

УДК 533.9.082.76

*З.М. Егорова, А.В. Кашеваров*

**ОХЛАЖДАЕМЫЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ЗОНД ЛЕНГМЮРА  
В МЕДЛЕННО ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ**

Зондовые измерения в плазме лабораторных пламен происходят в условиях обтекания зонда при малых числах Рейнольдса ( $Re \sim 1$ ). Сложность теоретического определения вольт-амперных характеристик зонда в движущейся плазме высокой плотности приводит к тому, что в настоящее время ограничиваются лишь вычислением токов насыщения [1], что значительно проще. Ток насыщения на цилиндрический зонд при  $Re \leq 15$  рассчитан в [2]. Определение вольт-амперной характеристики упрощается для  $Re \ll 1$ , когда можно применить методы асимптотического анализа. Характеристики цилиндрического зонда для этих условий при умеренных потенциалах получены в [3].

В [2, 3], как и во многих других работах, считалось, что температура зонда равна температуре потока, которая является постоянной в поле течения. На самом деле температура зонда всегда существенно ниже. Она ограничена сверху температурой начала термоэлектронной эмиссии, которая искажает результаты определения ионного тока. Достаточно низкая температура зонда в экспериментах достигается обычно не специальным его охлаждением, а тем, что зонд вводится в плазму на короткое время. Однако в теории зонд, температура поверхности которого ниже температуры потока, называют охлаждаемым.

Для охлаждаемого зонда в поле течения существенно изменяются коэффициенты диффузии ионов и электронов, а также плотность нейтрального газа. Влияние этих факторов на характеристику сферического зонда в неподвижной плазме изучалось в [4], а на ток насыщения сферического и цилиндрического зондов в движущейся при больших  $Re$  плазме — в [5]. Влияние температурного фактора на ток насыщения сферического зонда в медленно движущейся при  $Re \ll 1$  плазме определено в [6]. Результатом этих исследований явилась слабая зависимость тока насыщения от температуры зонда.

В настоящей работе, являющейся развитием [3], исследования продолжены для цилиндрического зонда в движущейся при  $Re \ll 1$  плазме.

1. Рассмотрим течение плотной плазмы вокруг цилиндрического проводящего тела (зонда) бесконечной длины, ось симметрии которого расположена перпендикулярно скорости набегающего потока. Обтекание происходит при  $Re \ll 1$ . Плазма состоит из нейтральных частиц, положительных однозарядных ионов и электронов (либо отрицательных ионов), причем концентрация нейтральных частиц намного больше концентрации заряженных, так что плазма является слабоионизованной. Концентрация заряженных частиц такова, что отношение дебаевского радиуса к радиусу зонда  $\alpha = \lambda_D / R \ll 1$ . Химические реакции в потоке примем замороженными. Температура поверхности зонда  $T_p^0$  поддерживается постоянной, меньшей температуры набегающего потока  $T_\infty^0$ . Вдали от зонда имеет место термодинамическое

равновесие, так что температуры заряженных частиц и нейтрального газа совпадают.

Работа зонда при таких условиях может быть описана системой уравнений (в безразмерном виде) [7]

$$(1.1) \quad \text{ReSc} \rho \mathbf{u} \nabla c_+ - \nabla \left[ \rho D_+ \left( \frac{c_+}{p_+} \nabla p_+ - \frac{c_+}{T_+} \nabla \psi \right) \right] = 0;$$

$$(1.2) \quad \beta \text{ReSc} \rho \mathbf{u} \nabla c_- - \nabla \left[ \rho D_- \left( \frac{c_-}{p_-} \nabla p_- + \frac{c_-}{T_-} \nabla \psi \right) \right] = 0;$$

$$(1.3) \quad \alpha^2 \nabla^2 \psi = \rho (c_+ - c_-).$$

Здесь  $\text{Sc} = (\nu/D_+)_{\infty}$  — число Шмидта ( $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости);  $\rho$  — плотность нейтрального газа;  $\mathbf{u}$  — поле скоростей;  $c_+$ ,  $c_-$  — массовые доли;  $p_+$ ,  $p_-$  — парциальные давления;  $T_+$ ,  $T_-$  — температуры;  $D_+$ ,  $D_-$  — коэффициенты диффузии положительно и отрицательно заряженных частиц соответственно;  $\beta = (D_+/D_-)_{\infty}$ ;  $\psi$  — электрический потенциал.

Пространственные переменные безразмерены через радиус зонда. Безразмерный электрический потенциал  $\psi$  связан с размерным потенциалом  $\varphi$  соотношением  $\psi = -e\varphi/kT_{\infty}^0$  ( $e$  — заряд электрона,  $k$  — постоянная Больцмана). Остальные величины отнесены к своим значениям на бесконечности.

