

ния метода утяжеляющих добавок для исследования легких сред при высоких давлениях.

Экспериментальные преимущества, получаемые при введении утяжеляющих примесей, очень значительны. Об этом можно судить на основании данных табл. 1 и по диаграмме давление — скорость (фиг. 1, *e*). На этой диаграмме нанесены адиабаты парафина, парафино-вольфрамовых смесей и кривые торможения железных ударников. Для получения информации о сжимаемости чистого парафина при давлении 800 кбар необходима скорость стального ударника в 8.6 км/сек, при использовании смеси с 66% W — 5.85 км/сек, при введении 84% вольфрама (объемное содержание $Q = 20\%$) — только 4.5 км/сек. Подобные скорости легко получаются на метательных устройствах простейших типов, описанных в [3-4].

Поступила 13 V 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Д р е м и н А. Н., К а р п у х и н И. А. Метод определения ударных адиабат для дисперсных веществ. ПМТФ, 1960, № 3.
2. Н и к о л а е в с к и й В. Н. Гидродинамический анализ ударных адиабат гетерогенных смесей веществ. ПМТФ, 1969, № 3.
3. А л ь т ш у л е р Л. В. Применение ударных волн в физике высоких давлений. Усп. физ. н., 1965, т. 85, вып. 2.
4. Динамические исследования твердых тел при высоких давлениях. М., «Мир», 1965.
5. К р у п н и к о в К. К., Б р а ж н и к М. И., К р у п н и к о в а В. П. Ударное сжатие пористого вольфрама. ЖЭТФ, 1962, т. 42, вып. 3.

УДК 539.3

КРИВАЯ СЖАТИЯ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТА

С. Т. Милейко, А. А. Хвостунков

(Москва)

Приводятся результаты экспериментального исследования однонаправленного волокнистого композита при сжатии в направлении армирования. Обнаружены две формы потери устойчивости: обычная изгибная и сдвиговая, которая имеет место при сравнительно малых гибкостях образца.

1. Экспериментальное определение механических свойств материалов при сжатии имеет ряд особенностей, затрудняющих иногда получение надежных результатов. Прежде всего, сравнительно короткая рабочая длина образца делает напряженное состояние далеким от однородного, а измерение перемещений менее надежным, чем в случае растяжения. Увеличение рабочей длины приводит к выпучиванию образца. При сжатии волокнистых материалов могут появиться дополнительные особенности.

Во-первых, возможна потеря устойчивости системы армирующих волокон в матрице. В [1] энергетический критерий устойчивости применен к плоской модели композита — показано, что при малых концентрациях арматуры энергетически выгодным является такое выпучивание системы жестких армирующих плоскостей; что любые две соседние плоскости изгибаются в противофазе, на основное напряженное состояние матрицы накладывается растяжение — сжатие в направлении, перпендикулярном основному сжатию. С ростом процента армирования более выгодным становится выпучивание армирующей системы в одной фазе, при этом на основное состояние матрицы накладывается сдвиг. Практически тот же результат получен в [2] с помощью статического критерия. По-видимому, для обычных сочетаний компонент и величин объемных долей арматуры более характерной должна быть синфазная форма потери устойчивости. Для этого случая в [1, 2] получено выражение для критического напряжения в армирующем элементе

$$\sigma_{*'} = \frac{G_m}{v_f v_m} \quad (1.1)$$

где G — модуль сдвига, ν — объемная доля компоненты. (Здесь и ниже индекс f и один штрих относятся к арматуре, индекс m и два штриха — к матрице, величины без индексов и штрихов — осредненные, относятся к композиту в целом.)

Строгой экспериментальной проверки формулы (1.1), по-видимому, не делалось поскольку воссоздание в опыте модели и условий испытания, принятых в [1-2], затруднительно. Сопоставление экспериментальных данных [3] с формулой (1.1) неоправданно так как напряжения, даваемые ею, просто не могут быть реализованы на использованной в [3] арматуре. Условия испытания образцов алюминия, армированного нержавеющей проволокой, и форма потери устойчивости, наблюдавшаяся в [4], не вполне ясны, а интерпретация авторами их результатов в значительной мере произвольна.

