ПМТФ, № 2 1961

# НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

*Л. П. Орленко*

*(Москва)*

Исследуются некоторые вопросы, связанные с моделированием распространения ударных волн в металлических плитах (сталь, дюралюминий, медь) при детонации заряда ВВ в контакте с поверхностью плиты.

Рассматриваются критерии подобия при распространении одномерных ударных волн в плитах. Приведены обработанные результаты динамической сжимаемости некоторых металлов, необходимые для определения параметров ударной волны в металлических плитах при моделировании.

1. Сжимаемость различных материалов в ударной волне, возникающей в плите при ударе или при детонации заряда в контакте с поверхностью металлической плиты, экспериментально исследовалась в работах [1—9]. Для этого опытным путем устанавливается зависимость между скоростью ударной волны в плите $D$ и скоростью частиц за фронтом волны $u$; при помощи этой экспериментальной зависимости $D = D(u)$ и условий сохранения массы и импульса на фронте ударной волны

$$\rho_0 D = \rho(D - u), \qquad p = \rho_0 D u \tag{1.1}$$

можно получить связь между давлением $p$ и плотностью $\rho$.

В работах [2,3] для больших давлений, превышающих 350÷400 тыс. *кг/см*$^2$, экспериментальная зависимость между скоростью ударной волны $D$ и скоростью частиц $u$ аппроксимировалась прямой

$$D = c_0 + \lambda u$$

Зависимость между $D$ и $u$ для меньших давлений (до 0.5 млн. *кг/см*$^2$) можно также представить прямой линией.

Экспериментальные значения коэффициентов $c_0$ и $\lambda$, полученные на основании экспериментальных работ [1—9], представлены в табл. 1.

*Таблица 1*

| Материал | $c_0$, *м/сек* | $\lambda$ | При $u$ [*м/сек*] |
|---|---|---|---|
| Сталь [2,3] | 3 800 | 1.58 | >825 |
| Сталь | 5 100 | 0 | <825 |
| Алюминий и сплав алюминия | 5 290 | 1.36 | <2 190 |
| Медь | 4 000 | 1.43 | <4 200 |
| Свинец | 1 970 | 1.57 | <1 100 |
| Свинец [2,3] | 2 300 | 1.27 | >1 100 |

Экспериментальные точки из работ [1,2,4—6,9] и аппроксимирующие прямые (из табл. 1) для стали и железа представлены на фиг. 1.

Экспериментальные точки и соответствующие аппроксимирующие прямые (из табл. 1) для алюминия и сплава алюминия из работ [1,3,5,7,8,9], для меди из работ [1,3,7], для свинца из работ [1,3] нанесены на фиг. 2.

Из фиг. 1 видно, что в пределах имеющихся экспериментов зависимость $D = D(u)$ почти не зависит от марки стали.

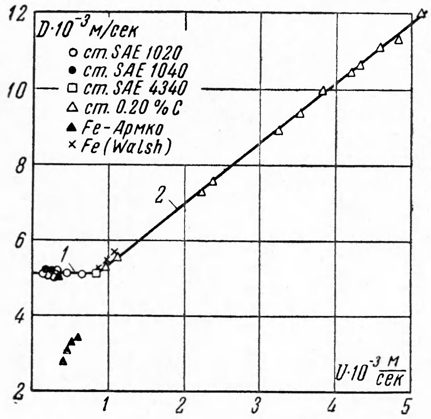
Для железа Армко [6] имеет место ярко выраженное полиморфное превращение из $\alpha$-железа в $\gamma$-железо, при этом резко меняется скорость ударной волны от величины 5100÷5200 *м/сек* до 2800 *м/сек*; до точки полиморфного превращения зависимость $D = D(u)$ для железа Армко мало отличается от аналогичной зависимости для стали.

Из фиг. 1 следует, что в пределах имеющихся экспериментов для стали скорость ударной волны $D$ в первом приближении можно считать постоянной вплоть до $u = 825$ *м/сек*.

