

УДК 532.59

О КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ ТЕОРЕТИЧЕСКИМИ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ УЕДИНЕННЫМИ ВОЛНАМИ

В. И. Букреев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Приведены экспериментальные данные о поверхностных уединенных волнах, которые генерировались пятью способами. На основе этой и имеющейся в литературе информации показано, что при амплитудах $0,2 < a/h < 0,6$ (h — начальная глубина жидкости) экспериментальные уединенные волны хорошо коррелируют с их теоретическими аналогами, найденными в рамках полной модели потенциального движения жидкости. Отмечается некоторое расхождение в области малых амплитуд. Обсуждаются причины, по которым в опытах не удается реализовать свободные уединенные волны теоретически предельной амплитуды, и приводится пример вынужденной волны, амплитуда которой близка к предельной. Подтвержден установленный ранее факт, что при эволюции из состояния покоя ондулярные волны обрушиваются, когда скорость распространения их переднего фронта достигает предельной скорости распространения уединенной волны.

В данной работе рассматриваются плоские уединенные волны на свободной поверхности однородной по плотности жидкости конечной глубины h над ровным горизонтальным дном. В невозмущенном состоянии жидкость покоится. Информация о таких волнах, полученная до 1952 г., отражена в [1], где приведены 11 теоретических решений и результаты обстоятельных опытов по их проверке. Все рассмотренные в [1] решения относились к волнам малой амплитуды и существенно отличались друг от друга. Это не позволяло дать однозначное определение понятию «уединенная волна» и оставляло открытым фундаментальный вопрос о предельных значениях ее амплитуды a и скорости распространения c . В [1] наилучшее подтверждение получили решения [2, 3]. Они удовлетворительно коррелировали с экспериментальными данными вплоть до $a \approx 0,5h$. В опытах [1] наибольшее значение амплитуды волны достигало $0,62h$.

В дальнейшем «солитоноподобные» решения обнаружены в разных уравнениях математической физики, в частности в моделях движения стратифицированной по плотности жидкости, а для поверхностных волн предложены, обоснованы и использованы в численных расчетах алгоритмы, предельно суживающие термин «уединенная волна» и не содержащие ограничений на ее амплитуду.

В наиболее узком смысле теоретическая свободная уединенная волна определяется как решение полных уравнений потенциального движения жидкости, удовлетворяющее стандартным для этой модели граничным условиям на жесткой границе и свободной поверхности, а также условиям стационарности, симметрии относительно вершины волны (в том числе на бесконечности) и монотонности понижения уровня свободной поверхности по обе стороны от вершины [4–8]. Теоремы существования соответствующих решений доказаны в [6]. Вместе с тем в [5] путем численных расчетов, а в [7] строго показано, что такие решения неединственны.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-00750) и Фонда интеграционных программ Сибирского отделения РАН (грант 97-43).

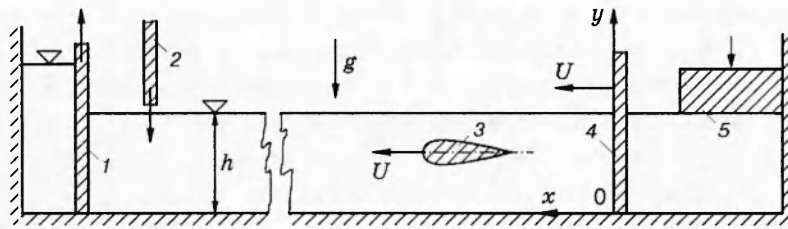


Рис. 1. Схема экспериментов:

1 — перегородка; 2 — затвор; 3 — крыло; 4 — вертикальная пластина; 5 — погружаемое тело

Подробные сведения об идеальной уединенной волне содержатся в [4, 5], где, в частности, отмечается, что при расчетах предельных параметров уединенной волны возникает необходимость вводить некоторые дополнительные априорные соображения, которые становятся одной из причин различия результатов разных авторов, но уже не столь значительного, как в тех теориях, которые проверялись в опытах [1]. Среди более поздних алгоритмов, позволяющих находить решения типа уединенных волн в полной модели потенциального движения, можно отметить алгоритм, приведенный в работе [8].