Во-вторых, при сжатии имеет место рост начальных несовершенств арматуры [5], что приводит к уменьшению эффективного модуля упругости композита.

Основная идея, принятая в следующих ниже экспериментах, заключается в том, что образец в опытах на сжатие следует рассматривать как некоторую конструкцию. Но при изучении конструкции целесообразно варьировать какой-то конструктивный параметр, например гибкость в случае сжатого стержня. Такой путь, как будет показано ниже, приводит к естественному определению эффективной жесткости материала.

2. Несколько лет назад Ю. Н. Работновым была высказана идея о целесообразности определять касательный модуль материала при сжатии из экспериментов на устойчивость стержней. Действительно, эксперименты дают критические нагрузки, близкие к величинам, полученным по касательно-модульной формуле [6]. Следовательно, испытывая на сжатие при фиксированных условиях опирания стержни разной гибкости и определяя затем касательный модуль в функции от напряжения, можно путем интегрирования полученной зависимости восстановить кривую деформирования при сжатии. Степень соответствия этой кривой σ - ε истинной кривой сжатия будет той же, что и степень соответствия касательно-модульной нагрузки действительной критической нагрузке сжатого стержня. Но следует заметить, что во многих случаях использования характеристик сжатия материала требуется именно касательный модуль его, а численное дифференцирование экспериментальной зависимости σ - ε сопряжено, как правило, с большими погрешностями.

Итак, однородный (или квазиоднородный) стержень длиной l сжимается возрастающим напряжением σ . Потеря устойчивости стержня произойдет по Шенли при напряжении

$$\sigma_* = \left(\frac{\pi i}{\mu l} \right)^2 E_k \quad (E_k = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}) \quad (2.1)$$

Здесь i — минимальный радиус инерции сечения стержня, μ — коэффициент, зависящий от условий опирания стержня, E_k — касательный модуль материала стержня при напряжении σ_* .

В эксперименте сравнительно легко может быть реализована жесткая заделка стержня при его малых отклонениях от прямолинейного состояния — путем сжатия

d/l	σ_* , кг/мм ²	μ	$E_k \cdot 10^{-3}$, кг/мм ²
0,0281	14,2	0,495	7,26
0,0337	18,9	0,515	6,75
0,0421	24,3	—	5,56
0,0562	30,9	—	3,99
0,0843	35,3	—	1,65

между плоскопараллельными плитами образца с плоскими торцами, перпендикулярными его оси.

Действительно, в предварительных опытах сжимался таким образом прутки Д16Т диаметром $d = 16,84$ мм. Если принять модуль упругости $E = 7,1 \cdot 10^3$ кг/мм², то полученные в двух верхних строках таблицы значения μ можно считать соответствующими жесткой заделке ($\mu = 0,5$). В послед-

нем столбце этой таблицы определены значения касательного модуля E_k с учетом $\mu = 0,5$. По этим данным после интерполирования и интегрирования построена кривая сжатия (фиг. 1) испытанного дюралюминия, предел прочности при растяжении которого ~ 55 кг/мм². (Прочерки в таблице даны, поскольку в соответствующих строчках касательный модуль заведомо меньше упругого.)

3. Объектом исследования в данной работе является композит алюминий — нержавеющей проволока. В качестве матрицы использовалась фольга алюминия А5, хромо-никелевая проволока¹ арматуры имела диаметр 0,11 мм и предел прочности при

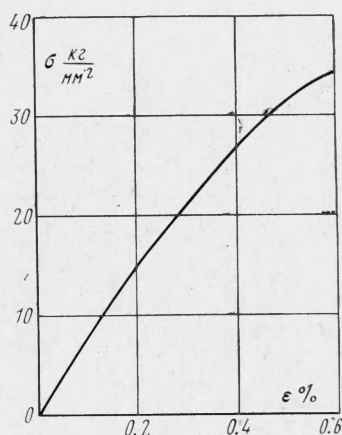
¹ Проволока получена в лаборатории Белорецкого металлургического комбината А. А. Клековкиным.