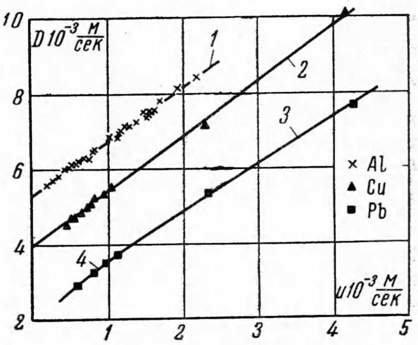
Уравнение динамической сжимаемости твердых тел $p = p(\rho)$ можно представить в следующем виде:

$$p = A\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n + B \qquad (1.2)$$

Численные значения постоянных коэффициентов $A, B, n$, определенные на основании работ [1—9], представлены в табл. 2.




Фиг. 1. Зависимость скорости ударной волны $D$ от скорости частиц $u$ для стали и железа. Уравнение аппроксимирующих прямых: *1* — $D = 5100$; *2* — $D = 3800 + 1.58\ u$




Фиг. 2. Зависимость скорости ударной волны $D$ от скорости частиц $u$ для алюминия, меди и свинца. Уравнение аппроксимирующих линий: *1* — $D = 5290 + 1.36\ u$; *2* — $D = 4000 + 1.43\ u$; *3* — $D = 2300 + 1.27\ u$; *4* — $D = 1970 + 1.57\ u$

Экспериментальные точки из работ [1-9] и соответствующие им аппроксимирующие кривые (из табл. 2) представлены для стали и железа на фиг. 3 и 4.

*Таблица 2*

| Материал | A, *кг/см²* | B, *кг/см²* | $n$ | $p\cdot10^{-6}$ *кг/см²* |
|---|---|---|---|---|
| Сталь | 553 000 | —541 000 | 3 | $<0.165$ |
| » | 142 500 | —67 100 | 6 | $<1.35$ |
| » | 54 100 | +130 000 | 8.13 | $>1.35$ |
| Сплав алюминия 24 | 235 000 | —241 800 | 3.8 | $<0.5$ |
| Медь | 310 000 | —310 000 | 4.65 | $<0.5$ |
| Свинец | 94 000 | —94 000 | 5 | $<0.5$ |

Для небольших давлений ($p < 15\,000$ *кг/см²*), соответствующих упругому объемному сжатию, зависимость между $p$ и $\rho$ для стали может быть представлена так:

$$p = 285\cdot10^4\theta \qquad \left(\theta = 1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \qquad (1.3)$$

Этому уравнению соответствует скорость упругой волны $a = 5970$ *м/сек*.

Экспериментальные точки для различных сталей при $p < 400\,000$ *кг/см²* могут быть в первом приближении аппроксимированы прямой

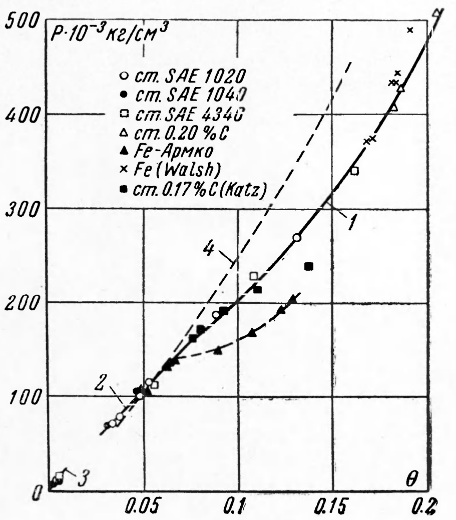
$$p = 208\cdot10^4\,\theta + 0.386\cdot10^4 \text{ кг/см}^2 \qquad (1.4)$$

Этой зависимости соответствует средняя скорость ударной волны $D = 5100$ *м/сек.*

Из фиг. 3 видно, что при $p \approx 170\,000$ *кг/см*$^2$ для стали, очевидно, имеет место полиморфное превращение, подобно тому, как это имеет место для железа Армко [6]. На фиг. 4 для сравнения нанесена кривая статической сжимаемости Бриджмена [10] для чистого железа

