ных молекул. При относительных энергиях столкновения, больших 9 ε_1, величина колебательной энергии, приобретаемой молекулой, может стать меньше, чем для невозбужденной молекулы. Как видно из фиг. 3,*в*, эффективность возбуждения последних при энергиях столкновения, превышающих 9 ε_1, несколько выше. Следует заметить, что при малых относительных энергиях столкновения ($\sim 0.1\ \varepsilon_1$) колебательно возбужденные молекулы теряют небольшую часть своей колебательной энергии. Однако во всех случаях величина потерь настолько мала, что не может быть показана в масштабе фигуры 3,*в*.

На основании данных фиг. 3,*в* можно сделать вывод, что в среднем для колебательно возбужденной молекулы в диапазоне энергий, представляющих интерес для практики, при столкновении имеет место лишь дополнительное возбуждение, а дезактивации не происходит. Поэтому колебательные степени свободы могут, по-видимому, быть только отрицательным источником теплового потока.

Сравнивая описанные выше результаты с имеющимися для столкновения молекул, можно отметить качественное их согласие. Так, например, согласно [2], вероятность диссоциации возбужденной молекулы чрезвычайно мала, даже если поступательная энергия сталкивающихся молекул больше энергии связи. Диссоциация осуществляется с верхних колебательных уровней, энергия которых близка к энергии диссоциации, причем поступательная энергия может в этом случае не отличаться от средней тепловой энергии.

В работах [3, 4] показано, что при столкновении молекул сечение для колебательного перехода на первый уровень становится порядка газокинетического (вероятность перехода становится близкой к единице) при энергиях столкновения, на порядок превышающих величину колебательного кванта.

В заключение автор благодарит Ю. Н. Беляева, принимавшего участие в проведении расчетов, и А. И. Осипова — за полезное обсуждение результатов.

Поступила 18 IV 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Л е о н а с В. Б. Об обмене энергией при столкновении частиц с твердой стенкой. ПМТФ, 1963, № 6, стр. 124.
2. С т у п о ч е н к о Е. В., О с и п о в А. И. О механизме термической диссоциации двухатомных молекул. Ж. физ. химии, 1958, т. 32, стр. 1673.
3. B a u e r E. Exitation of Molecular Vibration on Collision. J. Chem. Phys., 1958, vol. 29, p. 26.
4. S a l k o f f M., B a u e r E. Vibrational Relaxation Times in Oxygen. J. Chem. Phys., 1959, vol. 30, в. 1614.

ИЗОТРОПНЫЕ ПОПРАВКИ К МАКСВЕЛЛОВСКИМ ФУНКЦИЯМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ПЛАЗМЕ И СКОРОСТЬ ОБМЕНА ЭНЕРГИЕЙ

***Г. С. Бисноватый-Коган** (Москва)*

Изотропная поправка к электронной максвелловской функции распределения в двутемпературной полностью ионизованной плазме найдена в работе [1] путем непосредственного решения кинетического уравнения для электронов. В данной работе такая поправка находится методом Чепмена — Энскога [2], примененным к двутемпературной плазме [3]. Это позволяет найти поправки к функциям распределения и электронов и тяжелых частиц. Рассматривается случай частично ионизованной плазмы. Получено выражение скорости обмена энергией между электронами и тяжелыми частицами для произвольного закона взаимодействия с учетом первых поправок.

Представим изотропную часть функции распределения в виде

$$f_\alpha = f_\alpha^\circ (1 - F_\alpha) \tag{1}$$

Здесь f_α° — максвелловская функция распределения частиц сорта α, индекс $\alpha = 1, 2, 3$ соответственно для однозарядных ионов, электронов и нейтралов. Температура электронов T_2 отличается от температуры тяжелых частиц $T = T_1 = T_3$. Используя решение работы [3], получим систему уравнений для F_α

$$\sum_{\beta=1}^{3} J_{\alpha\beta}(f_\alpha^\circ f_\beta^\circ) = I_\alpha(F_\alpha) \quad (\alpha=1, 2, 3) \tag{2}$$

