УДК 536.46

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ЗАЖИГАНИЯ

Ю. И. Бабенко

ФГУП РНЦ «Прикладная химия», 197198 Санкт-Петербург, babenko@npd.ioffe.ru

Предложен метод определения момента зажигания полубесконечного массива конденсированного вещества под действием внешнего теплового потока, задаваемого в виде произвольной функции времени. Метод основан на использовании формализма дифференцирования дробного порядка. Для «больших» значений теплового потока результаты расчетов совпадают с результатами, полученными известными методами.

Ключевые слова: конденсированное вещество, зажигание, дробное дифференцирование.

ВВЕДЕНИЕ

Теоретическое определение времени зажигания полубесконечного массива конденсированного вещества под действием внешнего теплового потока существенно сложнее, нежели при заданном законе изменения температуры поверхности, что связано с невозможностью ввести «масштабную температуру». Неслучайно первые работы в данной области носили качественный характер или были связаны с применением численных методов, подробный обзор которых содержится в [1, 2]. Позднее был разработан метод «сшивки», предполагающий две стадии развития процесса зажигания — первую, когда можно пренебречь разогревом образца за счет химической реакции, и вторую, когда учитывается только собственное тепловыделение [3]. Своим названием метод обязан процедуре сопряжения решений для обеих стадий, которая выполняется для функций и их производных по времени. Последним достижением является использование метода сращиваемых асимптотических разложений (САР) [4, 5]. В данном случае сопряжение производится по координате.

В настоящей работе вопросы теории зажигания рассматриваются с использованием метода дробного дифференцирования [6], который позволяет избежать предварительной процедуры определения температурного поля и свести исследование к анализу соотношения, связывающего значения температуры и ее градиента на границе полубесконечной области.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Общепринятая математическая модель процесса зажигания полубесконечного массива конденсированного вещества под воздействием внешнего теплового потока формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = kT_{ad}\exp\Big(-\frac{E}{RT}\Big), \qquad T = T(x,t);\ x\in[0,\infty),\ t\in[0,\infty); \tag{1}$$

$$-\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} = F(t) \geqslant 0; \tag{2}$$

$$T(x,0) = T_0, \quad T(\infty,t) = 0. \tag{3}$$

Здесь T — температура, x — координата, t — время, a — температуропроводность, λ — теплопроводность, k — предэкспоненциальный множитель, E — энергия активации, T_0 — начальная температура, $T_{ad} = Q/c\rho$ — адиабатическая температура, определяемая тепловым эффектом экзотермической реакции Q, а также теплоемкостью c и плотностью среды ρ. Тепловой поток на поверхности $x = 0$ задается функцией $F(t)$. Значения a, λ, k, E, T_{ad}, T_0 считаются постоянными.

Для математической корректности вместо (1) будем рассматривать уравнение

$$\frac{\partial T}{\partial t} - a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = kT_{ad}\Big[\exp\Big(-\frac{E}{RT}\Big) - \exp\Big(-\frac{E}{RT_0}\Big)\Big], \tag{4}$$

полагая, что при начальной температуре тепловыделение компенсируется теплоотдачей в окружающую среду. Если указанное корректирование не выполнено, модель (1)–(3) описывает тепловой взрыв в присутствии внешнего теплового потока.

Кроме того, заменим аррениусовскую зависимость приближением Франк-Каменецкого [7]:

$$\exp\Big(-\frac{E}{RT}\Big) \to \exp\Big(-\frac{E}{RT_0}\Big)\exp\Big(\frac{E(T-T_0)}{RT_0^2}\Big). \tag{5}$$

Обозначая $k_0 = k\exp(-E/RT_0)$, введем безразмерные величины:

$$\Theta = \frac{E(T-T_0)}{RT_0^2}, \quad \xi = \sqrt{\frac{k_0ET_{ad}}{aRT_0^2}}x, \tag{6}$$

$$\tau = \frac{k_0ET_{ad}}{RT_0^2}t, \quad f(\tau) = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{aE}{k_0RT_0^2T_{ad}}}F(t).$$

С использованием (5), (6) задача (2)–(4) записывается следующим образом:

$$\Big(\frac{\partial}{\partial\tau} - \frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\Big)\Theta = \exp\Theta - 1, \tag{7}$$

$$\Theta = \Theta(\xi,\tau); \quad \xi \in [0,\infty), \quad \tau \in [0,\infty),$$

$$-\frac{\partial\Theta}{\partial\xi}\Big|_{\xi=0} = f(\tau) \geqslant 0, \tag{8}$$

$$\Theta(\xi,0) = 0, \ \Theta(\infty,\tau) = 0. \tag{9}$$

Замечание 1. Если вместо (4) используется «некорректированное» уравнение (1), правая часть (7) заменяется на $\exp\Theta$.

