

ОБ АНОМАЛЬНОМ ВЛИЯНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ГАЗА

Ю. Б. Лебедев

(Москва)

Известно, что охлаждение поверхности приводит к повышению, а ее нагревание к понижению устойчивости пограничного слоя газа [1, 2]. В более ранних работах рассматривались случаи постоянной температуры поверхности. В [3] исследование проведено при наличии градиента температуры вдоль поверхности. Показано, что неравномерность распределения температуры поверхности при условии сохранения суммарного теплового потока таким, как и при постоянной ее температуре, в существенной мере влияет на характеристики устойчивости пограничного слоя и может приводить к значительному смещению точки потери устойчивости как вверх, так и вниз по потоку.

В данной работе полученный на основе большого числа циклов численных расчетов для различных распределений температуры поверхности материал позволил выявить особо интересные случаи, в коренной степени меняющие представления о характере устойчивости температурных пограничных слоев. А именно: при определенных условиях возможно даже увеличение критических чисел Рейнольдса при нагревании поверхности и их уменьшение при ее охлаждении по сравнению с изотермическим случаем. Причем эти изменения критических чисел Рейнольдса и других характеристик устойчивости могут быть очень значительными.

О небольшом повышении устойчивости пограничного слоя на пластине с нагретой передней кромкой сообщалось в [4].

Постановка задачи. Рассматривается устойчивость плоского дозвукового ламинарного пограничного слоя с неравномерным распределением температуры поверхности. Как и в [3], предполагается, что характерная длина изменения температуры, которая соизмерима с размером поверхности L , много больше длины волны собственного возмущения (волны Толлмина — Шлихтинга) λ . Это дает возможность воспользоваться приближением плоскопараллельного пограничного слоя. В качестве математической модели принята система [3], состоящая из уравнений неразрывности, Навье — Стокса для двух компонент вектора скорости и уравнения энергии с соответствующими граничными условиями. Предполагается, что газ подчиняется уравнению состояния совершенного газа.

Температуру поверхности зададим в виде

$$(1) \quad \bar{T}_w = 1 + T_1(a + \xi^n),$$

где $\xi = x/L$ — безразмерная продольная координата; индексы e и w отвечают поверхности и внешнему потоку; $\bar{T}_w = T_w/T_e$.

В [3] полагалось $a = 0$, что соответствовало такому распределению температуры поверхности, при котором существуют автомодельные решения стационарного пограничного слоя, а в настоящей работе исследуется устойчивость неавтомодельных стационарных решений.

Линеаризуя исходную систему уравнений, получим уравнение, описывающее развитие малых возмущений в пограничном слое:

$$(2) \quad (u - c)(\varphi'' - \alpha^2 \psi^2 \varphi) - \varphi u'' - \frac{\gamma}{i\alpha \text{Re}} \left(\frac{\varphi^{IV}}{\psi} - 2\alpha^2 \psi \varphi'' + \alpha^4 \psi^3 \varphi \right) = \\ = \frac{1}{i\alpha \text{Re}} \left\{ \varphi''' \left[2 \left(\frac{\gamma}{\psi} \right)' - \chi \frac{\gamma}{\psi} \right] + \varphi'' \left[\left(\frac{\gamma'}{\psi} \right)' - 2\chi \left(\frac{\gamma}{\psi} \right)' - \frac{\gamma}{\psi} \chi' \right] - \right. \\ \left. - \alpha^2 \varphi' (\gamma \psi' + 2\psi \gamma') + \alpha^2 \psi \varphi \left[\chi (\gamma \chi - \gamma') + \gamma'' - \frac{\gamma}{\psi} \psi'' \right] \right\} + \chi \varphi' (u - c) - \chi \varphi u'.$$

Граничные условия:

$$(3) \quad \varphi = 0, \varphi' = 0 \quad (\eta = 0), \quad \varphi = 0, \varphi' = 0 \quad (\eta = \infty).$$

Здесь $\varphi(\eta)$ — амплитуда функции тока; α, c — волновое число и фазовая скорость возмущения; u — продольная составляющая скорости основного течения; Re — число Рейнольдса, построенное по толщине вытеснения;

ν — кинематическая вязкость; T, ρ — температура и плотность газа; $\psi = T/T_e$ — текущий температурный фактор; дифференцирование проводится по безразмерной координате $\eta = \left(\frac{u_e}{x\nu_e}\right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy$; штрих означает производную по этой координате; $\chi = \psi'/\psi$; $\gamma = \mu/\mu_e$.

Оператор в левой части равенства (3) имеет качественный вид линейного оператора Орра — Зоммерфельда, различие заключается лишь в том, что здесь в качестве множителя при ряде членов содержатся ψ и относительная вязкость. Оператор в правой части указанного равенства имеет значительно более громоздкий вид. Анализ показывает, что он в существенной мере зависит от распределения теплового потока как поперек, так и вдоль пограничного слоя.