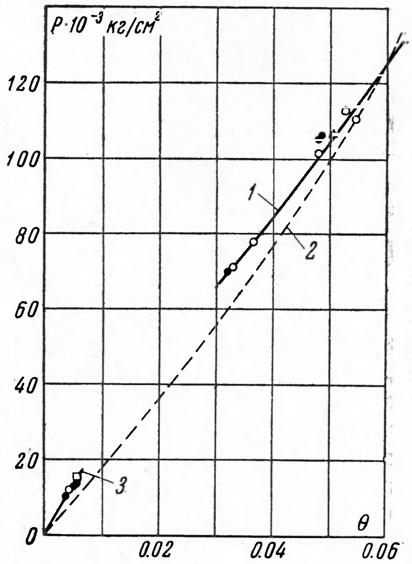
$$\theta = 5.826 \cdot 10^{-7} p - 0.8 \cdot 10^{-12} p^2 \tag{1.5}$$

Это уравнение аппроксимирует экспериментальные точки для $p = 30\,000$ *кг/см*$^2$ при $T = 24°$ C.




Фиг. 3. Кривые динамической сжимаемости стали и железа для $p < 0.5$ млн. *кг/см*$^2$. Уравнение аппроксимирующих линий:

$1 - p = 142.5 \cdot 10^3 (\rho/\rho_0)^6 - 67.1 \cdot 10^3$;
$2 - p = 553 \cdot 10^3 (\rho/\rho_0)^3 - 541 \cdot 10^3$;
$3 - p = 285 \cdot 10^4 \theta$;
$4 - p = 450 \cdot 10^3 \,[(\rho^\circ/\rho_0)^4 - 1]$




Фиг. 4. Кривые динамической сжимаемости стали и железа для $p < 0.12$ млн. *кг/см*$^2$. Уравнения аппроксимирующих линий:

$1 - p = 553 \cdot 10^3 (\rho/\rho_0)^3 - 541 \cdot 10^3$;
$2 - \theta = 5 \cdot 827 \times 10^{-7} p - 0.8 \cdot 10\, p^{-12}$,
$3 - p = 285 \cdot 10^4 \theta$.

Из фиг. 4 видно, что статическая сжимаемость существенно больше сжимаемости в динамических условиях до давлений $p = 15\,000$ *кг/см*$^2$, но кривая Бриджмена была получена в условиях всестороннего сжатия, при этом $p$ в формуле (1.5) означает гидростатическое давление; динамическая прямая (1.3) получена при помощи плоской ударной волны, движущейся в одном направлении, при этом $p$ в уравнении (1.3) означает напряжение $\sigma_{xx} = -p$; следовательно, если учесть, что при данных условиях опыта боковых перемещений нет, т. е. $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 0$, а $\theta$ в формуле (1.3) равна относительной объемной деформации $\varepsilon_{xx} = -\theta = \rho_0/\rho - 1$, то из закона Гука при $\sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ можно получить

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu)\, \varepsilon_{xx}$$

Если принять для коэффициента Ляме $\lambda$ и $\mu$ их статические значения $\lambda = 11.2 \cdot 10^{11}$ *дин/см*$^2$ и $\mu = 8.1 \cdot 10^{11}$ *дин/см*$^2$, то получим $\sigma_{xx} = -283 \cdot 10^4\, \theta$ *кг/см*$^2$.

Угловой коэффициент этого уравнения отличается от углового коэффициента прямой (1.3) в пределах 2%.

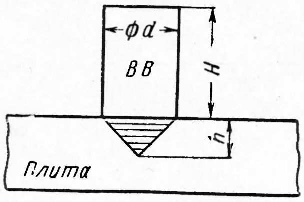
Для больших давлений непосредственное сравнение затруднительно, так как нет совпадающих по амплитуде экспериментов.

На фиг. 3 для сравнения нанесена кривая динамической сжимаемости, полученная в работе [11] для стали

$$p = 450\,000\left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^4 - 1\right] \text{кг} / \text{см}^2$$

Эта зависимость при $p = 400\,000$ *кг/см*$^2$ дает уменьшенную на 35% относительную сжимаемость.