Интегралы $J_{\alpha\beta}$ и I_α определены в [3]. Система (2) решается в виде разложения в ряд по полиномам Сонина $S_{1/2}^{(p)}(x)$, определенным в [2]

$$F_\alpha = \sum_{r=2}^{\infty} g_{\alpha r} S_{1/2}^{(r)}(u_\alpha^2) \tag{3}$$

Здесь u_α — безразмерная скорость частицы в системе координат, движущейся с центром инерции смеси. Разложение начинается со второго полинома, чтобы поправки не меняли плотность n_α и температуру T_α. Оставляя в разложении (3) один полином, получим решение в виде

Здесь

$$g_{12} = \frac{\psi_{12}}{c_{22}^{11}}\theta_1, \qquad g_{22} = \frac{\psi_{22}}{c_{22}^{22}}, \qquad g_{32}\ \frac{\psi_{32}}{c_{22}^{33}}\theta_3$$

$$\theta_1 = \frac{1 - (\psi_{32}c_{22}^{13} / \psi_{12}c_{22}^{33})}{1 - [(c_{22}^{13})^2 / c_{22}^{11}c_{22}^{33}]}, \qquad \theta_3 = \frac{1 - (\psi_{12}c_{22}^{31} / \psi_{32}c_{22}^{11})}{1 - [(c_{22}^{13})^2 / c_{22}^{11}c_{22}^{33}]} \tag{4}$$

$$\psi_{12} = \frac{9}{2}\frac{n_1}{\tau_2}\frac{T_2 - T}{T_2}\frac{m_2^2}{m^2}, \qquad \psi_{32} = \frac{n_2 n_3}{n_2 + n_3}\frac{T_2 - T}{T}\frac{m_2^2}{m^2}\frac{1}{\tau_{23}}\left(z_1\frac{T}{T_2} - z_2\frac{T_2 - T}{T}\right)$$

$$\psi_{22} = -\frac{T_2 - T}{T_2}\frac{m_2}{m}\left[\frac{9}{2}\frac{n_1}{\tau_2} + \left(z_1 + \frac{m_2}{m}\frac{T_2 - T}{T_2}z_2\right)\frac{n_2 n_3}{n_2 + n_3}\frac{1}{\tau_{23}}\right] \tag{5}$$

$$c_{22}^{11} = \frac{3}{2}\frac{n_1}{\tau_1} + \frac{z_3}{\tau_{13}}\frac{n_1 n_3}{n_1 + n_3} + \frac{15}{2}\frac{n_1}{\tau_2}\frac{m_2}{m}, \qquad c_{22}^{12} = c_{22}^{32} = c_{22}^{21} = c_{22}^{23} = 0 \tag{6}$$

$$c_{22}^{13} = c_{22}^{31} = -\frac{z_4}{\tau_{13}}\frac{n_1 n_3}{n_1 + n_3} \qquad c_{22}^{33} = \frac{1}{2}\frac{n_3}{\tau_3} + \frac{z_3}{\tau_{13}}\frac{n_1 n_3}{n_1 + n_3} + \frac{z_7}{\tau_{23}}\frac{n_2 n_3}{n_2 + n_3}\frac{m_2}{m}$$

$$c_{22}^{22} = \frac{3\sqrt{2}}{4}\frac{n_2}{\tau_2} + 3\left(\frac{69}{16}\frac{T}{T_2} - \frac{17}{16}\right)\frac{n_1}{\tau_2}\frac{m_2}{m} + \left(z_5\frac{T}{T_2} - z_6\frac{T_2 - T}{T_2}\right)\frac{m_2}{m}\frac{n_2 n_3}{n_2 + n_3}\frac{1}{\tau_{23}}$$

$$\tau_1 = \frac{3\sqrt{m}\,(kT)^{3/2}}{4\sqrt{\pi}\lambda_1 e^4 n_1}, \qquad \tau_3 = \frac{1}{8\sqrt{\pi}\,\Omega^{(2,2)*}\sigma^2}\left(\frac{m}{kT}\right)^{1/2}\frac{1}{n_3}$$

$$\tau_2 = \frac{3\sqrt{m_2}\,(kT_2)^{3/2}}{4\sqrt{2\pi}\,\lambda_2 e^4 n_2}, \qquad \lambda_\alpha = \frac{1}{2}\ln\frac{k^3 T_\alpha^2 T T_2}{\pi e^6 (n_1 T + n_2 T_2)} \qquad (\alpha = 1, 2) \tag{7}$$

