

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Д. Христофоров. ПМТФ, 1961, 6.
2. Н. М. Кузнецов. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. М., «Машиностроение», 1965.
3. Н. М. Кузнецов, К. К. Шведов. ФГВ, 1967, 3, 2.

УДК 622.235+621.791.1

О НЕКОТОРЫХ ЯВЛЕНИЯХ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ СОУДАРЕНИЯХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

А. А. Дерибас
(Новосибирск)

Введение

В настоящей работе рассмотрим некоторые явления, наблюдающиеся при скоростных соударениях твердых тел в типичном случае металлов. Для получения высоких скоростей соударения используются взрывчатые вещества. В результате исследований ударной сжимаемости металлов с использованием нормальных соударений поверхностей со скоростями до 15 км/с была развита газодинамическая модель расчета явлений, происходящих в металлах вплоть до весьма высоких давлений в несколько мегабар. Этот подход оказался плодотворным для понимания целого ряда процессов, происходящих в металлах в условиях взрывных нагрузок.

Вместе с тем были обнаружены некоторые явления, объяснение которых не укладывалось в рамки газодинамического подхода. Они наблюдались при косых соударениях (рис. 1), когда область высоких давлений вблизи линии контакта перемещалась вдоль соударяющихся поверхностей.

Кумуляция — это процесс образования струи металла при обжатии полых металлических оболочек зарядов ВВ. Авторы гидродинамической теории кумуляции — М. А. Лаврентьев в СССР [1] и группа авторов в США [2] (Брикгоф, Тэйлор и др.) предложили рассматривать процесс схлопывания оболочки подобно известной задаче гидродинамики о соударении струй идеальной несжимаемой жидкости. Эта аналогия позволила предсказать появление высокоскоростной кумулятивной струи, которая в последствии была обнаружена экспериментально.

После появления этих фундаментальных исследований стали обнаруживаться некоторые экспериментальные факты, не объяснимые с помощью гидродинамической теории.

В частности, было отмечено явление исчезновения кумулятивной струи при малых углах раствора конических оболочек. Объяснения этого факта в основном сводилось к неустойчивости и распылению кумулятивной струи, когда последняя при малых углах раствора становится слишком тонкой. Выдвигались также предположения о возможности «внутреннего взрыва» тонкой струи из-за большого градиента

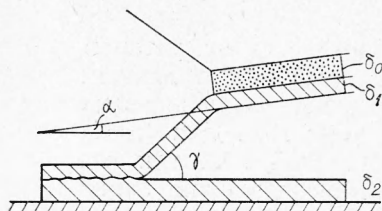


Рис. 1.

давлений, которые носили качественный характер и исключали возможность количественных оценок. Первым теоретическим объяснением эффекта исчезновения струи явилась работа Уолша с сотр. [3]. Авторы отказались от одного из основных предположений гидродинамической теории о несжимаемости материала оболочки и рассмотрели ударно-волновую картину вблизи точки контакта, для чего была привлечена плоская схема соударения пластин. Изучался случай сверхзвуковой скорости точки контакта. Авторам [3] удалось показать экспериментально, что образование кумулятивной струи несовместимо с существованием косых ударных волн, связанных с точкой контакта.

В связи с изобретением процесса сварки взрывом [4] получило интенсивное развитие исследование косых соударений металлических поверхностей. На рис. 1 приведена наиболее типичная схема сварки, при этом скорость точки контакта составляет величину порядка 2—3 км/с, угол соударения обычно не превосходит 15° .

В первых исследованиях по сварке взрывом было установлено, что при этом процессе не образуется устойчивой кумулятивной струи. Для сопоставления со схемой Уолша могли быть использованы лишь малые величины углов, в то время как существование ударных волн в точке контакта исключалось вследствие дозвукового режима соударения. При сварке взрывом впереди точки контакта обычно наблюдается облако дисперсных частиц и поэтому выдвигались соображения о неустойчивости струи на малых углах γ в условиях несимметричных соударений. Дальнейшие исследования показали, что предположения о решающей роли несимметричности оказались неправомерными. В режиме рис. 1 на больших углах γ была зафиксирована устойчивая плоская струя и установлена связь между наличием и отсутствием струи и структурой зоны соединения за точкой контакта.

Новые явления

Процесс волнообразования. 1. В условиях соударений с образованием кумулятивной струи поверхность контакта остается прямолинейной. В случае малых углов и дозвуковых скоростей точки контакта, когда впереди точки контакта наблюдается облако дисперсных частиц, на поверхности соударения наблюдаются периодически волны (рис. 2).

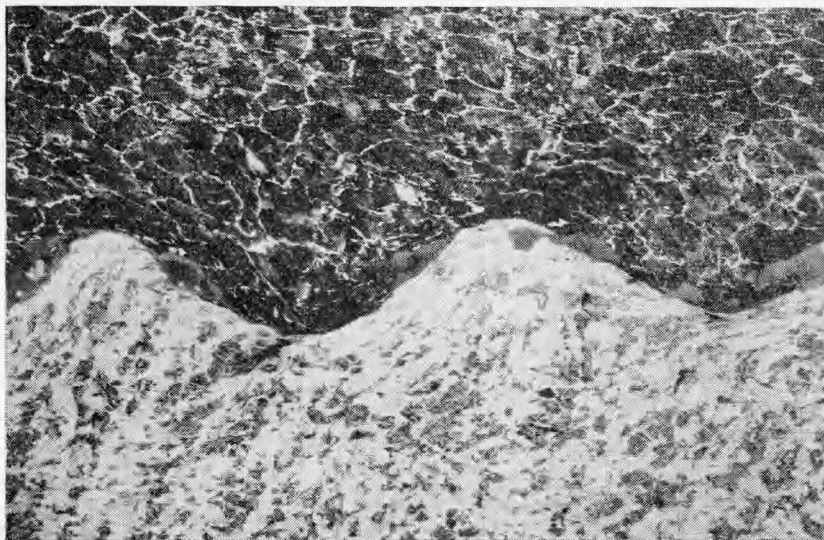


Рис. 2.