Качественное исследование задачи (7)–(9) показывает, что вещественное решение $\Theta(\xi,\tau)$ при $f(\tau) > 0$ существует только на конечном промежутке $\tau \in [0,\tau_{ign})$. При $\tau \to \tau_{ign} - 0$ температура границы $\xi = 0$ неограниченно возрастает. Величина τ_{ign} интерпретируется как время зажигания.

Целью настоящей работы является определение указанной величины.

2. СВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ К ГРАНИЧНОМУ СООТНОШЕНИЮ

Согласно методике, изложенной в [6], уравнение (7) можно представить в виде

$$\Big(\frac{\partial^{1/2}}{\partial\tau^{1/2}} - \frac{\partial}{\partial\xi}\Big)\Big(\frac{\partial^{1/2}}{\partial\tau^{1/2}} + \frac{\partial}{\partial\xi}\Big)\Theta = \exp\Theta - 1. \tag{10}$$

Операция дробного дифференцирования для произвольной функции $g(t)$ определена равенством

$$\frac{d^\nu}{dt^\nu}g(t) = D^\nu g(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\nu)}\frac{d}{dt}\int_0^t \frac{g(z)dz}{(t-z)^\nu}, \tag{11}$$
$$\nu \in (-\infty, 1).$$

Для отрицательных показателей выражение (11) можно преобразовать к форме дробного интеграла:

$$\frac{d^\nu}{dt^\nu}g(t) = D^\nu g(t) = \frac{1}{\Gamma(-\nu)}\int_0^t \frac{g(z)dz}{(t-z)^{\nu+1}}, \tag{12}$$
$$\nu \in (-\infty, 0).$$

Замечание 2. Мы применяем два различных обозначения для производных дробного порядка. Первое удобно при выводе общих формул, особенно когда функция зависит от двух переменных. Однако при использовании в заключительных расчетах целесообразно использовать второе, более экономное обозначение.

Напомним, что

$$D^\nu D^\mu g(t) = D^{\nu+\mu}g(t), \quad \nu + \mu \leqslant 1; \tag{13}$$

$$D^\nu t^\mu = \frac{\Gamma(\mu+1)}{\Gamma(\mu+1-\nu)}t^{\mu-\nu}, \ \mu - \nu > -1 \tag{14}$$

(Γ — гамма-функция);

$$\int_0^t g(z)dz = D^{-1}g(t) \tag{15}$$

(подробности см. в [6, 8]).

Действуя на (10) слева оператором

$$\Big(\frac{\partial^{1/2}}{\partial\tau^{1/2}} - \frac{\partial}{\partial\xi}\Big)^{-1} = \frac{\partial^{-1/2}}{\partial\tau^{-1/2}} + $$
$$+ \frac{\partial^{-1}}{\partial\tau^{-1}}\frac{\partial}{\partial\xi} + \frac{\partial^{-3/2}}{\partial\tau^{-3/2}}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \ldots, \quad (16)$$

получаем

$$\frac{\partial^{1/2}\Theta}{\partial\tau^{1/2}} + \frac{\partial\Theta}{\partial\xi} = \Big(\frac{\partial^{-1/2}}{\partial\tau^{-1/2}} + \frac{\partial^{-1}}{\partial\tau^{-1}}\frac{\partial}{\partial\xi} +$$
$$+ \frac{\partial^{-3/2}}{\partial\tau^{-3/2}}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \ldots\Big)(\exp\Theta - 1). \quad (17)$$