В реальных условиях  $\text{Sc} \sim 1$ , так что газодинамическое число Рейнольдса одного порядка с электрическим. Связь между плотностью и температурой газа описывается уравнением состояния

$$\rho T = 1,$$

так как изменением давления из-за малой скорости газа пренебрегаем. Парциальные давления имеют вид

$$p_+ = c_+ \rho T_+, \quad p_- = c_- \rho T_-.$$

Температура ионов в режиме сплошной среды равна температуре нейтральных частиц ( $T_+ = T$ ) [7]. Тем самым парциальное давление положительных ионов  $p_+ = c_+$ . Для определения температуры электронов в общем случае необходимо рассматривать уравнение энергии электронов. Чтобы не усложнять задачу, ограничимся, как и в [4], двумя частными случаями. В первом электроны также находятся в локальном тепловом равновесии с окружающим газом ( $T_- = T$ ,  $p_- = c_-$ ), это условие строго выполняется, если перенос отрицательного заряда осуществляется ионами. Во втором случае температура электронов заморожена и равна своему значению на бесконечности ( $T_- = 1$ ). Парциальное давление электронов тогда  $p_- = c_-/T$ .

Отметим, что во втором случае в [4] уравнение неразрывности для электронов (1.2) выписано неверно, так как плотность потока электронов в общем случае ( $T_- \neq T$ ) определяется градиентом парциального давления, а не концентрации [7].

Зависимость коэффициентов диффузии от температуры можно характеризовать степенными функциями  $D_+ = T^m$ ,  $D_- = T^n$ . Такого рода зависимости для различных газов приведены в [8]. В случае замороженной температуры электронов изменение  $D_-$  связано с изменением плотности нейтрального газа  $D_- = T$  [7]. Отношение  $\beta \ll 1$ , если отрицательный заряд переносится электронами, и  $\beta \approx 1$ , если отрицательными частицами являются ионы.

Поля скорости  $\mathbf{u}$  и температуры  $T$  нейтрального газа из-за малой степени ионизации определяются из решения задачи обтекания цилиндра вязким газом и не зависят от наличия ионизованной компоненты. При

$Re \ll 1$  они получены в [9] по методу сращиваемых асимптотических разложений. Если зависимость коэффициента теплопроводности  $K$  нейтрального газа от температуры является степенной функцией  $K = T^l$ , то нулевой член асимптотического разложения для температуры вблизи зонда при  $r < O(1/Re)$  дается выражением

$$(1.4) \quad T = [T_p^{l+1} - (T_p^{l+1} - 1) \ln r / \ln(1/Re)]^{1/(l+1)},$$

где  $r$  — радиальная координата. Вдали от зонда температура близка к невозмущенной ( $T = 1$ ).

Граничными условиями для уравнений (1.1) — (1.3) являются: вдали от зонда при  $r \rightarrow \infty$

$$(1.5) \quad c_+ = c_- = 1, \psi = 0;$$

на поверхности зонда при  $r = 1$

$$(1.6) \quad c_+ = c_- = 0, \psi = \psi_p \text{ (задано).}$$

2. Решение задачи (1.1) — (1.6) получим сначала для токов насыщения. Ход решения изложим подробно для случая, когда  $T_- = T$ .

Для определения тока насыщения, как и полной вольт-амперной характеристики, необязательно знать детально поле скоростей нейтрального газа, так как при  $Re \ll 1$  конвективными членами уравнений (1.1), (1.2) можно пренебречь в области вблизи зонда (внутренней) при  $r < O(1/Re)$ . Тогда, пренебрегая в указанной области зависимостью искомых функций от угловой координаты  $\theta$ , уравнения (1.1) и (1.2) можно проинтегрировать:

$$(2.1) \quad \frac{dc_+}{dr} - \frac{c_+}{T} \frac{dT}{dr} = \frac{I_+ T^{1-m}}{r};$$

$$(2.2) \quad \frac{dc_-}{dr} + \frac{c_-}{T} \frac{dT}{dr} = \frac{I_- T^{1-n}}{r}.$$

Здесь вместо  $\rho$ ,  $D_+$  подставлены их зависимости от температуры;  $I_+$  представляют собой безразмерные пстоки на зонд положительно и отрицательно заряженных частиц.

При  $\alpha \ll 1$ , как известно, в поле течения можно выделить тонкий слой объемного заряда, примыкающий непосредственно к поверхности зонда, и квазинейтральную область, где  $c_+ \approx c_- = c$ . В квазинейтральной области, складывая (2.1) и (2.2) и интегрируя получившееся уравнение, имеем

$$(2.3) \quad c = A_1 - \frac{(l+1) \ln(1/Re)}{2(T_p^{l+1} - 1)} \left( I_+ \frac{T^{2-m+l}}{2-m+l} + I_- \frac{T^{2-n+l}}{-2-n+l} \right)$$

( $A_1$  — постоянная интегрирования).