Численное решение [5] практически соответствует идеальной теоретической уединенной волне, и его желательно проверить в опытах. В частности, в [5] выявлена неединственность решения и найдены достаточно точные значения предельной амплитуды $a_m = 0,827h$ и предельной скорости распространения $c_m = 1,294\sqrt{gh}$ идеальной уединенной волны (g — ускорение силы тяжести). Кроме того, приведена таблица значений массы, количества движения, энергии и специальным образом определенной циркуляции, которыми обладает идеальная волна.

В эксперименте, а тем более в природных процессах, ни одно из упомянутых условий существования идеальной уединенной волны строго не выполняется. Реальная волна всегда нестационарна, порожденное ею течение непотенциально, неизбежны отклонения от условий симметрии перед волной и за ней. Особенно сложно одинаково точно соблюсти в опытах необходимые условия по массе, количеству движения, энергии и циркуляции для идеальной уединенной волны. Это обуславливает актуальность вопроса о корреляции идеальных и реальных уединенных волн. Для его анализа использовались указанные выше публикации, экспериментальная информация из работ [9–17], а также результаты следующих опытов.

Опыты проводились в бассейне длиной 7,3 м и шириной 0,2 м (рис. 1). Использовались пять способов внесения возмущений, которые поясняются ниже.

СПОСОБ 1. Этот способ применялся в [1, 13] и других опытах. В рабочую часть бассейна выпускался некоторый объем жидкости путем кратковременного удаления перегородки 1. При этом достаточно просто обеспечиваются необходимые условия по массе идеальной уединенной волны. Что касается других интегральных условий, то степень их выполнения целиком определяется мастерством экспериментатора [1, 13], поскольку в его распоряжении имеется лишь один легко варьируемый параметр возмущения — перепад уровней на перегородке, а другие условия он вынужден подбирать интуитивной вариацией закона движения перегородки. При слишком быстром или слишком медленном удалении перегородки уединенная волна все же формируется, но на большом расстоянии от источника возмущений и со сравнительно малой амплитудой.

СПОСОБ 2. Перегородка 1 быстро удалялась и не закрывалась, причем начальный перепад уровней на ней был таким, что обеспечивались заведомо избыточные значения массы, количества движения и энергии для идеальной уединенной волны. В результате

формировалась нестационарная *ондулярная* волна с несколькими гребнями и впадинами. Как только первый гребень ондулярной волны становился похожим на уединенную волну, хвостовая часть первой отсекалась быстроопускавшимся затвором 2. Этот способ легче поддается автоматизации, поскольку в нем имеется два легкорегулируемых дополнительных параметра возмущения: расстояние от перегородки до затвора и интервал времени между подъемом перегородки и опусканием затвора.

СПОСОБ 3. Этот способ применялся, например, в [9, 14]. Возмущение вносилось горизонтальным перемещением вертикальной пластины 4. В [9] пластина перекрывала все поперечное сечение бассейна и не допускала перелив жидкости сверху. В данных опытах наряду с указанным частным использовался более общий случай неполного перекрытия поперечного сечения бассейна пластиной, что дает в распоряжение экспериментатора еще один легковарьируемый параметр. Задавался следующий закон движения вертикальной пластины:

$$U(t) = \begin{cases} U_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right], & 0 \leq t < T_2, \\ 0, & t \geq T_2, \end{cases}$$

где t — время; U_0 , T_1 , T_2 — параметры. При этом даже при малой начальной глубине воды в бассейне $h = 3$ см удалось получить уединенные волны, хорошо коррелирующие с теоретическими, что при удалении перегородки осуществить непросто [1].

СПОСОБ 4 можно трактовать как более сложный вариант способа 3. Возмущение вносилось полностью погруженным телом 3, движущимся вдоль бассейна. В этом случае жидкость имеет возможность обтекать препятствие не только снизу, как при неполном погружении пластины (см. способ 3), но и сверху, а в распоряжении экспериментатора появляется еще один легковарьируемый параметр — заглубление тела под свободную поверхность h_1 . Определенное значение имеют форма тела и угол его атаки. В данных опытах использовалось удобообтекаемое симметричное крыло толщиной D , буксируемое под нулевым углом атаки. В поперечном направлении крыло простиралось на всю ширину бассейна. Задавался лишь указанный выше закон движения.