Экспериментальными исследованиями удалось установить зависимости, связывающие длину λ и амплитуду волн a с параметрами соударения [4]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\lambda}{\delta_1} &= 26 \sin^2 \frac{\gamma}{2}, \\ \frac{a}{\lambda} &\approx 0,25. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Первая из этих формул получена для пластины толщиной δ_1 , а толщина неподвижной пластины δ_2 может считаться бесконечной. Поскольку в эти соотношения не входят параметры, характеризующие прочностные свойства соударяющихся металлов, исследователи стали предпринимать попытки объяснить процесс волнообразования с гидродинамических позиций.

2. В работе Ханта [5] в качестве причины волнообразования рассматривается неустойчивость тангенциального разрыва. Однако рассмотрение самой неустойчивости недостаточно для определения единственной длины волны, вырабатываемой в процессе соударения, и Хант сделал дополнительное предположение, которое позволило ему получить «качественное» согласие расчетов с экспериментами. Оценивая эту концепцию по существу, можно заметить, что волны образуются и при симметричных соударениях, когда отсутствует тангенциальный разрыв в том смысле, в каком он понимается в работе [5]. Необходимо также объяснить незатухающий характер колебаний свободной поверхности, никак не вытекающий из соображений о неустойчивости.

В работе [6] была предложена аналогия между волнообразованием при сварке взрывом и образованием периодической вихревой дорожки Кармана. Эта точка зрения была проанализирована в работе [7], где показано, что если проводить аналогию между волнообразованием и дорожкой Кармана, используя приближение Озеена для уравнений Навье-Стокса, получится, что число Рейнольдса при волнообразовании не может быть больше 4, в то время как в жидкости зафиксировано образование периодических вихревых следов в интервале чисел Рейнольдса от 20 до 300. Необходимо также отметить, что периодические расположенные вихревые области, характеризующие дорожку Кармана, наблюдаются не всегда, и наряду с похожими случаями можно наблюдать синусоидальные волны без вихревых зон (см. рис. 2).

3. В работе [8] соударение пластин из одинаковых материалов рассматривалось по схеме идеальной сжимаемой жидкости. Для малых углов соударения задача была сведена к теории конформных отображений и найден комплексный потенциал течения с особенностью в точке контакта:

$$f(z) \sim \frac{U \sin \frac{\gamma}{2}}{\sqrt[4]{1 - U^2/c^2}} \sqrt{\frac{2\delta_1\delta_2}{\pi(\delta_1 + \delta_2)}} \frac{1}{\sqrt{z}}.$$

Здесь U — скорость точки контакта, c_0 — скорость звука. В этой постановке можно определить линейный размер, характеризующий величину зоны высоких давлений в окрестности точки контакта, которым является радиус свободной поверхности (R) в начале координат:

$$R = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 - U^2/c_0^2} \frac{2\delta_1\delta_2}{\delta_1 + \delta_2} \sin^2 \frac{\gamma}{2}. \quad (2)$$

В случае $\delta_2 \rightarrow \infty$, эта формула аналогична формуле (1). Отсюда был сделан предварительный вывод, что размеры волн определяются величиной зоны высоких давлений в окрестности точки контакта.

4. Были проведены специальные исследования механизма возбуждения волн. Эксперименты показали, что волны появляются на некото-

ром удалении от точки начала соударения, причем их размеры постепенно увеличиваются и через несколько колебаний достигают стационарных значений. Было сделано предположение, что для инициирования процесса волнообразования необходимо некоторое возмущение, появляющееся в точке контакта, каковым может быть волна разрежения, приходящая в точку контакта от ближайшей из свободных поверхностей. Расстояние от начала соударения, на котором происходит встреча точки контакта и волны разрежения, оценивается в схеме линейной акустики:

$$l = \frac{2\delta_1 U}{\sqrt{c_0^2 - U^2}}.$$

Эксперименты показали, что волны начинают появляться примерно на расстоянии l от начала соударения. Оценка «ширины» волны разрежения показала, что и она по порядку величины согласуется с длиной получающихся волн [8]. Для прямой экспериментальной проверки роли волны разрежения в возбуждении волн были поставлены опыты, в которых в нижней пластине делался уступ. Если величина этого уступа выбиралась порядка амплитуды появляющихся волн, они начинались непосредственно за уступом независимо от того, на каком расстоянии последний находился от начала соударения. В случаях, когда величина уступа выбиралась много большей или меньшей, чем размеры волн, определяемые параметрами соударения, волнообразования за уступом не происходило.

5. Экспериментальные результаты позволили сделать предположение, что волнообразование является автоколебательным процессом с жестким возбуждением [7].

