УДК 532.593+621.7.011

ВЯЗКО-ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ТРУБ ПРИ ВЗРЫВЕ ВВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СВОЙСТВ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Н. С. Санасарян

(Москва)

Теоретическое изучение вопросов деформации трубы при взрыве внутри ее ВВ в зависимости от свойств окружающей среды затруднено вследствие большой математической сложности решения такого рода задач, основанных на интегрировании нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных.

Однако ряд допущений позволяет получить решение поставленной задачи, ответить на ряд вопросов, имеющих практическое значение при ведении прострелочных и взрывных работ.

Постановка задачи и допущения

В тонкой цилиндрической трубе ($\delta \ll r_{01}$, где δ — толщина трубы, r_{01} — начальный внутренний радиус трубы) бесконечной длины происходит детонация цилиндрического заряда ВВ радиуса $r_0 \leqslant r_{01}$. Вокруг трубы сплошная среда с известными свойствами. Требуется определить вязко-пластическую деформацию трубы в зависимости от времени $R(t)$, где $R(t)$ — текущий внешний радиус трубы. На рис. 1 представлена рассчитываемая схема.

Основные допущения, принятые при решении задачи, следующие:

1) давление в продуктах взрыва (ПВ) падает по адиабатическому закону;

2) материал трубы находится в вязко-пластическом состоянии, причем в это состояние он переходит мгновенно, т. е. ввиду малости толщины стенки ($\delta \ll r_{01}$) пренебрегаем волновой картиной в стенке трубы;

3) пренебрегаем сжимаемостью материала трубы;

4) считаем, что в ударной волне, излучаемой в окружающую среду, сохраняется равенство

$$v_2 - \frac{2}{n_2 - 1} c_2 = \text{const},$$

где v_2 — массовая скорость; c_2 — местная скорость звука; n_2 — показатель политропы в уравнении состояния окружающей среды, взятой в форме Тэта.

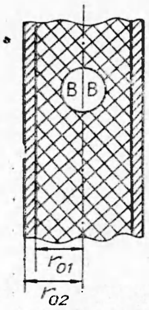

Рис. 1. Схема расчета.

Перечисленные допущения встречаются в различных задачах физики взрыва и, как показывают эксперименты, не вносят существенных ошибок в точность расчета, а тем более в правильность физической картины изучаемого явления.

Основные уравнения

Давление в ПВ изменяется по адиабатическому закону

$$p_1 = p_н \left(\frac{r_0}{r}\right)^{2n_1}. \tag{1}$$

Здесь $p_н = \frac{1}{8}\rho_{ВВ}D^2$ — среднее начальное давление в ПВ; $\rho_{ВВ}$ — плотность ВВ; D — скорость детонации; r — текущий радиус; n_1 — показатель адиабаты для ПВ, при этом $n_1=k=3$ для $p>p_k$ и $n_1=\gamma=\frac{7}{5}$ для $p<p_k$; p_k — давление, при котором сопрягаются две адиабаты, определяемое соотношением

$$p_k = p_н \left\{\frac{\gamma-1}{k-\gamma}\left[\frac{(k-1)Q\rho_{ВВ}}{p_н}-1\right]\right\}^{3/2}. \qquad (2)$$

Поведение материала трубы подчиняется уравнениям движения в форме Эйлера для несжимаемой среды:

$$\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{v}{r}=0, \qquad (3)$$

$$\rho_{02}\left(\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial r}\right)=\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}, \qquad (4)$$

а также закону вязко-пластического деформирования

$$\sigma_\theta-\sigma_r=2K-4\mu\frac{\partial v}{\partial r} \qquad (5)$$

(v — массовая скорость; σ^r и σ_θ — радиальная и тангенциальная составляющие напряжений; ρ_{02} — плотность; K — коэффициент пластичности; μ — динамический коэффициент вязкости; r, t — текущие расстояние и время).

