые эффективных глубин (см. рис. 3,а) соответствуют двум минимумам целевой функции — в Канаде и в Тихом океане. Для условий минимума в Тихом океане по программе, описанной в [8], были выполнены также численные расчеты поля с учетом возбуждения в неоднородной Земле не только магнитной, но и электрической моды. Время счета одного такого варианта на компьютере с частотой 1700 МГц составило около 4 ч. Полученные результаты по эффективным глубинам также отображены на рис. 3,а. Конечно, отличие кривых эффективных глубин для условий минимума в Тихом океане, полученных двумя разными способами, достаточно заметно. Тем не менее с точки зрения затраты вычислительных ресурсов и экономичности получения предварительных результатов, использованный выше полуаналитический подход, можно признать вполне удовлетворительным. При этом качество подгонки модели к эксперименту явно отражается полученными кривыми эффективных глубин.

Указанный минимум целевой функции в Тихом океане совпадает с данными о повышенном сопротивлении верхней мантии в этом регионе, опубликованными недавно [12, 13], а также с положением одной из областей повышенного сопротивления, представленной в [14], но для глубин нижней мантии. Любопытно также отметить, что один из полученных минимумов (в районе Гудзонова залива в Канаде) находится вблизи северного магнитного полюса Земли, другой (около Антарктиды) — также не столь далеко от области южного магнитного полюса. Представляется важным следующий отсюда вывод о существовании латеральных неоднородностей сопротивления среды на глубинах около 400 км. Возникает хороший стимул для проведения дальнейших тщательных исследований: с привлечением численных расчетов электромагнитного поля с помощью полной системы уравнений (2)—(4) для трехмерных неоднородных моделей Земли [8], с привлечением данных по другим частотам и временным гармоникам [3], сопоставлением с имеющимися геодинимическими данными, что важно и для самой геодинимики [15].

## ВЫВОДЫ

С помощью представлений для электромагнитного поля в виде двух взаимосвязанных мод электрического и магнитного типов показано:

1. Для решения прямой задачи (определения поля) в шаре с произвольным распределением электропроводности вполне достаточно данных либо только о горизонтальных, либо только о вертикальных компонентах на поверхности шара. Это связано с тем, что по указанным данным можно независимо определять значения либо потенциалов мод, либо их радиальных производных на поверхности шара.

2. Решение обратной задачи (определения электропроводности внутри шара) может быть осуществлено с помощью согласования экспериментальных значений горизонтальных и вертикальных компонент полей на его поверхности в ходе подбора искомого распределения. Это эквивалентно также согласованию потенциалов мод и их радиальных производных на поверхности шара и подбору латерального распределения эффективных глубин проникновения поля внутрь него.

3. Предлагаемый для исследования латеральных неоднородностей метод согласования компонент не нуждается в использовании физической модели источника поля и в анализе зависимости импеданса и типпера от этого источника. Это объясняется полнотой информации об электромагнитном поле, заключенной в экспериментальных данных по всем его компонентам на поверхности шара (голограмме поля).

4. На низких частотах ( $\omega\epsilon_0 \ll \sigma$ ), когда можно пренебречь токами смещения в воздухе, для решения прямой и обратной задач достаточно экспериментальных данных только по компонентам магнитного поля на поверхности шара, т. е. достаточно данных МВЗ. На более высоких частотах для достижения цели

нужны также экспериментальные данные по горизонтальным компонентам электрического поля (данные МТЗ).

С помощью обработки предлагаемым методом экспериментальных данных по геомагнитным Sq-вариациям получены предварительные результаты, указывающие на наличие латеральной неоднородности толщины скин-слоя для суточного периода и средней по его глубине электропроводности Земли.

Автор выражает благодарность М.И. Эпову и Ю.А. Дашевскому за внимание к работе, А.А. Ковтун и рецензенту А.В. Поспееву за полезные советы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 04-05-64074).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Жданов М.С.** Электроразведка. М., Недра, 1986, 316 с.
2. **Рокитянский И.И.** Индукционные зондирования Земли. Киев, Наук. думка, 1981, 296 с.
3. **Fujii I., Schultz A.** The 3D electromagnetic response of the Earth to ring current and auroral oval excitation // *Geophys. J. Int.*, 2002, v. 151, p. 689—709.
4. **Дмитриев В.И., Бердичевский М.Н.** Обобщенная модель импеданса // *Физика Земли*, 2002, № 10, с. 106—112.
5. **Langel R.A., Sabaka T.J., Baldwin R.T., Conrad J.A.** The near-earth magnetic field from magnetospheric and quiet-day ionospheric sources and how it is modeled // *Phys. Earth Planet. Inter.*, 1996, v. 98, p. 235—267.
6. **Ротанова Н.М.** Глубинные электромагнитные исследования Земли. М., ИЗМИРАН, 1989, 228 с.
7. **Martinez Z.** Spectral-finite element approach to three-dimensional electromagnetic induction in a spherical Earth // *Geophys. J. Int.*, 1999, v. 136, p. 229—250.
8. **Плоткин В.В.** Электромагнитное поле в неоднородном шаре (трехмерный случай) // *Геология и геофизика*, 2004, т. 45, № 9, с. 1154—1167.
9. **Смирнов В.И.** Курс высшей математики. Т. 4. М., ГИТТЛ, 1957, 812 с.
10. **Ротанова Н.М., Борисова В.П.** Каталог солнечно-суточных вариаций периода МГГ. М., Наука, 1976, 100 с.
11. **Паркинсон У.** Введение в геомагнетизм. М., Мир, 1986, 528 с.
12. **Utada H., Koyama T., Shimizu H., Chave A.D.** A semi-global reference model for electrical conductivity in the mid-mantle beneath the north Pacific region // *Geophys. Res. Lett.*, 2003, v. 30, № 4, p. 43-1—43-4.
13. **Kuvshinov A.V., Utada H., Avdeev D.B., Koyama T.** 3-D modelling and analysis of the Dst EM responses in the North Pacific Ocean region, revisited // *Abstract of the 23rd General Assembly of IUGG*. Sapporo, Japan, 2003, В. 191 p.
14. **Калугин В.И., Ротанова Н.М., Головков В.П.** О горизонтальных неоднородностях электрической проводимости нижней мантии Земли // *Геомагнетизм и аэрономия*, 1986, т. 26, № 4, с. 655—659.
15. **Гордиенко В.В.** Использование данных глубинной геоэлектрики при оценке гипотез тектогенеза // *Физика Земли*, 2002, № 10, с. 54—63.

*Рекомендована к печати 9 августа 2004 г.  
М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию  
9 февраля 2004 г.*