Интегрирование облегчается, если в (2.1), (2.2) перейти от переменной  $r$  к  $T$ . Выражение (2.3) представляет собой главный член внутреннего асимптотического разложения квазинейтральной концентрации  $c$  по числу Рейнольдса.

Вдали от зонда при  $r > O(1/Re)$  (внешняя область) нельзя пренебречь конвективными членами уравнений (1.1), (1.2), но скорость потока, как и температура, близка к невозмущенной. Квазинейтральная концентрация в этой области дается выражением [3]

$$(2.4) \quad c = 1 - \exp(\kappa r \cos \theta) \sum_{m=0}^{\infty} B_m K_m(\kappa r) \cos m \theta,$$

где  $B_m$  — постоянные интегрирования;  $K_m$  — модифицированные функции Бесселя второго рода порядка  $m$ ;  $\kappa = (1 + \beta) Re Sc / 4$ .

Постоянную  $A_1$  в выражении (2.3) найдем на основе асимптотического срачивания. Для обеспечения срачивания необходимо в (2.4) положить  $B_1, B_2, \dots = 0$ , чтобы исключить зависимость от  $\theta$ . Далее при  $\kappa \ll 1$ , беря первый член разложения в ряд функции  $K_0(\kappa r)$  и введя внешнюю переменную  $s = \text{Re}r$ , получим внутреннее представление внешнего решения (2.4):

$$(2.5) \quad c = 1 - B_0 \{ C + \ln[(1 + \beta) \text{Sc}/8] + \ln s \}$$

( $C = 0,5772\dots$  — постоянная Эйлера).

Получим теперь внешнее представление внутреннего решения (2.3). Переходя к переменной  $s$  в выражении для температуры (1.4), имеем

$$(2.6) \quad T = [1 - (T_p^{l+1} - 1) \ln s / \ln(1/\text{Re})]^{1/(l+1)} \approx 1 - \frac{T_p^{l+1} - 1}{l+1} \frac{\ln s}{\ln(1/\text{Re})},$$

так как при  $\text{Re} \ll 1$  второй член в квадратных скобках мал по сравнению с единицей.

Подставляя (2.6) в (2.3) и сравнивая получившееся внешнее представление внутреннего решения с (2.5), в соответствии с принципом асимптотического срачивания [10] находим

$$A_1 = 1 + \frac{I_+ + I_-}{2} \left[ C + \ln \frac{(1 + \beta) \text{Sc}}{8} \right] + \frac{(l+1) \ln(1/\text{Re})}{2(T_p^{l+1} - 1)} \left( \frac{I_+}{2-m+l} + \frac{I_-}{2-n+l} \right).$$

Теперь, положив в (2.3)  $c = 0$  при  $r = 1$  и  $I_- \rightarrow 0$ , определим ионный ток насыщения:

$$(2.7) \quad I_+^* = \frac{2(1 - T_p^{l+1})}{\{C + \ln[(1 + \beta) \text{Sc}/8]\} (T_p^{l+1} - 1) + (l+1) \ln(1/\text{Re}) (1 - T_p^{2-m+l}) / (2-m+l)}.$$

Электронный ток насыщения  $I_-^*$  также дается выражением (2.7), в котором  $m$  надо заменить на  $n$ .

Нетрудно видеть, что в пределе  $T_p \rightarrow 1$  величина тока насыщения, определенная по (2.7), стремится к изотермическому значению  $I_0^*$ , полученному в [3]:

$$(2.8) \quad I_0^* = \frac{2}{\ln(1/\text{Re}) - C - \ln[(1 + \beta) \text{Sc}/8]}.$$

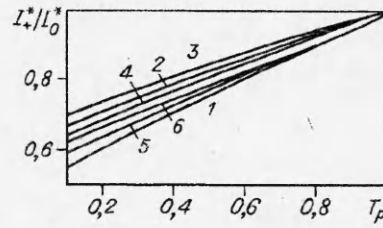
В пределе  $\text{Re} \rightarrow 0$  отношение величины тока, даваемой выражением (2.7), к изотермическому значению (2.8) имеет вид

$$(2.9) \quad \frac{I_+^*}{I_0^*} = \frac{2-m+l}{l+1} \frac{1 - T_p^{l+1}}{1 - T_p^{2-m+l}}.$$

Остановимся на двух частных случаях температурных зависимостей коэффициента диффузии ионов и коэффициента теплопроводности нейтрального газа, соответствующих идеализированным моделям силового взаимодействия молекул. В первом, как и в [4], используем модель газа, образуемого твердыми сферическими частицами. Для такой модели  $m = 3/2$ ,  $l = 1/2$ . При этом зависимость нормированного ионного тока насыщения на цилиндрический зонд при  $\text{Re} \rightarrow 0$  от температуры зонда (2.9) совпадает с соответствующей зависимостью работы [4] для сферического зонда в неподвижной плазме.