В ударной волне (УВ), излучаемой в окружающую среду, имеют место следующие соотношения:

$$v_3=\frac{2}{n_3-1}(c_3-c_{03}), \qquad (6)$$

$$p_3=A_3\left[\left(\frac{\rho_3}{\rho_{03}}\right)^{n_3}-1\right]+p_{03}, \qquad (7)$$

где c_3, c_{03} — местная и начальная скорости звука; p_3, p_{03} — перести давлений и массовых скоростей на границе раздела: ПВ — материал

Имеем систему уравнений с граничными условиями о непрерывности давлений и массовых скоростей на границе раздела: ПВ — материал трубы и материал трубы — окружающая среда.

$$p_1=-\sigma_r \quad \text{при } r=r_1;$$
$$p_2=-\sigma_r, \quad v_2=v \quad \text{при } r=R. \qquad (8)$$

Задача заключается в определении зависимости деформации трубы от времени $R(t)$.

Уравнение деформирования внешней стенки трубы

Интегрируя уравнение количества движения (4) в пределах от $r=r_1$ до $r=R$ с использованием закона вязко-пластического деформирования (5) и решения уравнения неразрывности (3)

$$v=\frac{C(t)}{r}, \qquad (9)$$

получим

$$\frac{dC}{dt}\ln\frac{R}{r_1}+\frac{V^2-v(r_1)}{2\rho}=\frac{\sigma_r(R)-\tau_2(r_1)}{\rho_2}-\frac{2K}{\rho}\ln\frac{R}{r_1}+\frac{2\mu}{\rho}\left[\frac{V}{R}-\frac{v(r_1)}{r_1}\right]\cdot \qquad (10)$$

Приведем это уравнение к виду, удобному для нахождения зависимости скорости внешнего радиуса трубы V от радиуса расширения R. Из решения (9) имеем

$$C(t)=v(r_1)\cdot r_1=V\cdot R,$$

$$\frac{dC}{dt}=RV\frac{dV}{dR}+V^2\,. \qquad (11)$$

Согласно допущению о несжимаемости материала трубы и граничным условиям (8) с использованием соотношений (6) и (7), имеем

$$R^2-r_1^2=R_0^2-r_{01}^2=a^2,$$

$$\sigma_r(r_1)=-p_{\text{н}}\left(\frac{r_0}{r}\right)^{2\gamma}, \qquad (12)$$

$$\sigma_r(r_2)=-p_2=-p_{02}-B\left[\left(\frac{n_2-1}{2}\frac{V}{c_{02}}+1\right)^{\frac{2n_2}{n_2-1}}-1\right]$$

Подставляя (11) и (12) в (10), получим основное уравнение вязко-пластического деформирования внешней стенки трубы

$$\bar V\frac{d\bar V}{d\bar R}+\bar V^2\frac{\ln\frac{\bar R^2}{\bar R^2-\left(1-\bar R_0^2\right)}-\frac{1-\bar R_0^2}{\bar R^2-\left(1-\bar R_0^2\right)}}{\bar R\ln\frac{\bar R^2}{\bar R^2-\left(1-\bar R^2\right)}}+$$

$$+\bar V\frac{M\left(1-\bar R_0^2\right)}{\bar R^2\left[\bar R^2-\left(1-\bar R_0^2\right)\right]\ln\frac{\bar R^2}{\bar R^2-\left(1-\bar R_0^2\right)}}+\frac{\beta\left[(NV+1)^k-1\right]}{\bar R\ln\frac{\bar R^2}{\bar R^2-\left(1-\bar R_0^2\right)}}=$$

$$=\frac{2\pi\left[\frac{\bar R_0^2}{\bar R^2-\left(1-\bar R_0^2\right)}\right]^3-2\pi_0}{\bar R\ln\frac{\bar R^2}{\bar R^2-\left(1-\bar R_0^2\right)}}-\frac{\gamma}{\bar R}, \qquad (13)$$

где

$$\bar R=\frac{R}{R_0}\,;\quad \bar V=\frac{V}{V_0};\quad \bar R_0=\frac{r_{01}}{R_0}\,;\quad M=\frac{4\mu}{R_0^2\rho V_0}\,;\quad \beta=\frac{2B}{\rho V_0^2}\,;$$

$$N=\frac{n_2-1}{2}\frac{V_0}{c_{02}}\,;\quad k=\frac{2n_2}{n_2-1}\,;\quad \pi=\frac{p_{\text{н}}}{\rho V_0^2}\,;\quad \pi_0=\frac{p_{02}}{\rho V_0^2}\,;\quad \gamma=\frac{2k}{\rho V_0^2}\,;$$

V_0 — начальная скорость деформирования внешней стенки трубы.