Оказывается, что решения уравнения (17) автоматически удовлетворяют условиям (9). Поэтому, записав (17) при $\xi = 0$, получаем выражение, связывающее граничную температуру $\Theta(0,\tau) = \Theta_s(\tau)$ и значения граничных производных от температуры по координате:

$$\frac{d^{1/2}\Theta_s}{d\tau^{1/2}} + \frac{\partial\Theta}{\partial\xi}\Big|_{\xi=0} = \Big[\Big(\frac{d^{-1/2}}{d\tau^{-1/2}} + \frac{d^{-1}}{d\tau^{-1}}\frac{\partial}{\partial\xi} +$$
$$+ \frac{d^{-3/2}}{d\tau^{-3/2}}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \ldots\Big)(\exp\Theta - 1)\Big]_{\xi=0}. \quad (18)$$

Поскольку все граничные производные $(\partial^n\Theta/\partial\xi^n)_{\xi=0}$ могут быть выражены через $\Theta_s(\tau)$ и $(\partial\Theta/\partial\xi)_{\xi=0} = -f(\tau)$ с помощью (7), выражение (18) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение с дробными производными, определяющее неизвестную величину $\Theta_s(\tau)$ по заданной функции $f(\tau)$. Оно будет использовано ниже для нахождения приближенного решения и оценки его точности.

3. ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ

Сохраним в правой части выражения (18) только первый член разложения обратного оператора (16). Тогда граничное соотношение (18) принимает вид

$$\begin{gathered}\frac{d^{1/2}\Theta_s}{d\tau^{1/2}} - f(\tau) = \frac{d^{-1/2}}{d\tau^{-1/2}}(\exp\Theta_s - 1), \\ \Theta_s = \Theta_s(\tau), \quad \tau \in [0, \tau_{ign}); \quad \Theta_s(0) = 0.\end{gathered} \quad (19)$$

Действуя на (19) слева оператором $d^{1/2}/d\tau^{1/2}$, в соответствии с (13) получаем

$$\frac{d\Theta_s}{d\tau} = D^{1/2}f(\tau) + (\exp\Theta_s - 1), \Theta_s(0) = 0. \quad (20)$$

Замечание 3. Данное уравнение фактически рассматривается в методе «сшивки» [3]. На первой стадии учитывается только слагаемое $D^{1/2}f(\tau)$ в правой части, а на второй — только член $\exp\Theta_s - 1$. Однако, как мы покажем ниже, уравнение (20) может быть решено без «разделения на стадии».

Подстановка

$$\Theta_s = -\ln\Psi \quad (21)$$

сводит уравнение (20) к линейному:

$$\begin{gathered}\frac{d\Psi}{d\tau} + [D^{1/2}f(\tau) - 1]\Psi + 1 = 0, \\ \Psi = \Psi(\tau); \quad \Psi(0) = 1.\end{gathered} \quad (22)$$

Последнее имеет решение (см. (15))

$$\Psi = \exp[\tau - D^{-1/2}f(\tau)] \times$$
$$\times \Big\{1 - \int_0^\tau \exp[D^{-1/2}f(z) - z]dz\Big\}. \quad (23)$$

Согласно (21) при $\tau = \tau_{ign}$ должно быть $\Psi = 0$. Поэтому из (23) следует выражение, определяющее время зажигания τ_{ign}:

$$\int_0^{\tau_{ign}} \exp[D^{-1/2}f(\tau) - \tau]d\tau = 1. \quad (24)$$

Последнее представляет собой основную формулу предлагаемого метода, позволяющую выполнять вычисления единообразным образом для произвольной заданной функции $f(\tau)$.

При $f = 0$ имеем $\tau_{ign} = \infty$.

Замечание 4. Для «некорректированной» функции тепловыделения $\exp\Theta$ вместо (24) имеет место формула

$$\int_0^{\tau_{ign}} \exp[D^{-1/2}f(\tau)]d\tau = 1. \quad (25)$$

При $f = 0$ получаем решение задачи теплового взрыва в отсутствие внешнего потока: $\tau_{ign} = 1$. Как следует из (24), выражение (25) не бесполезно и применительно к задаче теории зажигания. Для больших величин теплового потока оно дает правильное асимптотическое значение τ_{ign}.

4. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА

1. Наиболее удобен для вычислений случай $f(\tau) = 2\alpha\sqrt{\tau}/\sqrt{\pi}$, $\alpha = \text{const} > 0$ (множитель $2/\sqrt{\pi}$ введен для удобства дальнейших выкладок). При этом согласно (14) $D^{-1/2}f(\tau) = \alpha\tau$, и уравнение (24) принимает вид

$$\int_0^{\tau_{ign}} \exp[(\alpha-1)\tau]d\tau = 1.$$

После интегрирования находим

$$\tau_{ign} = \frac{\ln\alpha}{\alpha-1}. \qquad (26)$$

Решая упрощенное уравнение (25), таким же образом получаем

$$\tau_{ign} = \frac{\ln(\alpha+1)}{\alpha}. \qquad (27)$$

Сравнение (26) и (27) показывает, что при $\alpha \to \infty$ результаты совпадают, как и следовало ожидать из физических соображений (см. также замечание 4).

Замечание 5. Поучительно провести сравнение с методом «сшивки» [3]. На стадии прогрева (1) температура поверхности нарастает по закону $\Theta_{s1} = \alpha\tau$. На стадии тепловыделения (2) справедливо уравнение $d\Theta_{s2}/d\tau = \exp\Theta_{s2} - 1$. Приравнивая температурные функции 1, 2 и их производные, имеем

$$\Theta_s^* = \alpha\tau^*, \quad \alpha = \exp\Theta_s^* - 1$$

(знак * относится к моменту сопряжения). Исключая величину Θ_s^*, получаем

$$\tau^* = \frac{\ln(\alpha+1)}{\alpha}. \qquad (28)$$

Значение τ^* из (28) меньше, нежели τ_{ign} из (26), однако при $\alpha \to \infty$ обе зависимости идентичны. Таким образом, при больших значениях внешнего теплового потока времена зажигания, определенные по критериям $\Theta_s \to \infty$ и $\tau_{ign} = \tau^*$, совпадают. Физически это означает, что «время химической реакции» $\tau_{ign} - \tau^*$ значительно меньше «времени прогрева» τ^*.

2. Положим $f(\tau) = \sqrt{\pi}\alpha/2 = \text{const}$. Согласно (14) $D^{-1/2}f(\tau) = \alpha\sqrt{\tau}$. Для простоты выполним вычисления с помощью формулы (25):

$$\int_0^{\tau_{ign}} \exp(\alpha\sqrt{\tau})d\tau = 1.$$

После интегрирования приходим к трансцендентному уравнению

$$y\exp y - (\exp y - 1) = \alpha^2/2, \quad y = \alpha\sqrt{\tau_{ign}}.$$

Метод «сшивки» дает другое выражение:

$$y\exp y = \alpha^2/2, \quad y = \alpha\sqrt{\tau^*}.$$

Однако для больших значений α, когда $y \to \infty$, решения совпадают, так что

$$\tau_{ign} \approx \frac{4\ln^2\alpha}{\alpha^2}, \quad \alpha \to \infty. \qquad (29)$$

3. Рассмотрим случай, когда внешний тепловой поток действует ограниченное время: $f(\tau) = 2\alpha\sqrt{\tau}/\sqrt{\pi}$, $\tau < \delta$; $f(\tau) = 0$, $\tau > \delta$. Из (12) находим

$$D^{-1/2}f(\tau) = \alpha\tau, \quad \tau < \delta,$$

$$D^{-1/2}f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\delta} \frac{(2\alpha/\sqrt{\pi})\sqrt{z}}{\sqrt{\tau-z}}dz =$$

$$= \frac{2\alpha\tau}{\pi}\Big(\arcsin\sqrt{\frac{\delta}{\tau}} - \sqrt{\frac{\delta}{\tau}}\sqrt{1-\frac{\delta}{\tau}}\Big), \ \tau > \delta.$$

Очевидно, что возможны два варианта решения. Если оказывается, что $\tau_{ign} = \ln\alpha/(\alpha-1) \leqslant \delta$, результат не отличается от полученного в примере 1. В противном случае соотношение (24) записывается следующим образом:

$$\int_0^{\delta} \exp[(\alpha-1)\tau]d\tau + \int_{\delta}^{\tau_{ign}} \exp\Big[\frac{2\alpha\tau}{\pi} \times$$

$$\times \Big(\arcsin\sqrt{\frac{\delta}{\tau}} - \sqrt{\frac{\delta}{\tau}}\sqrt{1-\frac{\delta}{\tau}}\Big) - \tau\Big]d\tau = 1.$$