Таким образом, исследование свелось к нахождению собственных значений краевой задачи (2), (3). Для ее решения надо определить коэффициенты в (2), которые содержат распределения скорости, температуры и вязкости по толщине пограничного слоя и их производные. Значит, нужно знать характеристики основного течения, которые можно найти из уравнений температурного пограничного слоя. Запишем эти уравнения в автомодельных переменных:

$$(4) \quad (Kf'')' + \frac{m+1}{2} ff'' + m(\psi - f'^2) = \Phi_1,$$

$$\frac{1}{\text{Pr}}(K\Theta')' + \frac{m+1}{2} f\Theta' + n(1-\Theta)f' \frac{\xi^n}{a+\xi^n} = \Phi_2.$$

Граничные условия:

$$(5) \quad f = 0, f' = 0, \Theta = 0 \quad (\eta = 0), \quad f' = 1, \Theta = 1 \quad (\eta = \infty).$$

Здесь $\Phi_1 = \xi \left(f' \frac{\partial f'}{\partial \xi} - f'' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right)$; $\Phi_2 = \xi \left(f' \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} - \Theta' \frac{\partial f}{\partial \xi} \right)$; $\Theta = \frac{T - T_w}{T_e - T_w}$; $m = \frac{\xi}{u_e} \frac{du_e}{d\xi}$; $f = \int_0^\eta \frac{u}{u_e} d\eta$; $K = \mu\rho/\mu_e\rho_e$; Pr — число Прандтля. Наличие функций Φ_1 и Φ_2 в (4) связано с неавтомодельностью решений уравнений пограничного слоя. В [3] $\Phi_1 = \Phi_2 = 0$.

Исследование проводилось численно на ЭВМ. Для линеаризованной краевой задачи использовался модернизированный метод ортогонализации. Стационарная задача решалась методом Келлера.

Результаты расчетов. В работе представлены лишь те результаты расчетов, которые иллюстрируют аномальное влияние температуры поверхности на характеристики устойчивости ламинарного пограничного слоя. На рис. 1—4 показаны кривые нейтральной устойчивости и коэффициенты пространственного нарастания возмущений α_i для фиксированных значений Re. Рис. 1—3 отвечают нагреванию поверхности, а 4 — ее охлаждению. На рис. 1—4 штриховые линии соответствуют изотермическому пограничному слою, когда температура поверхности равна температуре внешнего потока, 1 — неравномерному нагреву (охлаждению) поверхности по степенному закону (1), 2 — постоянной температуре поверхности, выбранной из условия равенства суммарных тепловых потоков в этом случае и для неравномерного распределения температуры поверхности (см. подробнее в [3]).

Рассмотрим вначале нагревание поверхности. На рис. 1 приведены данные расчета для следующих параметров закона изменения температуры поверхности: $T_1 = -0,5$, $n = 4$, $a = -1$, т. е. когда температура, убывая вниз по течению, более резко спадает к концу пластины. Сопоставляя кривые 1 и 2, видим, что такой отрицательный градиент температуры приводит к резкому повышению устойчивости пограничного слоя, сужению области неустойчивых частот и уменьшению коэффициентов пространственного нарастания возмущений. Так, минимальное значение

