УДК 550.388.2; 554.510.535

Анализ зависимости динамических свойств адаптивной оптической системы от характеристик гибкого зеркала и способа воздействия на него

В.В. Лавринов, Л.Н. Лавринова*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН 634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 22.01.2018 г.

Временное разрешение адаптивной оптической системы зависит от динамических характеристик гибкого зеркала и способа воздействия на него в точках приложения напряжений. При построении прогноза искажений оптического сигнала должны учитываться оба этих фактора с целью действенного управления зеркалом. Представлены результаты исследований динамических свойств адаптивной оптической системы в зависимости от временной трансформации управляющих зеркалом напряжений. Получена формула, характеризующая зависимость долгосрочности прогноза фазовых искажений светового поля на входной апертуре системы от способа подачи напряжений на управляющие элементы зеркала и от его динамических характеристик.

Ключевые слова: система адаптивной оптики, фазовые флуктуации светового поля, гибкое зеркало, управляющие напряжения; adaptive optics system, phase fluctuations of the light field, deformable mirror, control voltages.

Введение

Адаптивная оптическая система, обладающая конечным быстродействием, для эффективной коррекции турбулентных искажений оптического излучения должна включать в себя оптимальный алгоритм управления корректирующим зеркалом [1, 2]. Большинство разрабатываемых на данный момент методов управления адаптивными оптическими системами используют алгоритмы прогнозирования изменения измеряемого волнового фронта или локальных наклонов волнового фронта для улучшения динамических характеристик системы в целом. Существует целый ряд подходов прогнозирования: авторы работы [3] используют нейронные сети для прогнозирования координат центроидов, различные методы линейного зонального прогноза используются авторами [4]. В адаптивной оптической системе для телескопа «Джемини юг» (Южная обсерватория Джемини, г. Ла Серена, Чили) для улучшения ее динамических характеристик используется прогноз на основе фильтра Калмана [5].

Для адаптивной системы, предназначенной для работы на Большом солнечном вакуумном телескопе (БСВТ, пос. Листвянка), разработан статистически оптимальный алгоритм управления [6, 7], в основе которого лежит использование управляющих воздействий на зеркало, прогнозируемых в условиях временного запаздывания системы, обусловленного техническими особенностями зеркала, и с учетом пространственных изменений турбулентных искажений за время запаздывания. И то и другое позволяет говорить о системе адаптивной оптики как динамической системе.

Динамические свойства адаптивной оптической системы предполагают, что объектом рассмотрения являются турбулентные искажения оптического излучения или фазовые флуктуации светового поля, эволюция которых описывается тремя характерными пространственными изменениями. Данные изменения обусловлены, во-первых, объемным ветровым переносом «замороженной» турбулентности, во-вторых, изменениями неоднородностей турбулентности в объеме движения и, в-третьих, статическими или медленно эволюционирующими аберрациями телескопа [8]. Искажения, создаваемые собственными колебаниями измерительной системы, нивелируются применением дифференциального подхода [9] к измерениям датчика волнового фронта Шака-Гартмана, регистрирующего фазовые флуктуации светового поля [10, 11]. Модель эволюции фазовых флуктуаций обусловлена флуктуациями параметров светового поля, распространяющегося в атмосфере [1, 12], представляет трансформацию турбулентных неоднородностей во времени и характеризуется скоростью ветрового переноса турбулентных неоднородностей, а также изменениями неоднородностей турбулентности в объеме движения [13].

С другой стороны, временное разрешение адаптивной оптической системы во многом определяется свойствами корректирующего зеркала. Каж-

^{*} Виталий Валериевич Лавринов (lvv@iao.ru); Лидия Николаевна Лавринова (lnl@iao.ru).