растяжении $\sim 240 \text{ кг/мм}^2$. Способ получения композита — диффузионная сварка в вакууме. Режим сварки — температура 525°C , давление 3 кг/мм^2 в течение 30 мин, вакуум порядка $5 \cdot 10^{-5} \text{ торр}$. После нагрева исходной проволоки по режиму сварки ее прочность падает незначительно и составляет $\sim 230 \text{ кг/мм}^2$. Заготовка под сварку получалась намоткой проволоки на слой фольги, причем при заданном проценте армирования v_f соотношения между диаметром проволоки, шагом и толщиной фольги выбирались так, чтобы получить равномерное, близкое к гексагональному распределение арматуры в поперечном сечении. Примеры полученных распределений проволоки в поперечном сечении композитов показаны на фиг. 2, а (для объемной доли $v_f = 0.095$) и фиг. 2, б ($v_f = 0.440$). Размеры получаемых после сварки карточек $2 \times 35 \times 100 \text{ мм}^3$.

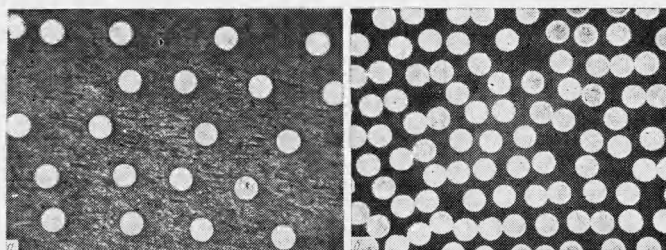
Образцы вырезались на электроискровом станке с последующей тщательной шлифовкой боковых поверхностей и торцов, чтобы обеспечить их взаимную перпендикулярность. Средний размер поперечного сечения образцов $2 \times 6 \text{ мм}^2$. Отношение l/h длины к толщине образцов варьировалось от 4 до 50. Образцы испытывались на машине ZD-40, скорость нагружения $\sim 2 \text{ кг/мм}^2 \cdot \text{сек}$.

4. Наблюдались три формы потери устойчивости. Обычная изгибная форма характерна для образцов с большой гибкостью (фиг. 3, а). С уменьшением гибкости характер потери устойчивости изменяется, образец прощелкивает с образованием ступеньки, в зоне которой происходит сдвиг в материале матрицы (фиг. 3, б). На еще более коротких образцах сдвиг локализуется в торце образца (фиг. 3, в).

Зависимость критического напряжения σ_* от параметра l/h , характеризующего гибкость образца, представлена на фиг. 4. Точки 1, 2, 3 на фиг. 4, а соответствуют объемным долям $v_f = 0, 0.095, 0.305$. Точки 4, 5, 6 на фиг. 4, б — объемным долям 0.058, 0.215, 0.440. Светлые точки относятся к изгибной форме потери устойчивости, темные — к сдвиговой, перечеркнутые — к сдвигу по торцам. Переход от изгибной формы к сдвиговой происходит при тем больших значениях l/h , чем меньше величина объемной доли v_f .



Фиг. 1

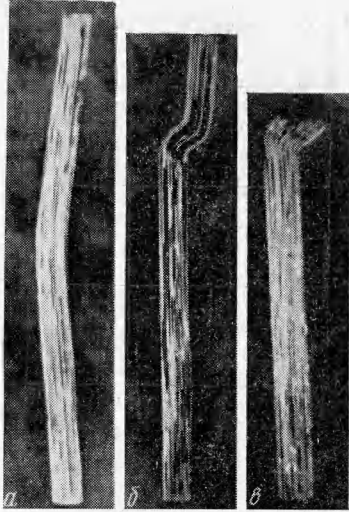


Фиг. 2

Рассмотрим сначала лишь те результаты, которые относятся к изгибной форме потери устойчивости. Полагая образец квазиоднородным, будем считать справедливой формулу (2.1). Примем также, что кривая деформирования композита на том участке, где нет еще локализованных зон типа показанных на фиг. 4, б и в, получается простым правилом смесей, т. е.