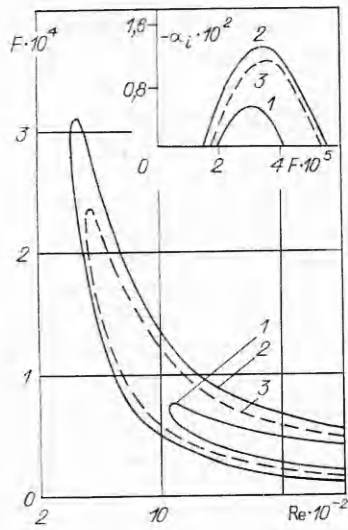


Рис. 1

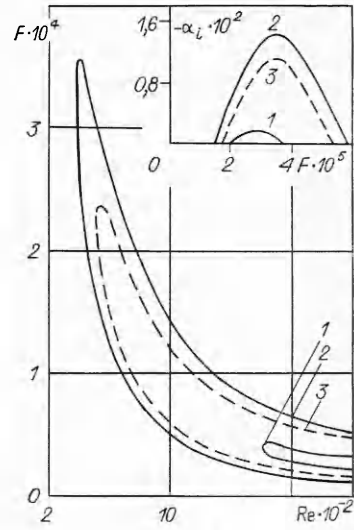


Рис. 2

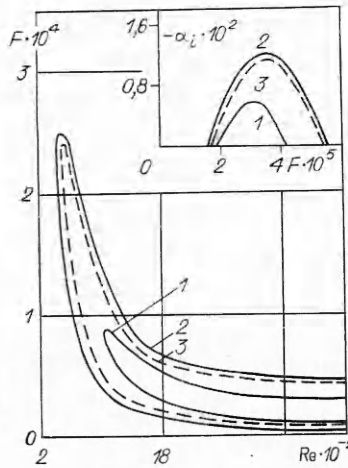


Рис. 3

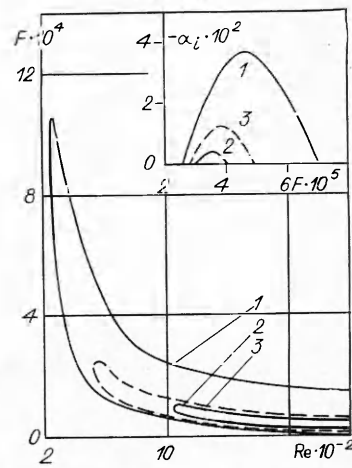


Рис. 4

критического Re_{\min} возрастает более чем в 5 раз, а максимальное значение $\alpha_{i\max}$ уменьшается приблизительно в 8 раз при выбранном $Re = 2 \cdot 10^3$. Такому возрастанию Re_{\min} соответствует приблизительно 28-кратное увеличение Re_{\min} , вычисленного по текущей длине $u_e l_{\min} / \nu_e$. Заметим, что кривым 2 отвечает $\bar{T}_w = 1,27$.

Еще более интересные выводы следуют из сопоставления кривых 1 и 3, отвечающих изотермическому пограничному слою. Видно, что нагревание поверхности приводит к необычному эффекту — повышению устойчивости пограничного слоя. При этом сужаются области неустойчивых частот и уменьшаются коэффициенты α_i . Так, полученному увеличению Re_{\min} отвечает возрастание длины l_{\min} приблизительно на порядок, $\alpha_{i\max}$ уменьшаются в 6 раз. На рис. 2 приведены аналогичные данные расчетов при линейном виде распределения температуры поверхности вдоль всей ее длины для $T_1 = -0,5$, $n = 1$, $a = -1$, а на рис. 3 — только на второй ее половине для $T_w = 1 + T_1(a + \xi^n)$, $T_1 = -0,25$, $n = 1$, $a = -1$. Все качественные особенности влияния градиента температуры поверхности на характеристики устойчивости остаются такими же, как и в первом случае (рис. 1), хотя проявляются несколько слабее. Например, при линейном уменьшении температуры поверхности по всей длине Re_{\min} увеличивается немногим более чем в 4 раза. Кривым 2 на рис. 2 отвечает $\bar{T}_w = 1,14$, а на рис. 3 — $\bar{T}_w = 1,012$.

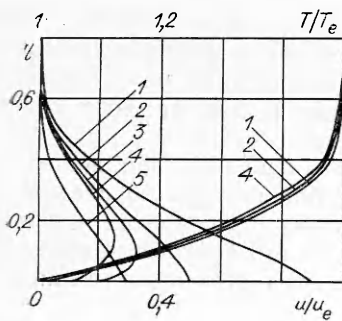


Рис. 5

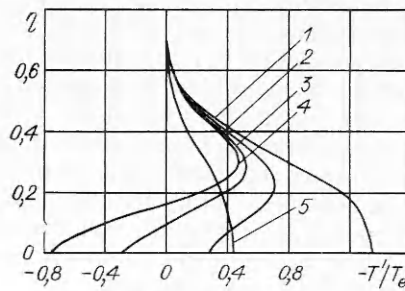


Рис. 6

Интересно сравнить данные, приведенные на рис. 2 и 3. Градиент температуры вдоль поверхности в обоих случаях одинаков, но, как уже отмечалось, во втором случае нагревается лишь вторая половина поверхности пластины, превышение ее максимальной температуры по сравнению с температурой внешнего потока в 2 раза ниже. Между тем, сопоставляя кривые нейтральной устойчивости I на обоих рисунках, убеждаемся, что они очень близки друг к другу, Re_{min} во втором случае лишь на 5% больше. Если принять во внимание, что суммарный тепловой поток во втором случае в 4 раза меньше, полученные данные имеют важное с точки зрения ламинаризации пограничного слоя значение. Они свидетельствуют о неэффективности нагревания начального участка поверхности, лежащего существенно выше по потоку от точки потери устойчивости.