Для так называемых максвелловских молекул  $m = 2$ ,  $l = 1$ . Температурная зависимость коэффициента диффузии ионов для этой модели более приближена к реальной [8]. Зависимость предельного при  $\text{Re} \rightarrow 0$  нормированного тока насыщения от температуры, как следует из (2.9), при этом является линейной. Она представлена на рис. 1 (линия 1), где приведены

также и температурные зависимости нормированного тока насыщения при конечных числах Рейнольдса ( $Re = 0,1$  и  $0,2$  — кривые 2 и 3) и при  $Sc = 1$  для переноса отрицательного заряда электронами ( $\beta \ll 1$ ). Кривая 4 относится к случаю переноса отрицательного заряда ионами ( $\beta = 1$ ) и  $Re = 0,1$ . Как видно из рис. 1, имеет место тенденция увеличения нормированного тока насыщения с ростом  $Re$ , причем для отрицательных ионов эта тенденция менее выражена.



Р и с. 1

Для замороженной температуры электронов уравнение (2.2) примет вид

$$T \frac{d}{dr} \left( \frac{c_-}{T} \right) + c_- \frac{d\psi}{dr} = \frac{I_-}{r}.$$

Действуя, как указано выше, для концентрации заряженных частиц в квазинейтральной области вблизи зонда получим

$$c = \frac{A_2 T}{1 + T} - \frac{(l + 1) \ln(1/Re)}{(T_p^{l+1} - 1)(1 + T)} \left[ I_+ \frac{T^{3-m+l}}{2 - m + l} + I_- \frac{T^{l+1}}{l} \right].$$

После проведения необходимых более трудоемких выкладок определим, что постоянная

$$A_2 = \left\{ 2 + \frac{(l + 1) \ln(1/Re)}{T_p^{l+1} - 1} \left[ \frac{I_+}{2 - m + l} + \frac{I_-}{l} \right] + \left[ \frac{I_+(5 - 2m + 2l)}{2} + \frac{I_-(2l + 1)}{2} \right] \times \right. \\ \left. \times \left( C + \ln \frac{Sc}{8} \right) \right\} / \left[ 1 + (T_p^{l+1} - 1) \left( C + \ln \frac{Sc}{8} \right) / 2(l + 1) \ln(1/Re) \right].$$

Ионный ток насыщения запишем как

$$I_+^* = \frac{4(2 - m + l)(1 - T_p^{l+1})}{[C + \ln(Sc/8)](T_p^{l+1} - 1)(5 - 2m + 2l - T_p^{2-m+l}) + 2(l+1)\ln(1/Re)(1 - T_p^{2-m+l})}.$$

Электронный ток насыщения

$$I_-^* = \frac{4l(1 - T_p^{l+1})}{[C + \ln(Sc/8)](T_p^{l+1} - 1)(2l + 1 - T_p^l) + 2(l + 1)\ln(1/Re)(1 - T_p^l)}.$$

В качестве проверки можно видеть, что при  $T_p \rightarrow 1$  величины токов насыщения стремятся к изотермическому значению (2.8).

Нормированный на изотермическое значение ионный ток насыщения, как и для равновесной температуры электронов, в пределе  $Re \rightarrow 0$  дается выражением (2.9), а нормированный электронный ток насыщения при  $Re \rightarrow 0$

$$(2.10) \quad \frac{I_-^*}{I_0^*} = \frac{l}{l + 1} \frac{1 - T_p^{l+1}}{1 - T_p^l}.$$

Для модели газа, состоящего из твердых сферических частиц, полученные результаты в отличие от случая равновесной температуры электронов не совпадают с результатами [4] для сферического зонда в неподвижной плазме, что связано, как уже отмечалось, с неправильной записью уравнения неразрывности электронов в [4], когда  $T_- \neq T$ . Если это уравнение записать правильно, то для сферического зонда в неподвижной плазме легко получить результаты (2.9), (2.10).

Интересным результатом настоящей работы является то, что величины ионного тока насыщения для равновесной и замороженной температуры электронов в предельном случае  $Re \rightarrow 0$  совпадают. Расхождение имеет

место при  $Re \neq 0$ . Температурные зависимости нормированного ионного тока насыщения для замороженной температуры электронов и модели газа максвелловских молекул также приведены на рис. 1. Кривые 5 и 6 отвечают  $Re = 0,1$  и  $0,4$ . Увеличение тока насыщения с ростом  $Re$ , как видно, происходит еще медленнее, чем для отрицательных ионов.