СПОСОБ 5. Этот способ применялся ранее первооткрывателем уединенных волн [15]. Возмущение вносилось погружением твердого тела 5. Два параметра такого возмущения варьируются легко. Это длина тела вдоль бассейна и глубина погружения его нижней кромки. Сложнее подобрать закон движения тела, необходимый для генерации уединенных волн достаточно большой амплитуды.

Использовалась также информация, полученная при внесении возмущений еще двумя способами: подъемом участка дна [16] и при падении тела из воздуха в воду [17]. Такие возмущения типичны для натуральных условий. Работа [16] интересна тем, что в ней желаемый закон подъема дна был рассчитан сначала теоретически, а затем воспроизведен в опытах. Ее основная цель состояла в том, чтобы обрушить волну типа ондулярной в заданной точке бассейна. Получались и уединенные волны, но далеко не предельной амплитуды. В опытах [17] основная часть энергии возмущения рассеивалась в сложных процессах вблизи тела, а амплитуда уединенных волн, формировавшихся на большом удалении от места падения тела, была далека от теоретически предельной.

Отклонения свободной поверхности от положения равновесия $\Delta y = (y - h)$ измерялись волномерами (y — ордината свободной поверхности в неподвижной системе, показанной на рис. 1). Сигналы волномеров подавались на самописец и компьютер. Скорость распространения c выделенной точки на профиле волны вычислялась по времени перемещения этой точки между двумя неподвижными волномерами, смещенными на $\Delta x = (6 \div 17)h$, причем меньшие Δx задавались в области более быстрого изменения профиля волны. Фигурирующие далее конкретные значения c относятся либо к вершине уединенной волны, либо к

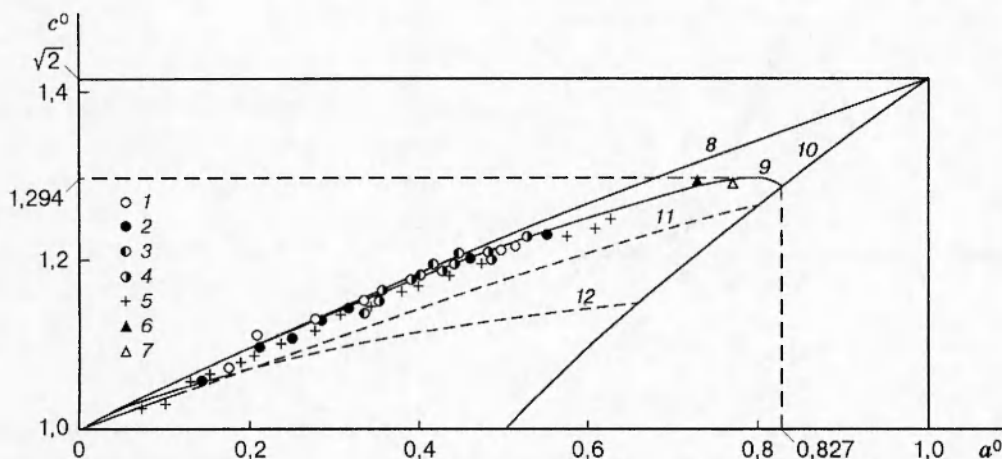


Рис. 2. Сравнение теоретических и экспериментальных данных по амплитудам и скоростям распространения:

1 — при погружении поршня; 2 — при движении вертикальной пластины; 3 — при удалении перегородки; 4 — при удалении перегородки и опускании затвора; 5 — из работы [1]; 6 — из работы [14]; 7 — при движении крыла; 8 — по теориям [2, 3]; 9 — по расчетам [5]; 10 — граница области существования по [6]; 11 — по теории [18]; 12 — по теории [19]

вершине первого гребня волны более сложной формы. Отклонение этой точки от положения равновесия принимается далее за амплитуду a экспериментальной волны. Погрешности измерения скоростей распространения и амплитуд оценивались (и уменьшались) по результатам повторных измерений в одинаковых условиях. Полученные таким методом коэффициенты вариации случайных погрешностей не превышали 1% для a и 1,5% для c .