2. Рассмотрим моделирование распространения волн сжатия в твердом теле при детонации цилиндрического заряда в контакте с поверхностью плиты (фиг. 5). В этом случае в твердом теле будет существовать некоторая область, где движение можно считать одномерным (эта область заштрихована на фиг. 5).



Фиг. 5. К определению зоны одномерного движения

Оценим глубину этой зоны $h$. Если плита, по которой распространяется волна сжатия стальная, то скорость ударной волны можно принять равной 5100 *м/сек*, а скорость боковой волны разрежения примем равной скорости упругой волны 6000 *м/сек*.

Отсюда глубина одномерной зоны будет равна $h < 0.425\ d$.

В случае распространения ударной волны в стали ([12]) ее скорость можно принять постоянной и равной $a_2$, а скорость волны разгрузки примем равной $a_1$, максимальное давление на поверхности плиты пусть будет $p_m$, начальная плотность материала плиты $\rho_0$, удельный импульс на поверхности плиты пусть равен $i$, а форма импульса характеризуется постоянной времени $\alpha$, которая имеет размерность 1/*сек*; надо определить давление $p$, скорость $u$ и плотность $\rho$ как функции вышеперечисленных констант, а также времени $t$ и расстояния $x$.

Систему определяющих параметров этой задачи можно записать в виде

$$i,\ \rho_0,\ p_m,\ a_2,\ a_1,\ \alpha,\ t,\ x \tag{2.1}$$

Из этой системы параметров можно образовать пять безразмерных комбинаций, так как согласно общей теории размерности [13] в системе параметров (2.1) имеются три параметра с независимыми размерностями. Эти безразмерные комбинации имеют вид

$$\frac{a_1}{a_2},\quad \frac{1}{a_2}\sqrt{\frac{p_m}{\rho_0}},\quad \frac{p_m}{\alpha i},\quad \frac{x\rho_0 a_2}{i},\quad \frac{t\rho_0 a_2}{i}\sqrt{\frac{p_m}{\rho_0}} \tag{2.2}$$

Очевидно, что, кроме соблюдения геометрического подобия, необходимым условием подобия двух явлений будет равенство первых трех безразмерных комбинаций, т. е. для натурного и модельного явлений должно выполняться

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_1^*}{a_2^*},\quad \frac{1}{a_2^*}\sqrt{\frac{p_m^*}{\rho_0^*}} = \frac{1}{a_2}\sqrt{\frac{p_m}{\rho_0}},\quad \frac{p_m}{\alpha i} = \frac{p_m^*}{\alpha^* i^*} \tag{2.3}$$

При соблюдении этих равенств будем иметь одинаковые безразмерные значения для давления $p$, скорости $u$ и плотности $\rho$ при одних и тех же значениях переменных безразмерных комбинаций

$$\frac{x\rho_0 a_2}{i} = \frac{x^*\rho_0^* a_2^*}{i^*},\quad \frac{t\rho_0 a_2}{i}\sqrt{\frac{p_m}{\rho_0}} = \frac{t^*\rho_0^* a_2^*}{i^*}\sqrt{\frac{p_m^*}{\rho_0^*}} \tag{2.4}$$

Рассмотрим некоторые частичные случаи.

а) Пусть в натурном и модельном явлениях употребляется одно и то же ВВ и один и тот же материал плиты. В этом случае будем иметь

$$D_1 = D_1^*,\qquad \rho_1 = \rho_1^*,\qquad \rho_0 = \rho_0^*,\qquad a_2 = a_2^*,\qquad a_1 = a_1^*$$

Отсюда

$$p_m = p_m^*$$

где $D_1$ — скорость детонации$_1$, $\rho$ — плотность взрывчатого вещества.

Таким образом, вместо (2.3) получим

$$\alpha i = \alpha^* i^* \qquad (2.5)$$

При соблюдении геометрического подобия это равенство сохраняется.