Другим интересным результатом является то, что для модели газа максвелловских молекул ионный и электронный токи насыщения совпадают и для замороженной температуры электронов.

3. Вольт-амперные характеристики могут быть получены подобно тому, как это сделано для зонда в изотермической плазме [3]. Здесь ограничимся моделью газа максвелловских молекул.

Для равновесного случая из (2.1) — (2.3) для потенциала во внутренней квазинейтральной области запишем

$$(3.1) \quad \psi = -\lambda(T + 1) - \lambda \frac{A_1}{b} \ln(A_1 - bT)$$

$$(\lambda = (I_+ - I_-)/(I_+ + I_-), b = \ln(1/Re)(I_+ + I_-)/(T_p^2 - 1)).$$

Постоянная интегрирования в (3.1) выбрана так, чтобы при  $T \rightarrow 1$  поведение  $\psi$  было таким же, как для изотермической плазмы [3]. Из (3.1) следует, что  $\psi \rightarrow \infty$ , когда  $T \rightarrow T_s = A_1/b$ . Это имеет место, когда  $\xi \rightarrow \xi_s = \ln(1/Re)(T_p^2 - T_s^2)/(T_p^2 - 1)$  ( $\xi = \ln r$ ).

Таким образом, квазинейтральное решение (3.1) справедливо лишь для  $\xi > \xi_s$ . Анализ слоя объемного заряда при  $\xi \leq \xi_s$  подобен [3]. Уравнения (1.3), (2.1) и (2.2) после преобразований можно свести к одному уравнению для поля  $E = d\psi/d\xi$ . Применяя к нему преобразование

$$\zeta = a\alpha^{-2/3}(\xi - \xi_s), \quad E(\xi) = a\alpha^{-2/3}F(\zeta),$$

где  $a = \exp(2\xi_s/3)(I_+ + I_-)^{1/3}/T_s^{1/3}$ , и пренебрегая членами порядка  $\alpha^{2/3}$ , получим уравнение для  $F$ , которое после интегрирования запишем в виде

$$(3.2) \quad F'' = \frac{F^3}{2T_s^2} + \zeta \frac{F}{T_s^2} + \frac{\lambda}{T_s}.$$

Уравнение (3.2) является распространением общего уравнения слоя объемного заряда [11] на случай неизотермической плазмы. При  $\zeta \rightarrow \infty$  решение уравнения (3.2) должно стремиться к квазинейтральному, которое запишется как  $F \rightarrow -\lambda T_s/\zeta$ . На поверхности зонда может быть получено  $F'_p = 0$  при  $\zeta_p = -F_p^2/2$ . Дальнейшее численное решение осуществляется по методу [3].

Рассчитанные вольт-амперные характеристики для различных  $\alpha$  при  $Re = 0,2$  и  $Sc = 1$  представлены на рис. 2, а, б ( $T_p = 0,25$  и  $0,5$  соответственно). Видно, что с уменьшением  $\alpha$  характеристики приближаются к уровню тока насыщения. Насыщение тока наступает тем раньше, чем меньше температура зонда.

Началом насыщения будем условно считать крайнюю правую точку кривой  $\alpha = 0,001$ . Для этой точки при расчете  $i_-/i_+ = 0$ . Потенциал зонда  $\psi_p^*$ , при котором достигается насыщение тока, в зависимости от  $T_p$  представлен на рис. 3 (кривая 1). Можно приближенно написать, что он связан с температурой  $T_p$  соотношением  $\psi_p^* \approx 10T_p + 1$ . При таком потенциале и достаточно малых  $\alpha$  ток на зонд близок к теоретическому току насыщения. Отметим, что потенциал  $\psi_p^*$  практически не зависит от  $Re$  в диапазоне, когда приемлемо настоящее исследование  $Re \leq 0,4$ . Указанную выше процедуру можно повторить и для модели газа упругих сфер. Изменение модели также не влияет на значение  $\psi_p^*$ .

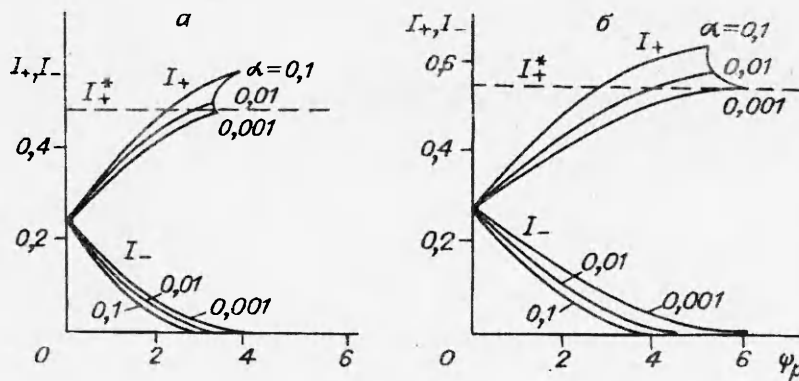


Рис. 2

Для замороженной температуры электронов во внутренней квазинейтральной области можно найти

$$\psi = \ln \frac{1+T}{2} + \frac{I_-(T-1)}{I_+ + I_-} + \frac{A_2 I_- - 2bI_+}{(I_+ + I_-)2b} \ln \left( \frac{A_2}{2} - bT \right).$$