Если рассматривать колебания, которые могут существовать в системе соударяющихся пластинок, и исследовать их с помощью уравнений акустики, можно записать следующее общее выражение для давления:

$$p = A \sin \left[k_1 c_0 \sqrt{1 - \frac{U^2}{c_0^2}} t + \frac{k_1 U}{c_0 \sqrt{1 - \frac{U^2}{c_0^2}}} (x - x_0) \right] \sin(\nu\theta + \alpha) Z_\nu(k_1 r_2), \quad (3)$$

где

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{y}{x - x_0} \left(1 - \frac{U^2}{c_0^2} \right)^{1/2}; \quad r_2 = \left[\frac{x - x_0}{\sqrt{1 - U^2/c_0^2}} + y^2 \right]^{\Delta/2}.$$

Здесь Z_ν — функция Бесселя порядка ν ; α и k_1 — произвольные постоянные; x_0 — некоторый произвольный сдвиг начала координат, где находится источник возмущений. Ограничиваясь рассмотрением волн, уходящих на бесконечность, будем рассматривать асимметричные колебания свободной поверхности и выбирать $\alpha = 0$ при ν целых и $\alpha = \frac{\pi}{2}$ при ν полуцелых для выполнения условия $p = 0$ на свободной поверхности. Из (3) можно получить формулу для давления:

$$p = A \sin \left[k_1 c_0 \sqrt{1 - \frac{U^2}{c_0^2}} t + \frac{k_1 U (x - x_0)}{c_0 \sqrt{1 + U^2/c_0^2}} \right] H_\nu^{(1)}(k_1 r) \sin \theta. \quad (4)$$

Здесь $H_\nu^{(1)}(k_1 r)$ — функция Ганкеля 1-го рода порядка ν . Колебания свободной поверхности, описываемые формулой (4) и соответствующими соотношениями для скоростей, которые можно получить из (4) и уравнений движения в акустическом приближении, могут описывать действительный волновой процесс на расстояниях от точки контакта, существенно превышающих размер зоны высоких давлений, но меньших

толщины метаемой пластины δ_2 . На больших расстояниях влияние свободных границ приведет к экспоненциальному затуханию амплитуды. Для того чтобы определить длину волны или период колебаний, являющийся свободным параметром в формуле (4), а также объяснить их незатухающий характер, необходимо развить представление о поверхностных волнах как об автоколебательном процессе.

6. В любом подобном процессе должен существовать осциллятор и источник энергии, поддерживающий нелинейные колебания. Представим, что в нашем случае может играть роль осциллятора.

Рассмотрим окрестность точки контакта, размеры которой оценены ранее формулой (2). В этой зоне вследствие высоких давлений плотность, а следовательно, и скорость звука существенно отличаются от своих исходных значений в невозмущенном материале. Исходя из этого обстоятельства, данную окрестность можно считать осциллятором колебаний с частотой ω , порядок которой определяется соотношением:

$$\omega \approx c_0 R.$$

Характерное время затухания колебаний τ можно считать имеющим порядок периода:

$$\tau \approx \frac{2\pi}{c_0 R}.$$

Комплексные частоты осциллятора $\kappa = i\omega - \tau^{-1}$ могут быть определены как собственные частоты следующей системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \kappa u + U(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + V(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho(x, y)} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ \kappa v + U(x, y) \frac{\partial v}{\partial x} + V(x, y) \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho(x, y)} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \\ \kappa p + U(x, y) \frac{\partial p}{\partial x} + V(x, y) \frac{\partial p}{\partial y} + \rho(x, y) c^2(x, y) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Скорость $U(x, y)$, $V(x, y)$, плотность $\rho(x, y)$ и скорость звука $c(x, y)$ должны быть найдены из решения стационарной задачи. В общем виде определение собственных значений не может быть выполнено без трудоемких машинных расчетов. Приведем прикидочный расчет этой системы для случая $U=0$, $V=0$. Пусть распределение плотности и скорости звука задано следующими соотношениями:

$$\rho(x, y) = \begin{cases} \rho_0 & x^2 + y^2 > R^2, \\ \rho^* > \rho_0 & x^2 + y^2 < R^2, \end{cases}$$

$$c(x, y) = \begin{cases} c_0 & x^2 + y^2 > R^2, \\ c^* > c_0 & x^2 + y^2 < R^2. \end{cases}$$

Поскольку на свободной поверхности $p=0$ при $x < 0$, $y=0$ (углы считаем малыми), будем искать решение системы (9) в виде

$$p(x, y) = \sin \theta \omega(r),$$

ограничиваясь лишь асимметричными колебаниями. Из системы (9) имеем:

$$p(x, y) = \sin \theta z_1 \left(\frac{i\kappa}{c} r \right), \quad c = \begin{cases} c_0 & r > R_0, \\ c^* & r < R_0. \end{cases}$$

Под z_1 здесь понимаются различные ветви цилиндрических функций первого порядка при r , меньших или больших R_0 . Условие на бесконечности состоит в том, что при $r > R_0$ $\omega(r)$ совпадает с точностью до кон-

станты с функцией Ганкеля $H_1^{(1)}(ixr/c_0)$. Из регулярности искомой функции в точке $x=0, y=0$ имеем:

$$\omega(r) = \text{const} \cdot J_1\left(\frac{ix}{c}r\right).$$

Из граничных условий на круге $r=R_0$ можно определить дискретный ряд собственных значений κ . В данном случае проделанные расчеты показали, что частота колебаний и декремент затухания слабо зависят от параметра $\frac{\rho^* c^*}{\rho_0 c_0^2}$. При этом длина волны имеет порядок радиуса зоны высоких давлений, определяемых через параметры соударения по формуле (2).

Таким образом, приведенные соображения позволили оценить длину волн, получающихся при сварке взрывом. Полученные оценки подтверждаются имеющейся эмпирической формулой для длины волны (1) по крайней мере по порядку величины.