Уравнение (13) является обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка, аналитическое решение которого возможно для случая взрыва в вакууме (приближенно в воздухе) без учета коэффициента вязкости:

$$\bar V=\frac{1}{\bar R}\left(\ln\frac{1}{\sqrt{\bar R^2-\left(1-\bar R_0^2\right)}}\right)^{-1/2}\left\{\frac{2\pi\bar R_0^2}{\gamma+1}\left[1-\left(\frac{\bar R_0}{\sqrt{\bar R^2-\left(1-\bar R_0^2\right)}}\right)^{\gamma+1}\right]-\right.$$

$$
-\pi_0\left(\bar{R}^2-1\right)-\gamma\left[\bar{R}^2 \ln \frac{\bar{R}}{\sqrt{\bar{R}^2-\left(1-\bar{R}_0^2\right)}}+\ln \bar{R}_0+\right.
$$

$$
\left.\left.+\left(1-\bar{R}_0^2\right) \ln \frac{\bar{R}^2-\left(1-\bar{R}_0^2\right)}{\bar{R}_0^2}\right]-\ln \bar{R}_0\right\}^{1/2}. \tag{14}
$$

Решения уравнения (13) для других случаев, а также получение закона расширения внешней стенки трубы $R(t)$ возможно только методами численного интегрирования.

Перейдем к определению начальной скорости деформирования.

При взрыве заряда ВВ по схеме, приведенной на рис. 1, в материале трубы возникает ударная волна, определяемая соотношениями

$$
p_{1x}-p_{02}=\frac{\rho_{02} \cdot \rho_x}{\rho_x-\rho_0} v_{1x}^2, \qquad p_{1x}-p_{02}=A\left[\left(\frac{\rho_{1x}}{\rho_{02}}\right)^{n_2}-1\right]. \tag{15}
$$

В ПВ отражается волна разрежения

$$
v_{1x}=\frac{2c_1}{n_1-1}\left(1-\frac{c_x}{c_1}\right)=\frac{2n_1}{n_1^2-1}\left[1-\left(\frac{4p_{1x}}{\rho_{\text{ВВ}} D^2}\right)^{\frac{n_1-1}{2n_1}}\right] \cdot D. \tag{16}
$$

Решая совместно уравнения (15) и (16), получим соотношение для определения начальной скорости внутренней стенки трубы:

$$
v_{1x}=\frac{1}{2}\left(\frac{\rho_{\text{ВВ}}}{\rho}\right)^{1/2}\left[\left(1-\frac{n_1^2-1}{2n_1} \frac{v_{1x}}{D}\right)^{\frac{2n_1}{n_1-1}}-\frac{4p_{02}}{\rho_{\text{ВВ}} D^2}\right]^{1/2} \times
$$

$$
\times\left\{1-\left[1+\frac{\left(1-\frac{n_1^2-1}{2n_1} \frac{v_{1x}}{D}\right)^{\frac{2n_1}{n_1-1}}-\frac{4p_{02}}{\rho_{\text{ВВ}} D^2}}{\frac{4A}{\rho_{\text{ВВ}} D^2}}\right]^{-\frac{1}{n_2}}\right\}^{1/2} \cdot D. \tag{17}
$$

Начальную скорость внешней поверхности до выхода ударной волны в окружающую среду можно определить как

$$
V_{2x}=V_{1x} \frac{r_{01}}{R}. \tag{18}
$$

Если окружающей трубу средой является воздух, то полученная скорость удваивается, т. е.

$$
V_0=2v_{1x} \frac{r_{01}}{R} \tag{19}
$$

Если окружающая трубу среда плотная, то в последнюю излучается ударная волна

$$
V_0=\left\{\frac{p_{2x}-p_{02}}{\rho_{03}}\left[1-\left(\frac{p_x}{A_3}+1\right)^{-1/n_3}\right]\right\}^{1/2}, \tag{20}
$$