Действуя так же, как описано выше, получим аналог уравнения (3.2):

$$(3.3) \quad F'' = \frac{F^3}{2T_s} + \zeta \frac{F}{T_s} + \frac{\lambda_1}{T_s} + \left( \frac{1}{T_s} - 1 \right) FF'$$

$$(\lambda_1 = (I_+ - T_s I_-)/(I_+ + I_-), T_s = A_2/2b).$$

Граничное условие на поверхности зонда для уравнения (3.3) не изменяется, а при  $\zeta \rightarrow \infty$   $F \rightarrow -\lambda_1/\zeta$ .

Рассчитанные характеристики при тех же значениях параметров, что и для рис. 2, приведены на рис. 4. В отличие от случая равновесной температуры электронов, когда зондовые характеристики симметричны относительно оси ординат, для замороженной температуры электронов характеристики существенно несимметричны. При потенциале зонда, равном потенциалу плазмы  $\psi_p = 0$ , безразмерный электронный ток оказывается больше безразмерного ионного тока. Равенство их имеет место при некотором положительном потенциале  $\psi_0$  (размерный потенциал отрицательный).

Потенциал  $\psi_0$  тем больше, чем меньше  $T_p$ , а при фиксированной температуре  $T_p$ , чем меньше  $\alpha$ . Зависимости  $\psi_0$  от  $T_p$  для различных  $\alpha$  приведены на рис. 3. Кривые 4—6 отвечают  $\alpha = 0,001; 0,01; 0,1$ . Потенциал  $\psi_p^*$ , при котором достигается насыщение, удобнее отсчитывать от  $\psi_0$ . Температурные зависимости потенциала  $\psi_p^*$ , отсчитанные по абсолютной величине от  $\psi_0$ , приведены на рис. 3. Кривая 2 соответствует насыщению ионного тока, а 3 — насыщению электронного тока. Насыщение электронного тока по сравнению с ионным, как видно, происходит при меньшем потенциале.

4. Используем полученные результаты для объяснения некоторых экспериментальных результатов при зондовых измерениях в плазме пламени.

Экспериментальная характеристика цилиндрического зонда, снятая в пламени с присадкой натрия, приведена в [3], где было определено, что потенциал плазмы относительно корпуса горелки составляет 0,5 В. Как следует из результатов настоящей работы, найденный потенциал

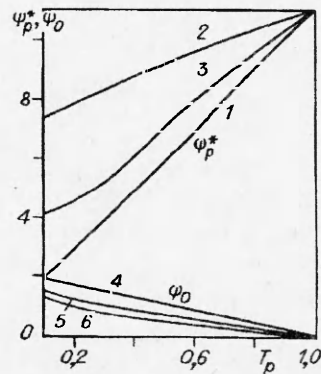
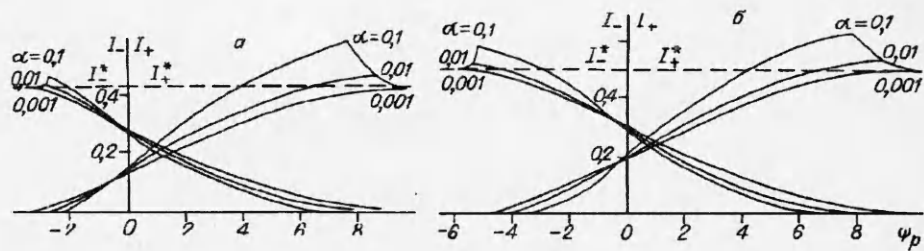


Рис. 3



Р и с. 4

плазмы является таковым в случае равновесной температуры электронов; если же она заморожена, то это не потенциал плазмы, а некоторый потенциал, который в безразмерном виде обозначен, как  $\psi_0$  в предыдущем разделе. Однако в рассматриваемом эксперименте все же реализуется равновесный случай.