Вертикальная пластина 4 и крыло 3 перемещались буксировочной тележкой, закон движения которой регистрировался специальными реохордными преобразователями перемещения в электрический сигнал. В измерительной системе имелись также датчики для синхронизации показаний волномеров с начальным моментом времени внесения возмущений. Инструментальные измерения сопровождалось визуальными наблюдениями, как правило, нескольких исполнителей, а в отдельных опытах — видеосъемкой. В частности, визуально регистрировались начало зарождения косых волн и начало обрушения основной плоской волны. Эта информация синхронизировалась по координате x с показаниями волномеров. Визуально обрушение начиналось со сползания небольшой массы жидкости с вершины волны по ее переднему склону подобно лавине. Аналогичный механизм имел место и на последней стадии обратного перехода обрушивающихся волн в гладкие.

Сопоставление теоретических и экспериментальных волн осуществлялось по форме их профиля $\Delta y(x)$, соотношению между их амплитудой и скоростью распространения, а в отдельных примерах — по теоретическому соотношению между массой и потенциальной энергией, приведенному в [6]. Для безразмерных величин в качестве характерных масштабов используются h и \sqrt{gh} . В частности, $a^0 = a/h$, $c^0 = c/\sqrt{gh}$.

На рис. 2 на плоскости параметров (a^0, c^0) выборка из полученных экспериментальных данных сопоставляется с некоторыми теоретическими результатами. В выборку включены только такие экспериментальные волны, которые имели форму, приведенную на рис. 3, а по отношению массы к потенциальной энергии отличались от теоретического значения [4, 5] не более чем на 2%. Экспериментальные точки 5 заимствованы из [1]. Точки 6 и 7 получены в данных опытах. Однако первая из них относится к существенно нестационарной, а вторая — к *вынужденной* уединенной волне. Условия получения этих точек будут

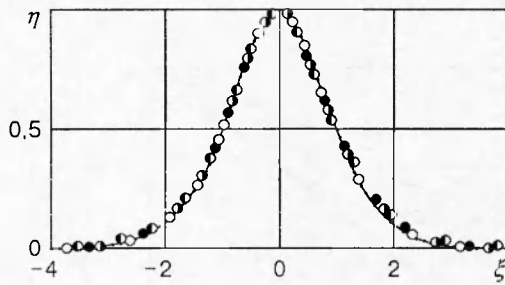


Рис. 3. Профиль уединенной волны при разных способах генерации (обозначения те же, что на рис. 2)

обсуждаться дополнительно.

Расчетная зависимость η из [5] практически соответствует идеальной волне. Неединственность решения проявилась в том, что в некоторой окрестности предельной амплитуды одному значению c^0 соответствуют два значения a^0 . Кривые 8, 11 и 12 построены по формулам для волн малой амплитуды, приведенным в [1]. Они демонстрируют, что до тех пор, пока не был выполнен анализ решений полных уравнений потенциального движения жидкости, термин «уединенная волна» имел слишком широкий смысл.

Кривая 10 отражает один из интересных результатов теории [6]. На этой линии скорость частиц жидкости u_m на гребне идеальной волны становится равной c . Если трактовать c как скорость переноса информации о возмущении, а u_m как (локальную) скорость переноса массы или энергии, то по теории [6] на кривой 10 достигается граница фундаментального физического запрета, а именно: скорость переноса массы или энергии не может превышать скорости переноса информации о возмущении. На этой границе теоретическая уединенная волна достигает предельной амплитуды. Опыт показывает, что обсуждаемый физический запрет проявляется не только в поведении уединенных волн, но и в других практически важных случаях. Если в процессе развития возмущения где-либо в жидкости создается соответствующая критическая ситуация, то происходят качественные изменения в картине течения. В данных опытах те волны, которые в процессе своей эволюции оказывались правее кривой 10, неизменно обрушивались, а в опытах с падением тела из воздуха в воду [17] имел место даже разрыв сплошности жидкости.