При этом масса ионов и нейтралов считается одинаковой $m = m_1 = m_3$, e — абсолютная величина заряда электрона, k — постоянная Больцмана. Взаимодействие между заряженными частицами является кулоновским, для взаимодействия между нейтралами принимался потенциал Ленарда — Джонса. Расчеты для этого потенциала и таблицы для $\Omega^{(2,2^*)}$ и σ имеются в [4]. Имеем также

$$\frac{z_1}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 16\left[\frac{5}{2}\Omega_{23}^{(1)}(1) - \Omega_{23}^{(1)}(2)\right], \quad \frac{z_2}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 16\,[2\Omega_{23}^{(1)}(2) - \Omega_{23}^{(2)}(2)]$$

$$\frac{z_3}{(n_1 + n_3)\tau_{13}} = 8\left[\frac{35}{32}\Omega_{13}^{(1)}(1) - \frac{5}{8}\Omega_{13}^{(1)}(2) + \frac{1}{8}\Omega_{13}^{(1)}(3) + \frac{1}{8}\Omega_{13}^{(2)}(3)\right]$$

$$\frac{z_4}{(n_1 + n_3)\tau_{13}} = 8\left[\frac{35}{32}\Omega_{13}^{(1)}(1) - \frac{5}{8}\Omega_{13}^{(1)}(2) + \frac{1}{8}\Omega_{13}^{(1)}(3) - \frac{1}{8}\Omega_{13}^{(2)}(3)\right] \tag{8}$$

$$\frac{z_6}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 16\left[\frac{75}{16}\Omega_{23}^{(1)}(1) - \frac{65}{8}\Omega_{23}^{(1)}(2) + \frac{15}{4}\Omega_{23}^{(1)}(3) - \frac{1}{2}\Omega_{23}^{(1)}(4)\right]$$

$$\frac{z_5}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 16\left[\frac{25}{4}\Omega_{23}^{(1)}(1) - 5\Omega_{23}^{(1)}(2) + \Omega_{23}^{(1)}(3)\right], \qquad \frac{z_7}{(n_2 + n_3)\tau_{23}} = 40\,\Omega_{23}^{(1)}(1)$$

Интегралы $\Omega_{\alpha\beta}^{(i)}(p)$ определены в [3]. В соотношениях (5) пренебрегалось величинами $\sim (m_2 / m)$ по сравнению с единицей, в соотношениях (6) пренебрегалось величинами $\sim (m_2 / m)^2$. Если взаимодействие между нейтральными и заряженными частицами принять максвелловским, то

$$\tau_{13} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{\varphi_1}\,(n_1 + n_3)}, \qquad \tau_{23} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{\varphi_2}\,(n_2 + n_3)}$$

$$z_1 = 0, \quad z_2 = 19.2, \quad z_3 = 5.35, \quad z_4 = 1.7, \quad z_5 = -z_6 = z_7 = 19.9 \tag{9}$$

Величины φ_1 и φ_2 оценены в [3]. Из (4) — (9) следует, что закон взаимодействия между электронами и нейтралами сильно влияет на величину и знак изотропных поправок. Используя определение скорости обмена энергией $Q_2 = - Q_1 - Q_3$, данное в [3], и соотношения (1) — (3), получим, учитывая первую поправку к изотропной функции распределения и пренебрегая величинами $\sim (m_2 / m)^3$

$$Q_2 = Q_{21} + Q_{23}$$

$$Q_{2\alpha}{}^1 = Q_{2\alpha}{}^0 + 16 \frac{m_2}{m} g_{22}kT \left\{\frac{5}{2} \Omega_{\alpha 2}{}^{(1)}(1) - \Omega_{\alpha 2}{}^{(1)}(2) - \right.$$
$$\left. - \frac{T_2 - T}{T} \left[\frac{15}{8} \Omega_{\alpha 2}{}^{(1)}(1) - \frac{5}{2} \Omega_{\alpha 2}^{(1)}(2) + \frac{1}{2} \Omega_{\alpha 2}{}^{(1)}(3)\right]\right\} n_2 n_\alpha \quad (\alpha = 1, 3) \tag{10}$$