После разложения подынтегральной функции в ряд по степеням δ/τ получаем

$$\frac{\exp[(\alpha-1)\delta]-1}{\alpha-1} + \int_{\delta}^{\tau_{ign}} \exp\Big\{\frac{2\alpha\tau}{\pi} \times$$

$$\times \Big[\frac{2}{3}\Big(\frac{\delta}{\tau}\Big)^{3/2} + \frac{1}{5}\Big(\frac{\delta}{\tau}\Big)^{5/2} + \ldots\Big] - \tau\Big\}d\tau = 1.$$

Для простоты положим $\alpha \gg 1$. Тогда, сделав в последнем интеграле замену $\tau = 1/z^2$, приходим к выражению

$$\frac{\exp(\alpha\delta)}{\alpha} + \delta \exp\left(\frac{4\alpha\delta}{3\pi}\right) - \\ - \tau_{ign} \exp\left(\frac{4\alpha\tau_{ign}}{3\pi}\right) = 1, \quad \delta < \frac{\ln\alpha}{\alpha}, \quad (30)$$

определяющему τ_{ign}.

Выражение типа (30) не может быть получено методом «сшивки». В самом деле, решения для двух стадий не сопрягаются, так как $(d\Theta_{s1}/d\tau)^* = 0$, а $(d\Theta_{s2}/d\tau)^* > 0$.

Видно, что предлагаемый метод, сводящий задачу определения времени зажигания к соотношению (24), оказывается применимым и в том случае, когда использование других подходов невозможно.

Замечание 6. Точное интегрирование выражений (24) и (25) возможно в относительно редких случаях. Однако обычные методы приближенного вычисления интегралов позволяют легко получить верхнюю и нижнюю оценки величины τ_{ign}.

5. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ

Сохраним в правой части выражения (18) два члена ряда. Учитывая, что

$$\frac{\partial}{\partial\xi}(\exp\Theta - 1)\Big|_{\xi=0} = -f(\tau)\exp\Theta_s,$$

получаем вместо (19) уравнение

$$\frac{d^{1/2}\Theta_s}{d\tau^{1/2}} - f(\tau) = \frac{d^{-1/2}}{d\tau^{-1/2}}(\exp\Theta_s - 1) - \\ - \frac{d^{-1}}{d\tau^{-1}} f(\tau)\exp\Theta_s, \quad \Theta_s = \Theta_s(\tau). \quad (31)$$

Действуя на (31) слева оператором $d^{1/2}/d\tau^{1/2}$, приходим к уравнению, уточняющему (20):

$$\frac{d\Theta_s}{d\tau} = D^{1/2} f(\tau) + (\exp\Theta_s - 1) - \\ - \frac{d^{-1/2}}{d\tau^{-1/2}} f(\tau)\exp\Theta_s, \quad \Theta_s(0) = 0. \quad (32)$$

Подстановка (21) переводит (32) в аналог уравнения (22):

$$\frac{d\Psi}{d\tau} + \left[D^{1/2} f(\tau) - 1 - D^{-1/2}\frac{f(\tau)}{\Psi}\right]\Psi + 1 = 0, \\ \Psi = \Psi(\tau); \quad \Psi(0) = 1. \quad (33)$$

Это нелинейное интегродифференциальное уравнение не может быть решено точными методами. Численное решение не встречает принципиальных затруднений, так как существуют удобные алгоритмы вычисления дробной производной [9]. Однако использование расчетных методик выходит за рамки настоящей работы. Ниже мы увидим, что качественный анализ позволяет получить содержательную информацию о точности приближенной формулы (24).

Полагая, что выражение в квадратных скобках известно, можно записать аналог решения (23), откуда следует, что величина τ_{ign} определяется из соотношения

$$\int\limits_0^{\tau_{ign}} \exp\{D^{-1/2} f(\tau) - \tau - \\ - D^{-3/2}[f(\tau)/\Psi(\tau)]\}d\tau = 1. \quad (34)$$

Так как $D^{-3/2}[f(\tau)/\Psi(\tau)] > 0$, величина τ_{ign}, определенная из (34), всегда больше полученной из соотношения (24). Поэтому нельзя осуществить итерацию, подставив в (34) функцию Ψ из (23), ибо последняя отрицательна для значений $\tau > \tau_{ign}$, найденных из (24).