а в стенку трубы отражается волна разрежения

$$
V_0=V_{1x}+\frac{2}{n_2-1} \sqrt{\frac{A_2 n_2}{\rho_2}}\left[\left(\frac{p_x}{A_2}+1\right)^{\frac{n_2-1}{2n_2}}-\left(\frac{p_{2x}}{A_2}+1\right)^{\frac{n_2-1}{2n_2}}\right]. \tag{21}
$$

p_x — давление в падающей ударной волне, поэтому оно связано со скоростью V_{2x} соотношением

$$
V_{2x}=\sqrt{\frac{p_x-p_{02}}{\rho_{02}}\left[1-\left(\frac{p_x}{A_2}+1\right)^{-1/n_2}\right]} \tag{22}
$$

Уравнения (20)—(22) позволяют (легче графически) получить начальную скорость деформации внешней стенки трубы — V_0.

Результаты вычислений

По приведенной выше схеме были проведены вычисления в случае полного заполнения трубы ВВ при взрыве в воздухе и в воде. Были

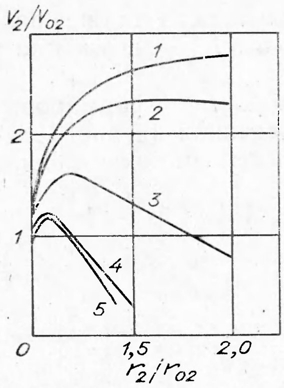

Рис. 2. Зависимость скорости деформирования от радиуса расширения внешней стенки трубы.

В воздухе: *1* — $\mu=0$, $k=0$, *2* — $\mu=0$ $k\neq0$, *3* — $\mu\neq0, k\neq0$; в воде: *4* — $p_0=1$ *атм*, *5* — $p=10^3$ *атм*.

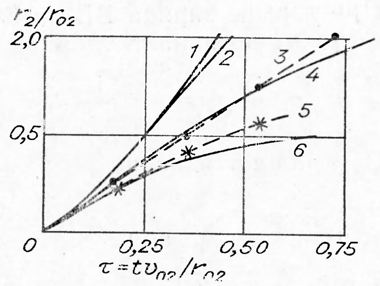

Рис. 3. Деформация внешней стенки трубы.

1 — $\mu=0$, $k=0$; *2* — $\mu=0$, $k\neq0$; *3* — μ в воздухе (эксперимент); *4* — $\mu\neq0$, $k\neq$ в воздухе (теория); *5* — в воде (эксперимент); *6* — в воде (теория).

приняты следующие значения входящих в уравнение параметров: ВВ — $\rho_{ВВ}=1{,}5$ *г/см³*, $D=7640$ *м/сек*; материал трубы (сталь 45) — $K=3000$ *кг/см²*, $\mu=0{,}3$ *кг·сек/см²*, $\rho_{02}=7{,}8$ *г/см³*, $n_2=4$, $A_2=4{,}5\cdot10^5$ *кг/см²*; окружающая среда (вода) — $\rho_{03}=1$ *г/см³*, $n_3=7{,}15$, $A_3=3017$ *кг/см²*; размеры трубы — $\overline{R}_0=r_{01}/R_0=0{,}827$, $\delta=1$ *мм*.

На рис. 3 представлены для изложенного выше случая экспериментальные кривые деформаций внешней стенки, полученные фотографированием на установке СФР. На рис. 2 и 3 даны результаты теоретического расчета. Необходимое при этом численное интегрирование проводилось по методу Адамса с применением метода последовательных приближений, указанного акад. А. Н. Крыловым, для вычислений в первых двух точках. Начальные скорости деформирования, вычисленные по формулам (16)—(21), равны 662 *м/сек* для воздуха и 532 *м/сек* для воды.

На рисунках видно вполне удовлетворительное согласие между теоретическими и экспериментальными результатами, что говорит о возможности применения высказанных допущений.

Поступила в редакцию
14/VI 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. А. Баум, К. П. Станюкович, Б. И. Шехтер. Физика взрыва. Физматгиз, 1959.
2. Ф. А. Баум, Н. С. Санасарян. ФГВ, 1965, 1, 4.
3. Х. А. Рахматулин, Ю. А. Демьянов. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. Физматгиз, 1961.
4. Ф. А. Баум и др. Термостойкие взрывчатые вещества и их действие в глубоких скважинах. М., «Недра», 1969.