Следует отметить, что ось абсцисс $c^0 = 1$ на рис. 2 также может трактоваться как критическая граница по указанному признаку, но только в рамках *линейной* теории волн. На ней фазовая скорость распространения бесконечно длинных линейных гармонических волн становится равной их групповой скорости, характеризующей скорость переноса их энергии. В опытах при переходе через эту границу на плоской основной волне неизменно появляются косые волны. В частности, косые волны присутствуют и на реальной уединенной волне, что является одним из существенных признаков ее отличия от волны идеальной. На практике рост косых волн подавляется поверхностным натяжением. Не исключено, однако, что косые волны приводят к потере устойчивости раньше, чем достигается граница 10 на рис. 2, и это одна из причин, по которым в опытах не удается воспроизвести свободную уединенную волну теоретически предельной амплитуды.

В пределах погрешности измерений экспериментальные данные, полученные при разных способах генерации волн, согласуются друг с другом и с результатами опытов [1]. Небольшое систематическое отклонение экспериментальных точек из [1] можно объяснить тем, что они получены при большем расстоянии $\Delta x/h$ между волномерами, чем в обсуждаемых опытах. В классе *свободных* волн ни один из рассмотренных способов внесения возмущений не позволил получить уединенные волны с $a^0 > 0.58$. В [1] и [9] наибольшие экспериментальные волны имели $a^0 \cong 0.62$. Однако по содержащейся в [1, 9] информации количественное сравнение с теорией можно выполнить только по соотношению между ам-

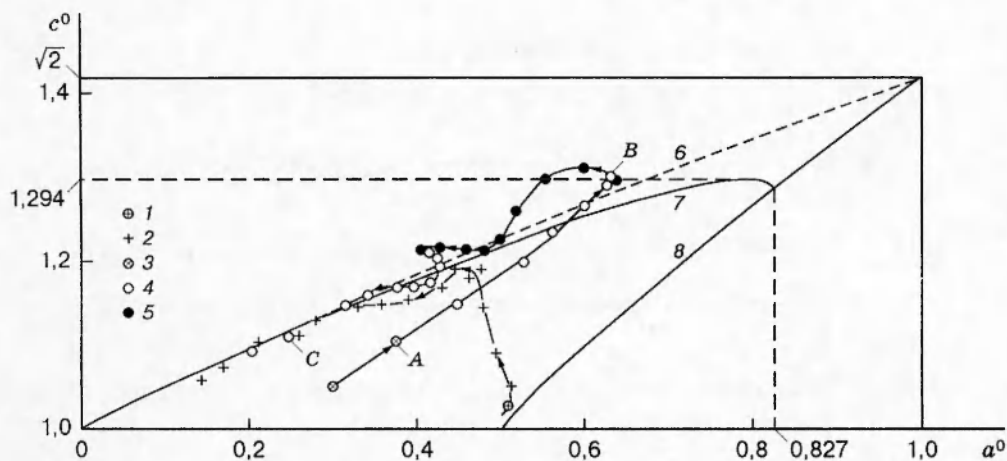


Рис. 4. Примеры траекторий реальных процессов на плоскости (a^0, c^0) :

1, 3 — вынужденные гладкие волны; 2, 4 — свободные гладкие волны; 5 — свободные обрушивающиеся волны; 6 — по [2, 3]; 7 — по [5]; 8 — по [6]

плитудой и скоростью распространения. Вместе с тем существенным ограничивающим фактором является, например, заметное расхождение экспериментальных и идеальных волн большой амплитуды по такому признаку, как отношение массы к потенциальной энергии.

И в данных опытах, и в [1] имело место систематическое отклонение от идеальной волны при $a^0 < 0,2$. По физическим соображениям такое расхождение представляется правдоподобным, поскольку в реальных системах перестройка течения начинается раньше и заканчивается позже, чем достигается та или иная критическая ситуация, предсказываемая схематизированной моделью, а волны из указанного диапазона достаточно близки к нижней границе области существования уединенных волн.