Следовательно, если в натурном и модельном явлениях употребляется одно и то же ВВ и один и тот же материал плиты, то для подобия двух явлений достаточно геометрического подобия, при этом одинаковое значение параметров в натурной и модельной плитах будет иметь место при следующих равенствах:

$$x / x^* = i / i^*, \qquad t / t^* = i / i^* \qquad (2.6)$$

Если, например, для короткого заряда ($H < 2.25d$) удельный импульс определяется зависимостью [11]

$$i = \frac{8}{27} D_1 \rho_1 H \left(\frac{4}{9} - \frac{16}{81}\frac{H}{d} + \frac{64}{2197} H^2 / d^2\right) \qquad (2.7)$$

то (2.6) примет вид

$$\frac{x}{H} = \frac{x^*}{H^*}, \qquad \frac{t}{t^*} = \frac{H}{H^*}$$

Для длинного заряда ($H > 2.25\, d$) имеем $i = \frac{8}{81} \rho_1 D_1 d$. Из (2.6) следует

$$x / d = x^* / d^*, \qquad t / t^* = d / d^* \qquad (2.8)$$

Если в натурном и модельном явлениях употребляется один и тот же материал, т. е. $a_2 = a_2^*$, $\rho_0 = \rho_0^*$, $a_1 = a_1^*$, то для соблюдения подобия должно употребляться одно и то же ВВ, так как $p_m = p_m^*$ согласно (2.3).

б) Рассмотрим подобие двух одномерных явлений распространения волн сжатия в случае, если нагружение материала плиты подчиняется уравнению (1.2), а закон разгрузки имеет линейный характер. В этом случае систему определяющих параметров можно записать в виде

$$i, \ p_m, \ \alpha, \ A = \gamma B, \ B, \ n, \ \rho_0, a_1, \ x, \ t \qquad (2.9)$$

Здесь $A$ и $B$ имеют размерность делений, $\alpha, \gamma$ и $n$ — безразмерные постоянные коэффициенты. В этом случае условия подобия двух явлений натурного и модельного будут те же, что и в предыдущем случае, но к безразмерной системе параметров добавляется $\gamma$, $n$.

Если законы нагрузки и разгрузки совпадают [14], то система определяющих параметров запишется в виде

$$i, \ p_m \alpha, \ \rho_0, \ A, \ B, \ n, \ x, \ t \qquad (2.10)$$

Из этой системы определяющих параметров можно образовать только шесть безразмерных комбинаций: четыре постоянные и две переменные

$$n, \ \frac{A}{B}, \ \frac{p_m}{A}, \ \frac{p_m}{\alpha i}, \ \frac{x p_0}{i}\sqrt{\frac{p_m}{\rho_0}}, \ \frac{t p_m}{i} \qquad (2.11)$$

Если в натурном и модельном процессах применяется одно и то же ВВ и материал плиты одинаков, то $p_m = p_m^*$, $A = A^*, B = B^*$, $n = n^*$. Таким образом, критерии подобия будут прежними.

Если материал плиты один и тот же, то подобие может иметь место только при $p_m = p_m^*$, следовательно, ВВ должно быть также одно и то же.

3. На основании некоторых экспериментальныхработ установим связь между скоростью частиц на фронте ударной волны и пройденным волной расстоянием для стали, меди и дюралюминия.

Связь между скоростью частиц $u$ и расстоянием, пройденным волной $x$, можно аппроксимировать уравнением следующего вида:

$$u = \alpha\left(1 + \beta\frac{x}{H}\right)^{\gamma} \qquad (3.1)$$

Значение коэффициентов $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ приведены в табл. 3.

*Таблица 3*

| Работа | $\alpha$ *м/сек* | $\beta$ | $\gamma$ | Материал | Условия |
|---|---|---|---|---|---|
| [4] | 915 | —0.606 | 1 | Сталь | $\frac{x}{H} < 1, \quad \frac{H}{d} \approx \frac{1}{3}$ |
| [7] | 1680 | 4.8 | —0.236 | Сплав алюминия | $\frac{H}{d} < 1, \quad \frac{x}{H} < 0.425 \frac{d}{H}$ |
| [7] | 1000 | 7 | —0.214 | Медь | |

Экспериментальные данные (см., например, [7]) непосредственно показывают, что на одинаковых расстояниях (см. (2.7)) в разных опытах параметры волны оказываются равными.