7. Необходимо остановиться на объяснении незатухающего характера колебаний. К выяснению этого вопроса имеют непосредственное отношение проведенные эксперименты по измерению температуры соединения при сварке взрывом [9]. Эти измерения были основаны на определении мгновенной термо-э. д. с. в случае, когда соударяющиеся пластины образуют термопару. Кривая термо-э. д. с. в зависимости от времени записывалась на скоростной осциллограф. Типичная форма записи приведена на рис. 3. Попытки расшифровать подобные записи для малых времен окончились неудачей из-за нестабильности записей. Кроме того, присутствие высоких давлений влияет на величину э. д. с. (бароэффект) и порождает принципиальные трудности в определении температуры данным методом. Поэтому пришлось ограничиться сравнительно большими временами после соударения, когда точка контакта проходит полностью вдоль соударяющихся поверхностей. Для больших времен кривая принимает плавный характер (см. рис. 3) и может быть пересчитана в кривую зависимости температуры от времени по данным статистической тарировки получившейся термопары.

Анализ кривой привел к следующим выводам. Оказалось, что измеренное затухание температуры во времени имеет типичный степенной характер. Такой характер затухания позволил провести обработку полученной кривой, предположив существование в начальный момент мгновенного точечного (линейного) источника тепла интенсивности Q и дальнейшего распределения тепла по механизму обычной теплопроводности. Сформулированное предположение позволило определить экспериментально интенсивность Q гипотетического источника, подбирая среди семейства кривых

$$T(t) = B + \frac{A}{\sqrt{t}}.$$

константы A и B таким образом, чтобы кривая 1 на начальном участке как можно меньше отличалась от экспериментальной (2) (рис. 4). Таким

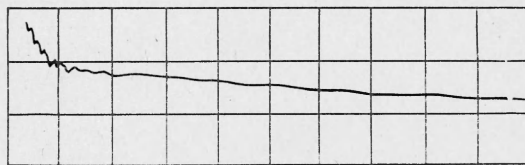


Рис. 3.

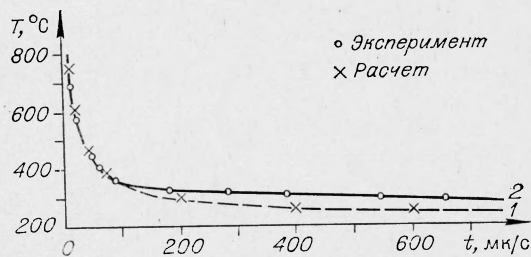


Рис. 4.

образом можно определить интенсивность мгновенного источника Q , поскольку решение уравнения теплопроводности для этого случая имеет вид:

$$T(t) = T_0 + \frac{Q}{2c\rho\sqrt{\pi a^2 t}}. \quad (5)$$

Здесь a — коэффициент температуропроводности, c — удельная теплоемкость материала, T_0 — начальная температура.

Сравнение экспериментальных констант A и B с формулой (5) для случая соударения никелевой и стальной пластинок показало, что величина Q составляет около 3% кинетической энергии метаемой пластины. Основная доля этой энергии выделяется более равномерно в объеме соударяющихся пластинок и определяет их конечную температуру, которая в условиях нашего эксперимента составляла $\sim 100^\circ\text{C}$. В то же время на кривой рис. 4 можно отчетливо зафиксировать температуру порядка 700°C . Это значение температуры позволило оценить сверху ширину зоны, в которой выделяется «мгновенное» тепло Q . Оказалось, что эта зона представляет собой слой, ширина которого не менее чем в 10 раз меньше амплитуды образующихся волн. Наиболее вероятным механизмом выделения этой энергии, по-видимому, следует считать поверхностное трение между соприкасающимися слоями металлов.

Таким образом, эксперименты показали, что в поверхностном слое существует специальный механизм выделения энергии. Можно предположить, что эта энергия и расходуется на поддержание незатухающих автоколебаний, порождающих волнообразование.

Роль вязкости в процессе соударения. Выше упоминалось об отсутствии кумулятивной струи в режиме косых соударений при малых углах γ . В связи с этим представляет интерес определить, как в данном процессе может выполняться закон сохранения импульса.

Для выяснения картины деформации во всем объеме соударяющихся пластин вне зоны волнообразования были поставлены специальные эксперименты [10]. В пластины вваривались вставки из того же материала для того, чтобы обозначить плоскости, перпендикулярные к поверхности соударения. После соударения и сварки образцы разрезались и на фотографиях макрошлифов измерялось горизонтальное в направлении сварки смещение точек отмеченных плоскостей z в зависимости от расстояния от границы раздела $z(y)$. Характерный график экспериментальной зависимости $z(y)$ изображен на рис. 5. Исследование кривых показало, что при $y > \delta_1$ они хорошо описываются уравнением параболы:

$$z = a(y - \delta_2)^2, \quad (6)$$

коэффициент a можно подобрать из сравнения с экспериментальной кривой (см. рис. 5).

Если рассматривать движение в системе координат, связанной с точкой контакта, то в этой точке происходит торможение сталкивающихся

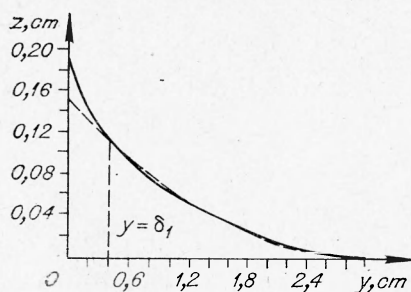


Рис. 5.