$$\sigma = \sigma' v_f + \sigma'' v_m \quad (4.1)$$

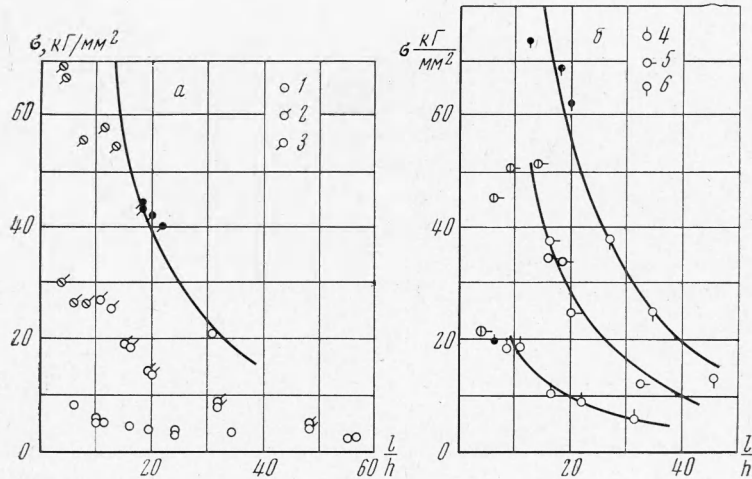
где σ' и σ'' — функции от деформации $\varepsilon = \varepsilon' = \varepsilon''$, характерные для волокна и матрицы при одноосном нагружении. Это означает, что здесь не принимается во внимание влияние нормальных напряжений в плоскостях, перпендикулярных к оси образца, которые имеют порядок квадрата разности коэффициентов Пуассона компонент [7], и пренебрегается влиянием арматуры на пластические свойства матрицы, отмеченным, напри-



Фиг. 3

формирования матрицы и композита, находим кривую сжатия проволоки (фиг. 5, кривая 3).

С помощью (4.1) теперь можно получить кривую сжатия композита с заданным содержанием арматуры. Знание кривой сжатия немедленно дает зависимость критического напряжения устойчивости от параметра l/h . Полученные расчетные кривые нанесены на фиг. 4 сплошными линиями. Как видно, экспериментальные точки для изгибной формы потери устойчивости хорошо совпадают с соответствующими расчетными кривыми.



Фиг. 4

5. Перейдем теперь к сдвиговой форме потери устойчивости. Форма образцов (фиг. 3, б) подсказывает здесь путь анализа. Рассмотрим, как это обычно делается, плоскую модель композита. Арматуру будем считать линейно упругой с модулем E_f , матрицу — идеально пластичной с пределом текучести σ_m . Определим энергию равномерного

¹ Заметим, что электронно-микроскопическое исследование композита Al-Fe в [4] не обнаруживает влияния армирования на дислокационную структуру деформированной алюминиевой матрицы.

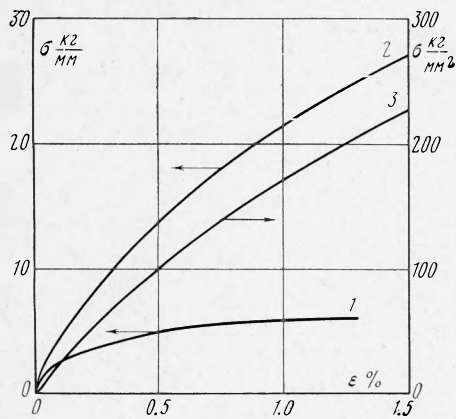
мер, $v^{[8]1}$. Первое допущение оправдано малостью получающейся поправки, что иллюстрируется вычислениями соответствующих модулей упругости. Второе допущение, по-видимому, не слишком огрубляет реальную картину, поскольку в данном случае в отличие от [8] диаметр армирующих волокон достаточно велик.