Безразмерные потенциалы зонда относительно  $\psi_0$ , при которых токи достигают насыщения, составляли в [3]  $\psi_p^* = 5$  для ионного и  $\psi_p^* = 7,5$  для электронного токов. Эти меньшие, чем дает теория [3] для изотермической плазмы, значения вполне объяснимы в рамках данной работы. Более внимательное рассмотрение приведенной в [3] характеристики показывает, что насыщение электронного тока, можно считать, также наступает при  $\psi_p^* = 5$ , т.е. при приблизительно одинаковых значениях потенциала, что соответствует случаю равновесной температуры электронов. При температуре потока  $T_\infty^0 = 2400$  К насыщение тока при  $\psi_p^* = 5$  имеет место при температуре зонда  $T_p^n = 950$  К. Температура зонда в эксперименте [3] специально не измерялась, но это значение вполне приемлемо и согласуется с результатами работ, где температура измерялась [6].

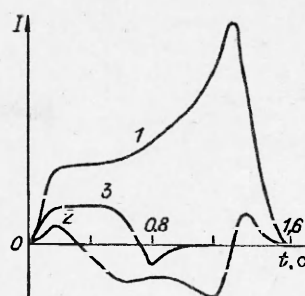
В эксперименте [3] было отмечено, что отношение электронного и ионного токов насыщения значительно меньше предсказываемого теорией, и сделано предположение, что это объясняется образованием отрицательных ионов, коэффициент диффузии которых существенно меньше, чем электронов, и одного порядка с коэффициентом диффузии положительных ионов. Основываясь на результатах настоящей работы, можно утверждать, что такое объяснение является единственно возможным, так как, если бы и имелся отрыв температуры электронов от температуры тяжелых частиц вблизи зонда, это не оказало бы влияния на отношение токов насыщения.

На рис. 5 приведены примеры записи тока на зонд с течением времени по мере разогрева зонда в пламени. Кривая 1 получена при потенциале зонда  $-12$  В относительно корпуса горелки. Как видно из рис. 5, после введения зонда в пламя ток, являющийся при этом потенциалом током положительных ионов, практически не изменяется до определенного момента времени, после чего резко возрастает. Такое поведение тока хорошо известно [6]. Большой интерес представляет кривая 2, полученная при слабоотрицательном потенциале зонда относительно потенциала плазмы  $\varphi_p = -0,5$  В ( $\varphi_p = 0$  относительно корпуса горелки). Ход кривой имеет сложный характер, и, кажется, такая запись не приводилась в литературе.

С позиций настоящей работы ход кривой 2 можно объяснить следующим образом. Потенциал  $\varphi_p = -0,5$  В соответствует  $\psi_p = 2,5$ . При введении зонда, имеющего комнатную температуру  $T_p^n = 300$  К, в пламя с температурой около  $2400$  К насыщение тока должно наблюдаться для равновесной температуры электронов при  $\psi_p^* = 2,25$ . Таким образом, в первый момент времени после введения зонда его потенциал оказывается больше потенциала насыщения ионного тока. Следовательно, ток на зонд целиком определяется током положительных ионов. В дальнейшем по мере разогрева



зонда потенциал начала насыщения  $\psi_p^*$  смещается в сторону более высоких значений, и ток на зонд определяется током как положительно, так и отрицательно заряженных частиц, что приводит к постепенному уменьшению суммарного тока, так как относительный вклад отрицательных частиц в зондовый ток постепенно увеличивается. При этом нужно учесть, что определенное в [3] “эффективное” значение коэффициента диффузии отрицательно заряженных частиц приблизительно в 7 раз превышает коэффициент диффузии положительных ионов. Поэтому, хотя безразмерный ионный ток остается больше безразмерного электронного, вклад отрицательно заряженных частиц в суммарный размерный ток начинает преобладать, что обуславливает смену знака тока. Дальнейшее увеличение тока связано с началом термоэлектронной эмиссии.



Р и с. 5

Кривая 3 рис. 5 получена при тех же условиях, что и 2, но для зонда большей длины и толщины. Темп нагрева такого зонда более медленный.