потоков и появляется затопленная струя, в которой скорость движения меньше, чем в окружающем потоке. Будем предполагать, что в потоке действует вязкость, происходит диффузия горизонтальной скорости и на бесконечности скорости течения выравниваются (рис. 6). Предположим также, что в незаштрихованной области течения на рис. 6 вязкость можно не учитывать. Выберем систему координат таким

образом, чтобы за точкой контакта отсутствовала вертикальная компонента скорости. Из закона сохранения импульсов имеем:

$$\rho_1 \delta_1 U^2 \sin \gamma_1 = \rho_2 \delta_2 U^2 \sin \gamma_2.$$

Для случая малых углов, обозначив $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ и используя закон сохранения импульсов вдоль оси x , можно определить скорость на бесконечности за точкой контакта:

$$u_\infty = \frac{U \gamma^2}{2} \frac{\rho_1 \delta_1 \rho_2 \delta_2}{(\rho_1 \delta_1 + \rho_2 \delta_2)^2}.$$

Теперь рассмотрим диффузию горизонтальной скорости, вызванную присутствием вязкости. Уравнение диффузии имеет вид:

$$U \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \nu \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Проинтегрируем это уравнение от $-\infty$ до $+\infty$ по x всюду, кроме линии, проходящей через точку контакта:

$$U (u_\infty - u_{-\infty}) = U \nu \frac{d^2 z}{dy^2}$$

Здесь $z(y)$ — горизонтальное смещение точки из своего первоначального положения. В нашей постановке $u_{-\infty}$ равно нулю. Поставим граничные условия:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = \delta_1,$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad y = \delta_2,$$

обозначающие отсутствие касательных напряжений на свободных границах. Кроме того, для определенности можно считать, что на внешних границах $z=0$, если выбрать соответствующим образом начало отсчета смещений. Воспользовавшись этими условиями, получим формулу для смещений неподвижной пластины:

$$z(y) = \frac{\rho U \delta_1 \delta_2}{(\delta_1 + \delta_2)^2} \sin^2 \frac{\gamma}{2} (y - \delta_2)^2. \quad (7)$$

Таким образом, предположение о существовании данного течения подтверждается параболическим характером экспериментальной кривой (6). Сравнивая выражения (6) и (7), можно определить коэффициент вязкости:

$$\mu = \frac{\rho U \delta_1 \delta_2}{a (\delta_1 + \delta_2)^2} \sin^2 \frac{\gamma}{2}.$$

Обработка экспериментальных данных для различных металлов позволила вычислить коэффициенты вязкости. Полученные величины имели порядок 10^5 П, разница величин коэффициентов для разных металлов находилась в пределах одного порядка.

Найденные величины коэффициентов вязкости оказалось возможным сравнить с результатами, полученными другими авторами. Так, в экспериментах А. А. Ильюшина на ударном копре [11] были определены коэффициенты вязкости при скоростях деформирования порядка 10^3 с^{-1} , полученные величины мало отличались от найденных в условиях сварки взрывом.

В работах [12, 13] вязкость металлов в условиях ударного сжатия определялась путем исследования затухания ударных волн синусоидаль-

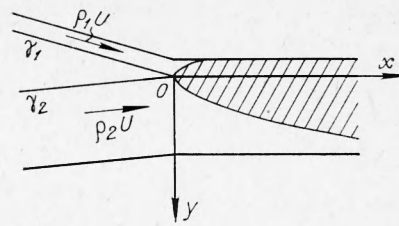


Рис. 6.

ной формы. Авторы этих работ пришли к аналогичным значениям коэффициентов вязкости, хотя определенные величины отличаются от измеренных нами в несколько раз. Следует отметить, что постановка экспериментов по сварке взрывом с целью определения коэффициента вязкости металлов была опубликована в работе [14], однако неточность измерения деформации привела к большой ошибке в величине найденного коэффициента.

Критерий струеобразования. Вязкие силы могут быть использованы для объяснения неоднократно упоминавшегося экспериментального факта исчезновения кумулятивной струи при малых углах соударения. Искомый критерий должен быть справедлив для дозвуковой скорости точки контакта, дополняя существующий критерий, полученный в работе [3].

Как известно, решение уравнений безвихревого движения идеальной несжимаемой жидкости сводится к задаче теории функций комплексного переменного путем введения комплексной скорости

$$w(z) = u - iv.$$

В силу гармоничности u и v решение задачи о движении идеальной жидкости удовлетворяет уравнениям движения вязкой несжимаемой жидкости. При решении конкретных задач необходимо также удовлетворять граничным условиям, число которых для вязкой жидкости, как известно, превышает число соответствующих условий для идеальной жидкости. Поэтому решение задачи о течении идеальной жидкости может описывать движение вязкой жидкости в той же области лишь приближенно. Так, на свободной границе для вязкой жидкости необходимо требовать равенства нулю вектора напряжений, в то время как для идеальной жидкости на свободной поверхности должен быть равен нулю скаляр-давление. Лишь в случае, когда на свободной поверхности компоненты потока, обусловленные вязкостью, близки к нулю, решение задачи для идеальной жидкости может быть использовано для описания течения вязкой жидкости.