Используя теперь (2.1) и данные, приведенные на фиг. 3, построим зависимость E_k^{-1} от напряжения для матрицы. Модуль упругости матрицы (точка $\sigma = 0$) примем $E = 7.1 \cdot 10^3 \text{ кг/мм}^2$. Проинтегрировав

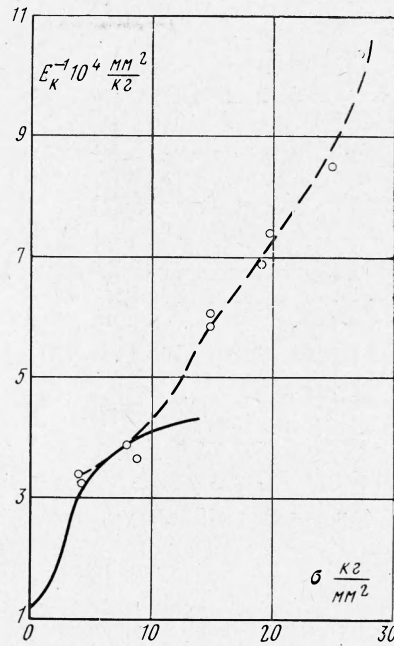
$$\frac{dE}{d\sigma} = E_k^{-1}(\sigma)$$

найдем кривую деформирования матрицы при сжатии (фиг. 5, кривая 1). Далее нанесем в тех же координатах $E_k^{-1} - \sigma$ экспериментальные точки для композита $v_f = 0.095$ (фиг. 6). Начальную часть кривой (сплошные линии) определим по (4.1), взяв полученную кривую сжатия матрицы и упругую проволоку с модулем $E = 2.1 \cdot 10^4 \text{ кг/мм}^2$. Начав с $\sigma = 8 \text{ кг/мм}^2$, проделаем операцию численного интегрирования и восстановим кривую сжатия композита. Она изображена на фиг. 5 (кривая 2)

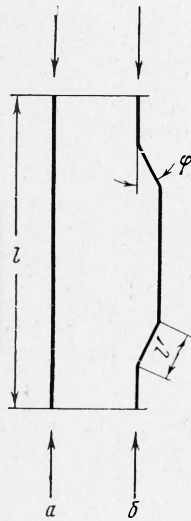
Применяя далее (4.1) к полученным кривым де-



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

осевого сжатия (фиг. 7, а). При достаточно больших средних напряжениях σ в композите ($\sigma \gg \sigma_m$) она будет на единицу площади поперечного сечения

$$U_1 = \frac{\sigma^2}{2E_f v_f} l \quad (5.1)$$

Предполагая возможной форму упругой линии образца типа показанной на фиг. 7, б с четырьмя пластическими шарнирами в арматуре и пластическими сдвигами $\gamma' = \varphi$ матрицы в прямолинейных участках композита длиной l' , с разгруженными вертикальными «звеньями» образца, запишем энергию этого состояния в виде

$$U_2 = \sigma_m \varphi v_m l' \quad (5.2)$$

В (5.2) не учтена работа локализованной деформации в пластических шарнирах.

Считая, что переход из первого состояния во второе происходит без изменения расстояния между торцами образца, имеем

$$l' = \frac{\sigma}{E_f v_f} \frac{l}{4 (\sin^{1/2} \varphi)^2}$$

и полагая $U_1 = U_2$, получаем критический угол сдвига

$$\varphi_* = 2 \frac{\sigma_m}{\sigma} v_m \quad (5.3)$$

Полученное выражение справедливо лишь при малых φ , оно показывает, что для каждого достаточно большого напряжения, определяемого внешней нагрузкой, существует наряду с основным прямолинейным состоянием еще и «изломанное» состояние с углом излома φ_* . Но при $\varphi < \varphi_*$ энергия изломанного состояния будет больше энергии прямолинейного состояния, т. е. для потери устойчивости по сдвиговой форме необходимо преодолеть некоторый потенциальный барьер. Иными словами, без толчка извне образец не может принять изломанную форму.