**4.** Определим параметры ударной волны в зависимости от расстояния $x$, если известно $D = D(x)$ или $u = u(x)$. На фронте ударной волны

$$\Delta E = \frac{p + p_0}{2}\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho}\right), \quad p - p_0 = \rho_0 D u, \quad \rho_0 D = \rho\,(D - u) \qquad (4.1)$$

Если известна зависимость скорости ударной волны $D$ от скорости частиц, т. е. $u = u\,(D)$, то, пренебрегая начальным давлением $p_0$ по сравнению с давлением на фронте ударной волны, получим

$$p = \rho_0 D u\,(D), \quad \rho = \rho_0 \frac{D}{D - u\,(D)}, \quad \Delta E = \frac{u^2\,(D)}{2} \qquad (4.2)$$

Если экспериментально известна зависимость $D = D(x)$, полученная в лабораторных условиях для небольшой модели, геометрически подобной натурному объекту при условии использования одного и того же ВВ и одного и того же материала плиты, то при помощи уравнений (4.2) и условий моделирования, изложенных выше, можно получить все параметры ударной волны в зависимости от $x$. Функция $u = u\,(D)$ может быть определена на основании экспериментов (см. табл. 1).

Если материал плиты сталь, то при детонации ВВ на поверхности плиты скорость ударной волны $D$ можно считать постоянной (п. 1) и, следовательно, уравнения (4.1) можно записать в следующем виде

$$p = \rho_0 D u\,(x), \quad \rho = \frac{\rho_0 D}{D - u\,(x)}, \quad \Delta E = \frac{u^2\,(x)}{2} \quad \left(\begin{array}{l}\rho_0 = 7.85 \text{ г/см}^3 \\ D = 5\,100 \text{ м/сек}\end{array}\right) \qquad (4.3)$$

В этом случае необходимо экспериментальное определение $u = u\,(x)$.

Поступила 16 IX 1960

ЛИТЕРАТУРА

1. W a l s h I. M. Equation of state for metals. Physical Review, 1957, v. 108, p. 196.
2. А л ь т ш у л л е р Л. В. Динамическая сжимаемость и уравнение состояния железа при высоких давлениях. ЖЭТФ, 1958, т. 34, вып. 4.
3. А л ь т ш у л л е р Л. В. Динамическая сжимаемость металлов при давлении от 0.4 до 4 млн. атмосфер. ЖЭТФ, 1958, т. 34, вып. 4.
4. M i n s h a l l S. Properties of elastic and plastic waves determined by pin contactors crystals. J. Appl. Phys., 1955, v. 26, p. 463.
5. C o r a n s o n R. W. Dynamic determination of the compressibility of metals. J. Appl. Phys., 1955, v. 26, p. 1472.
6. B a n c r o f t D. Polymorphism of iron at high pressure. Jour. of appl. Phys, 1956, v. 27, No 3.
7. У о л ш и К р и с т и а н. Уравнение состояния металлов по измерениям ударной волны. Сб. пер. Механика, 1956, No 2.
8. M a l l o r y M. Shock waves propagation in Al. L. Appl. Phys., 1955, v. 26, No 5.
9. K a t z S. Gugoniot's equation of state for Al and steel from the measurements of olique shock waves. J. Appl. Phys. 1959, v. 3, № 4.
10. Б р и д ж м е н. Новейшие работы в области высоких давлений. ИИЛ, 1948.
11. Б а у м Ф. А., С т а н ю к о в и ч К. П., Ш е х т е р Б. И. Физика взрыва, ГИТТЛ, 1959.
12. О р л е н к о Л. П. Распространение ударных волн в плите конечной толщины. Докл. вузов, Физмат, 1959, № 1.
13. С е д о в Л. И. Методы подобия и размерности в механике. ГИТТЛ, 1954.
14. О р л е н к о Л. П., С т а н ю к о в и ч К. П. Ударные волны в твердых телах. Изв. вузов, Физика, 1958, № 6.