Определим реакцию вязких сил на свободную границу, которая в реальном течении компенсируется образованием пограничного слоя с замедленным течением. Тензор низких напряжений $\{\sigma_{ik}\}$ может быть определен по формулам:

$$\sigma_{11} + i\sigma_{12} = i(\sigma_{21} + i\sigma_{22}) = \mu \left[\frac{1}{2}(u_x - v_y) + \frac{i}{2}(u_y + v_x) \right].$$

В силу условий Коши-Римана имеем:

$$\sigma_{11} - i\sigma_{12} = \mu \frac{dw}{dz}$$

или

$$\sigma_{11} + i\sigma_{12} = i\mu \frac{U}{R} e^{2i\varphi}. \quad (8)$$

Здесь R — радиус кривизны свободной границы, $Ue^{i\varphi} = u - iv$ — скорость на свободной границе, постоянная по модулю. Необходимо определить вязкие напряжения, обеспечивающие выполнение граничных условий. Пусть $\bar{n}(n_x, n_y)$ — вектор внешней нормали к свободной поверхности. Поскольку можно записать:

$$n_x - in_y = ie^{-i\varphi} \quad (9)$$

то вязкая составляющая силы, с которой граница в рассматриваемом течении должна действовать на жидкость, определяется формулой:

$$\begin{aligned} \sigma_x + i\sigma_y &= (\sigma_{11}n_x + \sigma_{12}n_y) + i(\sigma_{22}n_y + \sigma_{21}n_x) = (\sigma_{11}n_x + \sigma_{12}n_y) + \\ &+ i(-\sigma_{11}n_y + \sigma_{12}n_x) = (\sigma_{11} + i\sigma_{12})(n_x - in_y). \end{aligned}$$

Пользуясь (8) и (9), получим из (10):

$$\sigma_x + i\sigma_y = i\mu \frac{U}{R} e^{2i\varphi} (-i)^{-i\varphi} = \mu \frac{U}{R} e^{i\varphi} = \mu \frac{u + iv}{R}.$$

Таким образом, сила $\sigma_x + i\sigma_y$ направлена вдоль границы в направлении вектора скорости, а ее модуль определяется формулой:

$$|\sigma_x + i\sigma_y| = \frac{\mu U}{R}. \quad (11)$$

Приведенные соображения позволяют предложить критерий струеобразования. В задаче о симметричном соударении плоских струй можно определить импульс обратной струи:

$$J_1 = 2\rho\delta_1 U^2 \sin^2 \frac{\gamma}{2}.$$

Для несимметричных соударений задача имеет не единственное решение. Однако и в этом случае можно получить приближенную формулу для горизонтальной компоненты импульса обратной струи:

$$J'_1 = U^2 \frac{4\rho_1\delta_1\rho_2\delta_2}{\rho_1\delta_1 + \rho_2\delta_2} \frac{\gamma^2}{4}.$$

Была определена сила, которую необходимо приложить к свободной поверхности, чтобы области течения вязкой и идеальной жидкости совпадали.

В потоке идеальной жидкости свободные поверхности при образовании обратной струи поворачиваются в окрестности точки контакта на углы $\pi - \gamma_i$ ($i=1, 2$). Сила, определенная по формуле (11), приложенная к свободной поверхности, должна сообщать потоку импульс, направленный против потока в течение первой половины поворота и по потоку на второй половине.

Предположим, что, если на первой половине поворота горизонтальная компонента импульса приложенной силы будет больше или равна импульсу, уносимому обратной струей, не будет причин для образования последней. Из этого предположения можно получить приближенный критерий струеобразования. Определим горизонтальную компоненту импульса на первой половине поворота:

$$J'_2 = \int_{\gamma_1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_1 U}{R} \cos \varphi R d\varphi = \mu_1 U [1 - \sin \gamma_1]$$

и соответственно для другой струи:

$$J''_2 = \int_{\gamma_2}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_2 U}{R} \cos \varphi R d\varphi = \mu_2 U [1 - \sin \gamma_2].$$

Полный горизонтальный импульс определяется соотношением

$$J_2 = J'_2 + J''_2,$$

сравнив которое с импульсом обратной струи, получим искомый критерий струеобразования

Для случая симметричных соударений критерий принимает вид:

$$J_2 \leq J_1.$$

$$\sin \frac{\gamma}{2} \geq \frac{\sqrt{1 + 4 \operatorname{Re}} - 1}{2 \operatorname{Re}}, \quad (12)$$

где число Рейнольдса определяется, как обычно, формулой:

$$Re = \frac{U\delta}{\nu}$$

Приведенный вывод справедлив лишь в случае, когда вязкость влияет лишь на узкий пограничный слой вблизи поверхности.

Для проверки справедливости полученного критерия были поставлены специальные эксперименты, результаты которых приведены на рис. 7. Эксперименты показывают удовлетворительное совпадение

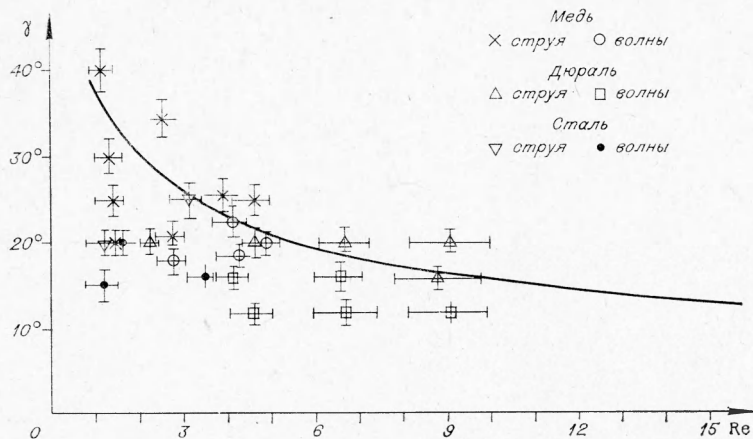


Рис. 7.