Таким толчком может быть рост начальных несовершенств образца. Пусть стержень имеет в исходном состоянии упругую линию в виде

$$y_0 = \frac{a_0}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{l} \right) \quad (5.4)$$

где a_0 — малый прогиб при $x = 1/2 l$.

Следуя обычной процедуре интегрирования уравнения продольного изгиба, легко приходим к зависимости функции дополнительного прогиба $y(x)$ от внешней нагрузки σ

$$y = \frac{a_0}{1 - \sigma/\sigma_*} \sin^2 \frac{\pi x}{l}$$

Здесь σ_* дается формулой (2.1). Пренебрегая далее начальной кривизной стержня, получаем, что при напряжении σ_{**} максимальный угол поворота стержня при $x = 1/4 l$, $x = 3/4 l$ оказывается равным критическому углу Φ_* для того же напряжения

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=1/4 l} = \pi \frac{a_0}{l} \frac{1}{1 - \sigma_{**}/\sigma_*} = \Phi_* = 2 \frac{\sigma_m}{\sigma_{**}} v_m$$

Стержень переходит в изломанное состояние при таком напряжении σ_{**} , что

$$\frac{\sigma_{**}}{\sigma_*} = \left[1 + \frac{\pi}{2} \frac{a_0}{h} \frac{h}{l} \frac{\sigma_*}{\sigma_m} \frac{1}{v_m} \right]^{-1} \quad (5.5)$$

Если принять величину начальной неправильности a_0/h постоянной для данной партии образцов, то отклонение зависимости критического напряжения σ_{**} от кривой, рассчитанной по изгибной форме, будет наибольшим в области малых величин l/h . С ростом v_f это отклонение будет также увеличиваться. Это находится в качественном соответствии с результатами опытов, приведенными на фиг. 3. Значение величины a_0/h , которое приводит к полученным в опыте величинам σ_{**}/σ_* , составляет ~ 0.05 ; вероятно, это не слишком отличается от реальных значений эффективной начальной неправильности.

Величины критических напряжений для изгибной и сдвиговой форм потери устойчивости совпадают в пределах разброса опытных данных, если отношение l/h достаточно велико. Поэтому действительная форма потери устойчивости может определяться особенностями эксперимента и, конечно, несоответствиями модели и реального материала. Например, если торцы сжимаемого образца зажаты в струбцинах, то жесткая заделка сохраняется при больших прогибах, и сдвиговая форма потери устойчивости развивается при больших l/h . Сдвиг в торцах образцов при сжатии является, по-видимому, искаженной конечным эффектом сдвиговой формой потери устойчивости.

Авторы благодарят В. П. Грязнова за большую помощь в подготовке образцов.

Поступила 12 II 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Rosen B. W. Mechanics of composites strengthening. Fiber Composite Mater., Ohio, Amer. Soc. Metals, 1965. (Рус. перев.: Волокнистые композиционные материалы. М., «Мир», 1967.)
2. Chung W.-Y., Testa R. B. The elastic stability of fibers in a composite plate. J. Composite Mater., 1969, vol. 3, No. 1.
3. Ferran E. M., Harris B. Compression strength of polyester resin reinforced with steel wires. J. Composite Mater., 1970, vol. 4, No. 1.
4. Pinnel M. R., Lawley A. Correlation of uniaxial yielding and substructure in aluminium — stainless steel composites. Metall. Trans., 1970, vol. 1, No. 5.
5. Макаров Б. П., Арутюнян Г. В. О влиянии случайных искривлений арматуры на физико-механические характеристики композитов. Тр. МЭИ, 1970, вып. 74.
6. Работнов Ю. Н. Сопротивление материалов. М., Физматгиз, 1962.
7. Hill R. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. J. Mech. Phys. Solids., 1963, vol. 11, No. 5.
8. Kelly A., Lilholt H. Stress-strain curve of a fibre — reinforced composite. Philos. Mag., 1969, vol. 20, No. 164.