В диапазоне $0,2 < a^0 < 0,6$ имеет место хорошее соответствие идеальных и реальных волн по соотношениям между амплитудой и скоростью распространения, а также между массой и потенциальной энергией. Здесь наиболее значимое расхождение проявлялось в несимметричности экспериментальной волны, представленной на рис. 3, где в координатах $\xi = x_1/l_*$, $\eta = \Delta y/a$, связанных с вершиной волны, приведены экспериментальные профили уединенных волн с амплитудой в окрестности $a^0 = 0,55 \pm 0,03$. Значение x_1 вычислялось по формуле $x_1 = x_0 + c(t - t_0)$, где x_0 — координата волномера в неподвижной системе; t_0 — время прохождения вершины волны от начала координат до волномера. В качестве l_* принято то значение x_1 , при котором $\eta = 1/2$. Обозначения экспериментальных точек те же, что на рис. 2. Сплошной линией показан симметричный профиль $\eta = \text{sech}^2 0,8813\xi$, в котором числовой коэффициент подобран эмпирически из условия $\eta = 1/2$ при $\xi = \pm 1$. Передний склон экспериментальной волны хорошо аппроксимируется этой формулой, а задний склон более пологий.

Трудности получения в эксперименте уединенной волны теоретически предельной амплитуды обсуждаются на основе данных, приведенных на рис. 4 и 5. На рис. 4 на «фазовой» плоскости (a^0, c^0) даны два примера траекторий возмущений, внесенных движением вертикальной пластины. Экспериментальные точки A, B, C соответствуют волнам A, B, C на рис. 5. Экспериментальные значения a^0 и c^0 относятся к вершине первого гребня волны. В процессе эволюции из состояния покоя возмущения всегда находились левее критической кривой 8. Профили волн в выделенных точках A, B, C одной из траекторий приведены на

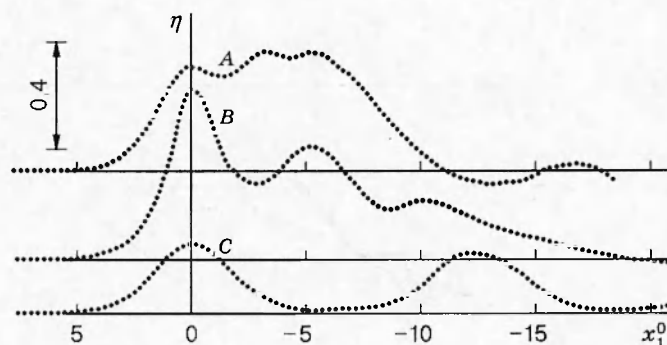


Рис. 5. Пример распада сложного начального возмущения на уединенные волны

рис. 5. В точках 1 и 3 волны были вынужденными, поскольку в соответствующие моменты времени пластина еще двигалась. Остальные точки получены после остановки пластины. В точках 5 передний фронт волны обрушивался. В остальных точках траекторий волны были гладкими.

На траектории с экспериментальными точками 1 и 2 волны сохраняли гладкость до своего полного вырождения. На определенном этапе эволюции формировалась уединенная волна, хорошо коррелирующая с [2, 5], но к этому времени ее амплитуда стала значительно меньше a_m^0 . Примечательно, что в процессе дальнейшего вырождения из-за вязкости и при отражениях от торцевых стенок бассейна параметры экспериментальной уединенной волны долго отслеживали их теоретические значения для идеальной жидкости, т. е. выполнялся следующий принцип квазистационарности: по мере уменьшения амплитуды соответственно уменьшалась и скорость распространения.

В рассмотренном примере пластина привела в движение массу жидкости, которая меньше теоретической для предельной уединенной волны. В примере с экспериментальными точками 3–5 начальное возмущение имело заведомо избыточную массу. В результате в точке B его траектории начался процесс обрушения переднего фронта. Примечателен следующий факт. Несмотря на то что волна в этой точке траектории сильно отличалась по форме от уединенной (см. рис. 5) и была существенно нестационарной, ее обрушение началось при скорости распространения, совпадающей с предельной скоростью распространения идеальной уединенной волны. Более подробная информация по этому вопросу содержится в [14]. Обратный переход от обрушивающихся к гладким волнам произошел при несколько меньшей скорости распространения $c^0 \approx 1,22$. В точке C обсуждаемой траектории сформировались две уединенные волны (см. рис. 5). При дальнейшем вырождении параметры первой из них отслеживали соответствующие значения для идеальной волны.