предсказанной по критерию (12) области перехода струйного течения в режим соударения без образования обратной струи. Наблюдаемое расхождение теоретических и экспериментальных данных для малых чисел Рейнольдса можно объяснить влиянием прочности, а также неточностью определения числа Рейнольдса. Для более точной экспериментальной проверки полученного критерия необходимо определять число Рейнольдса в области высоких давлений и температур вблизи точки контакта.

О теоретических моделях

В предыдущем разделе были рассмотрены некоторые новые явления, возникающие при соударениях твердых тел. При этом излагались приближенные теоретические соображения, которые, по нашему мнению, помогают оценить значение основных физических факторов, управляющих рассматриваемыми явлениями, например волнообразованием. Однако эти теоретические прикидки, очевидно, нельзя ни в коей мере считать законной теорией, сводящей к решению каких-либо уравнений исследование основных факторов, управляющих описанными процессами. Таким образом, задача построения математической модели рассмотренного класса явлений, адекватной существу дела, остается нерешенной.

По поводу путей решения этой проблемы в настоящее время можно высказать лишь некоторые предварительные соображения.

1. Объяснение пробивающего действия кумулятивных зарядов было получено в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости. Поэтому вполне естественно, что объяснение таких явлений, как исчезновение струи на малых углах и волнообразование, исследователи тоже пытались найти в рамках этой простой модели. Некоторые

попытки такого рода — дорожку Кармана и неустойчивость тангенциального разрыва — проанализированы выше.

Подводя итоги проведенных исследований, можно сделать первый вывод: теоретическая модель, основанная на представлении металла в виде идеальной несжимаемой жидкости, не может объяснить основных особенностей явлений, рассмотренных в настоящей работе. По-видимому, учет сжимаемости также не внесет существенных улучшений в эту модель в смысле ее способности объяснить основные физические факторы, управляющие рассмотренными процессами.

2. Из рассмотрения вязкости материалов для объяснения некоторых эффектов, наблюдавшихся в экспериментах, не следует, что можно считать подходящей для расчета этих явлений модель вязкой жидкости, описываемую уравнениями Навье — Стокса.

Рассмотрим некоторые условия, которым должна удовлетворять искомая модель расчета описанных процессов. Как известно, понятие о вязкости связано с представлением о времени релаксации касательных напряжений:

$$\tau = \frac{\mu}{G}, \quad (13)$$

где G — модуль сдвига. Заметим, что время τ , согласно работам Я. И. Френкеля [15], отождествляется со временем колебаний атома в твердом теле вокруг одного стационарного положения. Время одного колебания приблизительно 10^{-13} с. Для обычных жидкостей, в том числе для расплавленных металлов, время релаксации составляет величину порядка 10^{-11} с, т. е. атом совершает вокруг одного стационарного положения 10^2 колебаний. В твердом теле в обычных условиях решетка имеет значительно более глубокие потенциальные ямы, что сильно затрудняет переход атомов из одного положения в другое. Время релаксации в этом случае составляет величину порядка 10^4 с, т. е. атом совершает примерно 10^{17} колебаний на одном месте. Проанализируем с этой точки зрения рассмотренную выше величину вязкости для процессов скоростных соударений. Из формулы (13) следует, что время релаксации примерно 10^{-6} с. Таким образом, при больших скоростях деформации, развивающихся при соударениях, металл приходит в состояние, промежуточное между твердым телом и жидкостью, и время релаксации по сравнению с исходным состоянием уменьшается примерно на 10 порядков. В то же время величина времени релаксации τ в жидкости меньше в 10^5 раз, и в этом смысле можно говорить о сохранении кристаллической решетки, хотя и сильно искаженной, в условиях соударений. Подобное превращение происходит с основной массой соударяющихся пластин; на поверхности соударения состояние металла, по-видимому, можно считать жидким с временем релаксации порядка 10^{-11} с, а также рассматривать некоторые промежуточные слои с промежуточными величинами времени релаксации.

Таким образом, в действительном процессе соударения металл в разных областях соударяющихся тел ведет себя по-разному. В то время, как на внешней поверхности пластин, свободной от напряжений, металл остается упругим, по мере приближения к зоне высоких давлений становится необходимым учитывать пластические свойства и соответствующие величины времени релаксации касательных напряжений в диагональный. Сконструировав систему уравнений, позволяющую учитывать все эти процессы, можно надеяться рассчитать процессы соударений со всеми сопутствующими эффектами типа волнообразования с помощью современной вычислительной техники.

3. С. К. Годунов и Е. И. Роменский [16] построили систему уравнений нелинейной сплошной среды, с помощью которой можно

надеяться в будущем детально исследовать процессы, подобные рассмотренным в настоящей работе. Предлагаемая полная система уравнений имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho \left[E + \frac{1}{2} u_i u_i \right]}{\partial t} + \frac{\partial \left[\rho u_k \left(E + \frac{1}{2} u_i u_i \right) - u_i \sigma_{ik} \right]}{\partial x_k} &= 0; \\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_k - \sigma_{ik})}{\partial x_k} &= 0, \quad i = 1, 2, 3; \\ \frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial t} + u_k \frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial x_k} - \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + 2\varepsilon_{i\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_i} &= \varphi_{ii}, \quad i = 1, 2, 3; \\ \frac{\partial 2\varepsilon_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial 2\varepsilon_{ij}}{\partial x_k} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + 2\varepsilon_{i\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_j} + \\ + 2\varepsilon_{j\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_i} &= 2\varphi_{ij}, \quad (i, j) = (12), (13), (23); \\ \rho &= \rho_0 \sqrt{\det \|\delta_{ik} - 2\varepsilon_{ik}\|} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Здесь x_i , t — независимые переменные; неизвестными функциями являются: ε_{ik} — компоненты тензора деформаций, u_i — компоненты вектора скорости среды, S — энтропия на единицу массы среды. Среда характеризуется уравнением состояния

$$E = E(I_1, I_2, I_3, S), \quad (15)$$

где I_i — инварианты тензора деформаций. Кроме того, среда характеризуется постоянной начальной плотностью ρ_0 .