Здесь $Q_{\alpha\beta}$ — скорость обмена энергией между частицами сорта α и β. Величина $Q_{\alpha\beta}{}^0$ вычисляется для разнотемпературных максвелловских распределений частиц α и β. Ее можно вычислить точно для произвольного значения m_α/m_β. Получаем

$$Q_{\alpha\beta}{}^0 = 16 n_\alpha n_\beta \frac{m_\alpha m_\beta}{(m_\alpha + m_\beta)^2} k (T_\alpha - T_\beta) \Omega_{\alpha\beta}{}^{(1)}(1) \tag{11}$$

Общее выражение для $\overset{\circ}{Q}_{\alpha\beta}$ получено в работе [5] в другом виде. Для модели упругих шаров результат работы [5] совпадает с (11). Для кулоновского взаимодействия (11) совпадает с результатом работы [6]. В случае полностью ионизованной плазмы из (10) и (11) имеем

$$Q_{21}{}^1 = \frac{3n_1 k (T_2 - T)}{\tau_2} \frac{m_2}{m} \left\{1 - \left[\frac{m_2}{m} \frac{T}{T_2} \frac{45}{4\sqrt{2}} \left(1 - \frac{1}{5} \frac{T_2}{T}\right) \frac{n_1}{n_2}\right]\right\} \times$$
$$\times \left\{\left[1 + \left(\frac{69}{4\sqrt{2}} \frac{T}{T_2} - \frac{17}{4\sqrt{2}}\right) \frac{n_1 m_2}{n_2 m}\right]\right\}^{-1} \tag{12}$$

Вычисление интегралов $\Omega_{\alpha\beta}^{(p)}(q)$ для кулоновского взаимодействия имеется в [2]. Для случая квазинейтральной плазмы выражение (12) хорошо совпадает с более точным результатом, полученным в [1]. Место сложной функции $\psi(x)$, определенной в [1], здесь занимает функция

$$\varphi(x) = \frac{1}{1 + (69/4\sqrt{2}\, x)}, \qquad x = \frac{mT_2}{m_2 T} \tag{13}$$

Разница между значениями функций $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ видна из таблицы, которая здесь приведена справа

$x =$ 10	20	30	40	100	∞
$\psi =$ 0.32	0.52	0.62	0.7	0.9	1
$\varphi =$ 0.45	0.63	0.71	0.77	0.9	1

Следует отметить, что в гидродинамическом приближении магнитное поле не влияет на изотропную поправку.

В случае кулоновского взаимодействия при $m_\alpha / m_\beta \ll 1$ выражение (11) переходит в формулу Ландау [7]. Результат работы [5] для кулоновского взаимодействия не совпадает с [6, 7]. На это было указано в работе [8], где для общего выражения скорости обмена энергией при разнотемпературных максвелловских распределениях получена приближенная оценка.

Поступила 8 XII 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Байков И. С., Рамазашвили Р. Р. О релаксации температуры заряженных частиц в плазме. Ж. техн. физ., 1963, т. 33, № 7, стр. 890.
2. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. Изд. иностр. лит., 1960.
3. Бисноватый-Коган Г. С. Перенос тепла и диффузия в частично ионизованной двутемпературной плазме. ПМТФ, 1964, № 3.
4. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. Изд. иностр. лит., 1961.
5. Desloge E. A. Energy exchange between gases at different temperatures. Phys. Fluids, 1962, vol. 5, No 10, p. 1223.
6. Коган В. И. О скорости выравнивания температур заряженных частиц в плазме. Сб. «Физ. плазмы и управляемые термоядерные реакции». 1958, т. 1, стр. 30.
7. Ландау Л. Д. Кинетическое уравнение в случае кулоновского взаимодействия. Ж. эксперим и теор. физ., 1937, т. 7, вып 2 стр. 203.
8. Гуров К. П. О времени релаксации в двутемпературной смеси классических газов. Ж. эксперим. и теор. физ., 1964, т. 46, № 5, стр. 1641.