Имея в виду, что целью настоящего параграфа является оценка точности решения (24), подставим в (34) вместо «истинной» $\Psi(\tau)$ функцию

$$\Psi_1 = 1 - \tau/\tau_{ign}. \quad (35)$$

Последняя является простейшей зависимостью, сохраняющей основные свойства Ψ. Функция (35) убывающая, кроме того, $\Psi_1(0) = 1$, $\Psi(\tau_{ign}) = 0$, $(d\Psi_1/d\tau)(\tau_{ign}) = \mathrm{const}$. Воспользуемся неравенством

$$D^{-3/2}[f(\tau)/\Psi_1(\tau)] \leqslant f_{\max} D^{-3/2}[1/\Psi_1(\tau)]$$

и оценкой

$$D^{-3/2}(1 - \tau/\tau_{ign})^{-1} < \\ < \beta\tau_{ign}^{3/2}(1 - \tau/\tau_{ign})^{1/2} < \beta\tau_{ign}^{3/2},$$

которые следуют из (12). Здесь β — постоянная порядка единицы. Тогда соотношение (34) заменяется следующим:

$$\int\limits_0^{\tau_{ign}} \exp[D^{-1/2}f(\tau) - \tau]d\tau = \exp(\gamma f_{\max}\tau_{ign}^{3/2}) \quad (36)$$

(γ — множитель порядка единицы). Выражение (36) позволяет установить условие применимости формулы (24):

$$f_{\max}\tau_{ign}^{3/2} \ll 1. \quad (37)$$

Поскольку мы выясняем условия, когда τ_{ign}, найденное из (34), близко к значению, определенному из (24), можно подставить в (37) τ_{ign} из (24).

Выпишем неравенство (37) для примеров, рассмотренных в п. 4, опуская несущественные множители:

1) $f_{\max} = \alpha\sqrt{\tau_{ign}}$, $\tau_{ign} \approx (\ln\alpha)/\alpha$, $\alpha \to \infty$. Согласно (37) имеем $(\ln^2\alpha)/\alpha \ll 1$;

2) $f_{\max} = \alpha$, $\tau_{ign} \approx 4(\ln^2\alpha)/\alpha^2$, $\alpha \to \infty$. Из (37) находим $8(\ln^3\alpha)/\alpha^2 \ll 1$;

3) $f_{\max} = \alpha\delta$. Условие (37), записанное в явной форме, чересчур громоздко. Имея в виду, что $\tau_{ign} > \delta$, приведем одно из необходимых условий: $\alpha\delta^{5/2} \ll 1$. Второе необходимое условие совпадает с таковым в примере 1.

Таким образом, выражение (24) может быть использовано в практических вычислениях при достаточно больших значениях внешнего теплового потока.

ВЫВОДЫ

1. Предложена методика решения задач теории зажигания, использующая технику дробного дифференцирования.

2. Для функции тепловыделения, задаваемой соотношением Франк-Каменецкого, получено приближенное соотношение, определяющее время зажигания по критерию обращения граничной температуры в бесконечность.

3. Найдено условие применимости указанного соотношения.

4. Установлено совпадение предельных зависимостей при больших значениях внешнего теплового потока с результатами, полученными методом «сшивки».

5. В отличие от метода «сшивки» предложенный подход применим для случая убывающих и импульсных зависимостей внешнего теплового потока от времени.

Автор благодарит А. С. Штейнберга за стимулирующее обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Merzhanov A. G., Averson A. E.** The present state of the thermal ignition theory // Combust. Flame. 1971. V. 16. P. 89–124.
2. **Аверсон А. Э.** Теория зажигания // Тепломассообмен в процессах горения / Под ред. А. Г. Мержанова. Черноголовка, 1980. С. 16–36.
3. **Вилюнов В. Н.** Теория зажигания конденсированных веществ. Новосибирск: Наука, 1984.
4. **Буркина Р. С., Вилюнов В. Н.** Асимптотика задач теории горения. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1982.
5. **Буркина Р. С.** Зажигание пористого тела потоком излучения // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 6. С. 5–13.
6. **Бабенко Ю. И.** Тепломассообмен. Метод расчета тепловых и диффузионных потоков. Л.: Химия, 1986.
7. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.
8. **Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И.** Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987.
9. **Нигматуллин Р. Р., Салахов М. Х.** Регуляризированный алгоритм вычисления дробных производных // Автометрия. 1987. № 6. С. 92–96.

Поступила в редакцию 10/XI 2004 г.