Данные на рис. 4 показывают, что для получения в опытах теоретической уединенной волны предельной амплитуды траектория соответствующего процесса должна выйти в точку пересечения кривых 7 и 8, все время оставаясь левее кривой 8, причем возмущение должно иметь строго определенные массу, количество движения и энергию. Выполнить все эти условия пока не удастся даже в лабораторном эксперименте.

Достаточно часто экспериментальные волны, похожие на уединенные и имеющие амплитуду вблизи теоретического значения a_m , получаются в *нестационарных* и *вынужденных* процессах. Такая волна зарегистрирована, например, в опытах [14] (точка 6 на рис. 2). В гладкой форме она существовала значительно более короткое время, чем для других экспериментальных точек, а затем обрушилась.

Пример вынужденной волны большой амплитуды (точка 7 на рис. 2) получен в данных опытах при внесении возмущений движущимся крылом. Эта волна показана на рис. 6.

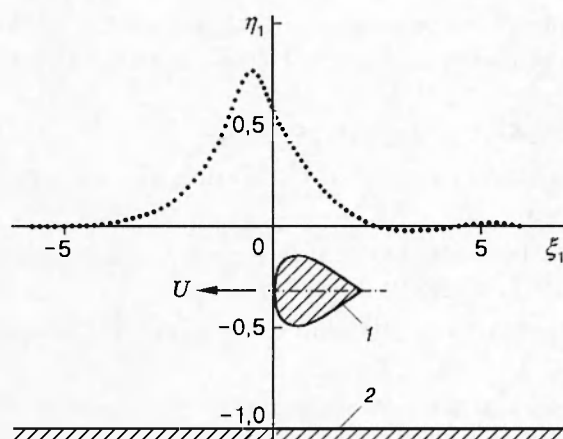


Рис. 6. Вынужденная уединенная волна при движении крыла с критической скоростью:

1 — крыло; 2 — дно бассейна; $U/c_m = 0,99 \pm 0,01$; $D/h = 1/3$; $h_1/h = 1/3$

Здесь $\xi_1 = x_2/h$; x_2 отличается от ранее определенного x_1 только тем, что начало отсчета совмещено не с вершиной волны, а с передней кромкой крыла (на рис. 6 форма крыла искажена из-за различия масштабов по осям координат; реальное крыло имело удлинение 6 : 1). Ордината $\eta_1 = \Delta y/h$. Волна была стационарной, пока крыло двигалось с постоянной скоростью. При остановке крыла она быстро распадалась на волны со знакопеременным отклонением от положения равновесия.

Волна на рис. 6 интересна тем, что она образуется лишь при строго определенных сочетаниях параметров системы и возмущения, т. е. параметрически неустойчива; малые вариации параметров системы или возмущения приводят к сильному качественному изменению картины волн. Одним из необходимых условий существования обсуждаемой волны является равенство $U = c_m$ ($U = \text{const}$ — скорость движения крыла). В выполненных опытах при $U/c_m = 0,97$ неограниченно далеко вверх по потоку распространялся цуг гладких волн, похожих на уединенные, причем число отдельных волн в цуге непрерывно возрастало, а их амплитуды достигали $0,6a_m$. При $U/c_m > 1$ возмущения впереди тела либо отсутствовали, либо распространялись в виде обрушивающихся волн. Это зависело от сочетания других параметров, например степени загромождения потока крылом или его заглубления под свободную поверхность.

Таким образом, теория идеальной уединенной волны хорошо описывает реальные объекты, по крайней мере, в диапазоне $0,2 < a^0 < 0,6$. Область $0,6 < a^0 < a_m^0$ в эксперименте изучена пока недостаточно. Здесь можно отметить только, что в природных процессах свободные уединенные волны из этого диапазона вряд ли реализуются, поскольку даже в лабораторном эксперименте все необходимые условия их существования задать не удастся. Для адекватного описания реальных волн при $a^0 < 0,2$ нужно использовать более сложные математические модели, чем модель потенциального движения. Особо важным результатом теории идеальных уединенных волн является то, что она выявила критическую скорость распространения $c_m \cong 1,294\sqrt{gh}$, которая проявляет себя в разных задачах, например при распространении ондулярных и вынужденных нелинейных волн.