Из уравнения (15) с помощью формул Мурнагана [17] можно получить связь между компонентами тензора деформаций ε_{ik} и тензора напряжений σ_{ik} , входящих в систему (14):

$$\sigma_{ki} = \rho (\delta_{k\alpha} - 2\varepsilon_{k\alpha}) E \varepsilon_{\alpha i}. \quad (16)$$

В предлагаемой системе формулы (16) по существу являются определением тензора ε_{ik} через уравнение состояния и тензор напряжений ε_{ki} .

В классической теории упругости уравнения для ε_{ik} в системе (14) имеют нулевые правые части. В данном случае правые части φ_{ii} , φ_{ij} определяются как пластические составляющие тензора скоростей деформаций

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dt} = \varphi_{ij},$$

причем обычный вывод формул Мурнагана [17] теряет силу и последние понимаются как определение величин ε_{ik} . Тензор φ_{ij} предполагается соосным с тензором ε_{ij} , а главные компоненты φ_i определяются следующим соотношением:

$$\varphi_i = -\frac{1}{\tau_i} \left[\varepsilon_i - \frac{\frac{\varepsilon_1}{\tau_1} \rho_{\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_2}{\tau_2} \rho_{\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_3}{\tau_3} \rho_{\varepsilon_3}}{\frac{1}{\tau_1} \rho_{\varepsilon_1} + \frac{1}{\tau_2} \rho_{\varepsilon_2} + \frac{1}{\tau_3} \rho_{\varepsilon_3}} \right].$$

Здесь τ_i — кельвиновские времена релаксации касательных напряжений по главным осям [18].

При этом оказывается решенным соотношение:

$$\rho \varepsilon_{ij} \varphi_{ij} = 0,$$

которое обеспечивает выполнение уравнения неразрывности и пред-

ставляет собой формализацию условия о пластических деформациях без изменения объема.

Времена релаксации τ_i надо считать равными бесконечности в упругой области, когда касательные напряжения не превышают предела текучести, а при полностью развитой пластичности

$$\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau = \frac{\mu}{G}.$$

В работе [16] доказано, что система (14) является гиперболической, если уравнение состояния (15) удовлетворяет некоторым условиям выпуклости, обобщающим условие $E_\infty > 0$ в газовой динамике. Вычислено также уравнение характеристического коноида системы (14). Доказано, что соотношения на характеристиках — линиях тока системы (14) — дают уравнения для изменения тензора несовместности, описывающих развитие дислокаций в нелинейной сплошной среде.

Для использования системы (14) к решению физических задач необходимо иметь данные экспериментов о величинах времен релаксации τ_i и об их зависимостях от состояния среды (напряжений и температур). В настоящее время известны лишь порядки этих величин при разных состояниях среды и имеется весьма приблизительная информация о пределе текучести, т. е. характере изменения τ_i в переходной зоне, и о самих границах этой зоны.

Кроме того, необходима дополнительная информация об уравнении состояния (15), которая позволила бы выделить вклад каждого из инвариантов тензора деформаций. Трудность состоит в том, что касательные напряжения релаксируют за весьма малые времена τ_i и необходима скоростная регистрация процессов или какие-либо косвенные экспериментальные приемы, позволяющие получить необходимые данные.

*Поступила в редакцию
14/VIII 1972*

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Лаврентьев. Усп. матем. наук, 1957, 12, 4.
2. G. Birkhoff a. o. J. Appl. Phys., 1948, 19, 6.
3. J. Walsh a. o. J. Appl. Phys., 1954, 24, 3.
4. А. А. Дерибас. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, «Наука», 1972.
5. J. H. Hunt. Phil. Mag., 1968, 17, 148.
6. W. Klein. Tech. Mitt. Krupp. Forsch.—Ber., 1965, 23, 1.
7. С. К. Годунов и др. ПМТФ, 1971, 3.
8. S. K. Godunov a. o. J. Comput. Phys., 1970, 5, 3.
9. И. Д. Захаренко, ФГВ, 1971, 7, 2.
10. С. К. Годунов и др. ФГВ, 1971, 7, 1.
11. А. А. Ильюшин. Учен. записки МГУ, Механика, вып. 29, 11, 1940.
12. А. Д. Сахаров и др. Докл. АН СССР, 1964, 159, 5.
13. В. Н. Минеев и др. ЖЭТФ, 1968, 54, 6.
14. A. Burkhardt u. a. Zeitschr. für Metallkunde, 1967, 58, 6.
15. Я. И. Френкель. Введение в теорию металлов. М., Физматгиз, 1958.
16. С. К. Годунов и др. ПМТФ, в печати.
17. F. D. Mignaghan. Amer. J. Mathem., 1937, 59, 2.
18. Э. Ричардсон. Динамика реальных жидкостей. М., «Мир», 1965.