Такой необычный эффект повышения устойчивости пограничного слоя при нагревании поверхности и наличии отрицательного градиента температуры вдоль нее имеет следующее физическое объяснение. На максимально нагретом участке поверхности ядро пограничного слоя сильно разогревается и вниз по течению его температура остается больше температуры поверхности. Это приводит к тому, что там тепловой поток направлен к поверхности, несмотря на то что ее температура здесь выше температуры внешнего течения. На рис. 5, 6 представлены результаты расчетов развития стационарного температурного пограничного слоя с неравномерным нагревом поверхности при линейном уменьшении температуры вдоль нее. На рис. 5 показаны безразмерные профили скорости и температуры в пограничном слое, а на рис. 6 — величина, пропорциональная изменению теплового потока поперек пограничного слоя. Расчеты выполнены для четырех различных сечений пограничного слоя. Кривые 1—4 отвечают $\xi = 0,1; 0,5; 0,7; 0,9$, 5 — равномерному нагреву поверхности при $\bar{T}_w = 1,14$. Из рис. 6 видно, что тепловой поток меняет свое направление уже при $\xi = 0,6$. Однако рассматриваемую ситуацию нельзя отождествить с «обычным» охлаждением поверхности, поскольку в указанной области температура поверхности всюду больше ее значения на внешней границе пограничного слоя.

Обратимся теперь к охлаждению поверхности, когда ее температура возрастает по длине, претерпевая более резкое изменение к концу пластины, т. е. $T_1 = 0,5$, $n = 4$, $a = -1$. Сравнивая кривые 1 и 2 на рис. 4 (кривым 2 отвечает температура поверхности $\bar{T}_w = 0,72$), убеждаемся, что выбранный положительный градиент температуры приводит к сильному понижению устойчивости пограничного слоя, расширению области неустойчивых частот и увеличению коэффициентов α_i . Так, Re_{min} уменьшается приблизительно в 4,2 раза, а α_{imax} возрастает почти в 9 раз. Такому уменьшению Re_{min} соответствует сокращение l_{min} приблизительно в 18 раз.

Сравнивая теперь кривые 1 с результатами расчетов для изотермического пограничного слоя (кривые 3), видим, что наблюдаются значительное уменьшение устойчивости течения, расширение области неустойчивых частот и увеличение коэффициентов нарастания. Так, l_{min} сокраща-

ется более чем в 4 раза, а $\alpha_{i\max}$ увеличивается приблизительно в 3 раза.

Аналогичные расчеты для других видов распределения температуры поверхности при ее охлаждении здесь не приводятся. Их результаты носят такой же качественный характер, как вышеприведенные, если градиент температуры положительный.

Установленный аномальный эффект понижения устойчивости ламинарного пограничного слоя на охлаждаемой поверхности обусловлен тем, что благодаря резкому понижению температуры ядра слоя на максимально охлаждаемом участке вниз по течению тепловой поток направлен от поверхности, несмотря на то что ее температура в этой области ниже температуры внешнего потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое.— Новосибирск: Наука, 1982.
2. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках.— Новосибирск: Наука, 1980.
3. Лебедев Ю. Б., Фомичев В. М. Влияние неравномерности распределения температуры поверхности на устойчивость ламинарного пограничного слоя // ПМТФ.— 1987.— № 2.
4. Казаков А. В., Коган М. Н., Купарев В. А. Об устойчивости дозвукового пограничного слоя при нагреве пластины вблизи передней кромки // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 3.

Поступила 15/XII 1986 г.

УДК 533.526+536.24

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С УЧЕТОМ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА

В. И. Зинченко, О. П. Федорова
(Томск)

В работе рассматривается решение задачи о прогреве конуса, затупленного по сфере, при обтекании химически равновесным либо сверхзвуковым потоком воздуха с учетом взаимного влияния процессов в газовой и твердой фазах, т. е. сопряженной постановки задачи. Использование отдельной постановки задачи, связанное с заданием коэффициента теплоотдачи α из газовой фазы для расчета уравнения теплопроводности в теле, затруднительно, так как отсутствуют надежные данные для α при пространственном обтекании неизотермических поверхностей.

1. Согласно [1, 2], характеристики сопряженного теплообмена будем отыскивать из решения системы уравнений пространственного пограничного слоя и нестационарного уравнения теплопроводности в оболочке тела с соответствующими граничными и начальными условиями. Для модели совершенного газа система уравнений ламинарного пространственного пограничного слоя приведена в [3]. Для диссоциированного воздуха в предположении обинаренной смеси легко показать, что концентрации элементов для неразрушающейся стенки постоянны в пограничном слое и равны своим значениям в набегающем потоке. Расчет равновесного состава можно провести автономно и коэффициенты переноса и молекулярного веса смеси аппроксимировать как функции p и T либо p и h [4], а затем использовать при интегрировании системы уравнений пограничного слоя.

В общем случае многокомпонентной диффузии элементный состав меняется в пограничном слое [5], это следует учитывать при решении конкретных задач. Для диссоциированной воздушной смеси при получении потоковых величин допущение о неизменности элементного состава в пограничном слое может быть использовано с достаточной степенью точности.