В заключение заметим, что экспериментальная проверка соотношения между током насыщения и концентрацией заряженных частиц, проведенная в [2], показала, что имеет место некоторое превышение экспериментально определенного тока насыщения над теоретическим. Учет же неизотермичности плазмы, как видим, приводит к уменьшению теоретического тока насыщения и, казалось бы, к еще большему расхождению между теорией и экспериментом. Однако с увеличением  $Re$  заметна тенденция возрастания нормированного на изотермическое значение ионного тока насыщения, а в [5] установлено, что при  $Re \gg 1$  ток насыщения на охлаждаемый зонд даже несколько больше, чем на неохлаждаемый. Таким образом, следует ожидать, что учет неизотермичности плазмы существенно не повлияет на степень соответствия между теорией и экспериментом, расхождение между которыми, очевидно, можно объяснить совместным влиянием отрицательных ионов [12] и кинетики реакции ионизации—рекомбинации атомов и ионов присадки [13].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бенилов М.С., Тирский Г.А. О токах насыщения на зонд в плотной плазме // ПМТФ. — 1979. — № 6.
2. Егорова З.М., Кашеваров А.В., Цхай Н.С. Ионный ток насыщения на электрические зонды в потоках плазмы при малых числах Рейнольдса // ПМТФ. — 1990. — № 1.
3. Егорова З.М., Кашеваров А.В. О вольт-амперной характеристике цилиндрического зонда Ленгмюра в медленно движущейся плазме // ПМТФ. — 1993. — № 2.
4. Чепкис, Баум. Теория охлаждаемого сферического электростатического зонда в сплошной газовой среде // РТК. — 1971. — Т. 9, № 10.
5. Бенилов М.С., Рогов Б.В., Тирский Г.А. Теоретическое определение ионного тока насыщения на электрические зонды в дозвуковых потоках плазмы // ТВТ. — 1981. — Т. 19, № 5.
6. Бенилов М.С., Рогов Б.В., Тирский Г.А. Об ионном токе насыщения на электрический зонд в медленно движущейся плазме // ПМТФ. — 1982. — № 3.
7. Чан П., Тэлбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. — М.: Мир, 1978.
8. Бенилов М.С., Рогов Б.В., Соколова И.А., Тирский Г.А. Химически неравновесный многокомпонентный пограничный слой плазмы молекулярных газов со щелочной присадкой // ПМТФ. — 1986. — № 5.
9. Hodnett P.F. Slow compressible flow past a circular cylinder // Phys. Fluids. — 1968. — V. 11, N 8.
10. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. — М.: Мир, 1967.
11. Cohen I.M. Asymptotic theory of spherical electrostatic probes in slightly ionized, collision-dominated gas // Phys. Fluids. — 1963. — V. 6, N 10.

12. Бенилов М.С., Косов В.Ф., Рогов Б.В., Синельщиков В.А. Токи насыщения на электрические зонды в потоках химически реагирующей плазмы с различными сортами ионов // ТВТ. — 1987. — Т. 25, № 3.
13. Егорова З.М., Кашеваров А.В., Цхай Н.С. Об ионном токе насыщения на электрические зонды в плазме пламени со щелочной присадкой // ТВТ. — 1992. — Т. 30, № 3.

г. Жуковский

Поступила 8/IX 1993 г.

УДК 532.51+536.533

Т.А. Боднарь

### ТЕПЛОВОЙ ВЗРЫВ ВОСХОДЯЩЕГО ПОТОКА ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ

Теория теплового взрыва [1, 2] по своей сути сводится к установлению условий, при которых рассматриваемая среда с распределенными источниками тепла теряет тепловую устойчивость. Ниже эта традиция не нарушена, но вместе с тем имеется в виду, что тепловой взрыв является следствием и происходит через определенный промежуток времени после потери системой тепловой устойчивости. Промежуток времени, разделяющий поток жидкости от момента потери устойчивости до теплового взрыва, понимаемого в физическом смысле (самовоспламенение, детонация), может оказаться достаточно большим (например, больше времени прохождения определенного технологического цикла). Поэтому обращено внимание не только на потерю устойчивости, но и на скорость возрастания температуры.

1. Постановка задачи. В потоке несжимаемой жидкости, движущейся в осевом направлении между двумя цилиндрами с фиксированными радиусами  $r = r_i$ ,  $r = r_e$ , выделяется тепло за счет экзотермических реакций и вязкой диссипации. Вертикальность потока подчеркивает одномерность течения. Ставится задача определения условий, при которых повышение температуры жидкости за счет экзотермических реакций и вязкой диссипации приводит к потере устойчивости теплового состояния и тепловому взрыву.

Математическое описание теплового состояния движущегося с постоянной скоростью потока имеет вид [1—3]

$$(1.1) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] - v \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\nu}{c} \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \varphi(T);$$

$$(1.2) \quad \nu \rho \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\Delta p}{L} = 0,$$

где  $x$ ,  $r$  — цилиндрические координаты;  $t$  — время;  $T$  — температура;  $\kappa$  — температуропроводность;  $v$  — скорость потока;  $\nu$  — кинематическая вязкость;  $c$  — теплоемкость;  $\rho$  — плотность;  $\Delta p$  — перепад давления с учетом сил гравитации;  $L$  — длина канала;  $\varphi(T)$  — функция источника.

Принимается, что начальная температура жидкости  $T(x, r, t = 0) = T_0$ , а тепловыделение от экзотермических реакций подчиняется закону Аррениуса

$$\varphi(T) = \frac{Qz}{\rho c} \exp \left( -\frac{E}{RT} \right).$$