Автор выражает благодарность А. В. Гусеву, И. Н. Потопову и Н. П. Туранову за существенный вклад в получение исходных экспериментальных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Daily J. W., Stephan S. C. The solitary wave. Its celerity, profile, internal velocities and amplitude attenuation in a horizontal smooth channel // Proc. 3rd Conf. Coastal Eng. Berkley: Univ. of California, 1952. P. 13–30.

2. **Boussinesq J.** Theorie des onde et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement partielles de la surface au fond // J. Math. Liouvills. France. 1872. V. 17. P. 55.
3. **Rayleigh Lord.** On waves // Phil. Mag. 1876. Ser. 5. V. 1. P. 257-279.
4. **Longuet-Higgins M. S.** On the mass, momentum, energy and circulation of a solitary wave // Proc. Roy. Soc. London. 1974. V. A337. P. 1-13.
5. **Longuet-Higgins M. S., Fenton J. D.** On the mass, momentum, energy and circulation of a solitary wave. II // Proc. Roy. Soc. London. 1974. V. A340. P. 471-493.
6. **Amick C. J., Toland J. F.** On solitary water-waves of finite amplitude // Arch. Rational Mech. Anal. 1981. V. 76, N 1. P. 9-95.
7. **Плотников П. И.** Неединственность решений задачи об уединенных волнах и бифуркации критических точек гладких функционалов // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1991. Т. 55, № 2. С. 339-366.
8. **Овсянников Л. В.** Об асимптотическом представлении уединенных волн // Докл. АН СССР. 1991. Т. 318, № 3. С. 556-559.
9. **Maxworthy T.** Experiments on the collision between two solitary waves // J. Fluid Mech. 1976. V. 76, pt 1. P. 177-185.
10. **Losada M. A., Vidal C., Medina R.** Experimental study of the evolution of a solitary wave at an abrupt junction // J. Geophys. Res. 1989. V. 94, N 10. P. 14.557-14.566.
11. **Seabra-Santos F. J., Renouard D. R., Temperville A. M.** Numerical and experimental study of the transformation of a solitary wave over a shelf or isolated obstacle // J. Fluid Mech. 1987. V. 176. P. 117-134.
12. **Sakagushi T., Ozawa M., Takahashi R., Shiomi Y.** Liquid velocity measurement of solitary wave by LDV // Mem. Fac. Kobe Univ. 1986. N 33. P. 33-66.
13. **Cooker M. J., Peregrine D. H., Vidal C., Dold J. W.** The interaction between a solitary wave and a submerged semicircular cylinder // J. Fluid Mech. 1990. V. 215. P. 1-22.
14. **Букреев В. И., Романов Е. М., Туранов Н. П.** Обрушение гравитационных волн в окрестности второй критической скорости их распространения // ПМТФ. 1997. Т. 39, № 2. С. 52-58.
15. **Russel J. S.** Report on waves // Rep. 14th Meeting of the British Assoc. for the Advancement of Sci. London: John Murrey, 1845. P. 311-390.
16. **Hammack J. W., Segur H.** The Korteweg de Vries equation and water waves. Pt 2. Comparison with experiments // J. Fluid Mech. 1974. V. 65, pt 2. P. 289-314.
17. **Букреев В. И., Гусев А. В.** Гравитационные волны при падении тела на мелкую воду // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 2. С. 90-98.
18. **de St. Venant B.** Theorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux cures rivieres et a l'introduction des marees dans leur lit // Comptes Rendus. 1871. V. 73. P. 147.
19. **McCowan J.** On the solitary waves // Phil. Mag. 1891. Ser. 5. V. 32. P. 45-48.

*Поступила в редакцию 23/VI 1998 г.,
в окончательном варианте — 14/X 1998 г.*