дое зеркало уникально из-за неполной контролируемости его изготовления и закрепления на нем элементов управления, характеризуется индивидуальной жесткостью, установить которую из интерференционных измерений практически невозможно. Вклад каждого элемента управления при формировании управляющих напряжений должен определяться методом наименьших квадратов ошибок рассогласования функций отклика, измеренных датчиком Шака—Гартмана, и функций отклика, описанных аналитически [14, 15].

Временная задержка является вторичной причиной динамических свойств системы, а первичной — динамические характеристики корректирующего зеркала, изменить которые невозможно, но можно учитывать при управлении зеркалом. Под временной трансформацией управляющих зеркалом напряжений понимается характер их изменения во времени.

Цель данной работы состоит в том, чтобы проанализировать зависимость обусловленных временной задержкой динамических свойств системы от динамических характеристик корректирующего зеркала и определить, как учет технических особенностей зеркала повлияет на решение проблемы быстродействия системы адаптивной оптики в предположении применения статистически оптимального алгоритма управления.

Для анализа динамических свойств адаптивной оптической системы в целом и динамических характеристик корректирующего зеркала в частности применялись численные модели распространения светового поля, эволюции фазовых флуктуаций светового поля на входной апертуре адаптивной оптической системы, датчика волнового фронта Шака—Гартмана и нескольких гибких зеркал.

Численные модели

Распространение светового поля в турбулентной атмосфере [1] описывается решением параболического уравнения квазиоптики относительно его комплексной амплитуды $E = \mathbf{E}(\mathbf{p}, z, t)$ [16]:

$$2i\kappa\frac{\partial E}{\partial z} = \Delta_{\perp}E + 2\kappa^2 \tilde{n}(x, y)E,$$
(1)

где *z* — направление распространения; $\kappa = 2\pi/\lambda$ волновое число, λ — длина волны; $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; $\rho = |\rho|, \ \rho = (x, y)$ — координаты поля в поперечном сечении оптического пучка. Поперечные координаты светового поля нормируются на начальный радиус пучка *a*₀, продольная координата — на дифракционную длину *Z*_d. В численных экспериментах дифракция не учитывается, анализируется компонента $\tilde{n}(x, y)$, которая представляет случайное поле коэффициентов показателя преломления в пределах инерционного интервала $l_0 \ll \rho \ll L_0$ и соответствует спектральной плотности фазовых флуктуаций светового поля [13]:

$$F_{S}(\mathbf{x}_{K,M}) = A(\alpha)r_{0}^{-5/3}(\mathbf{x}_{K,M}^{2} + \mathbf{x}_{0}^{2})^{-\alpha/2}\exp(\mathbf{x}_{K,M}^{2}/\mathbf{x}_{m}^{2}).$$
(2)

В основе выражения (2) лежит модель спектра фон Кармана [16]. $A(\alpha) = \frac{1,182}{\pi}\Gamma(\alpha - 1)\cos(\alpha\pi/2)$ константа, согласующая структурную постоянную C_n^2 для параметра, характеризующего расстояния между разнесенными точками, в степени $\alpha - 3$, $3 < \alpha < 5$; при этом $\alpha = 3,67$ является частным случаем закона «двух третей» Колмогорова— Обухова. Варьирование параметра α , характеризующего степень изменения структурной функции флуктуаций показателя преломления, моделирует изменение неоднородностей турбулентности в объеме движения; $\alpha_m = c(\alpha)/l_0$; $\alpha_0 = 2\pi/L_0$ — волновые числа, соответствующие внутреннему и внешнему масштабам турбулентности;

$$c(\alpha) = \{\pi A(\alpha) \Gamma(3/2 - \alpha/2)(1 - \alpha/3)\}^{1/(\alpha-5)};$$

 $\Gamma(r)$ — гамма-функция, распространяющая понятие факториала на дробные, отрицательные и комплексные значения аргумента r.

Распределение двумерного массива из коэффициентов Фурье для случайного поля фазовых флуктуаций вдоль входной апертуры адаптивной системы в момент времени t задается в виде [13]:

$$S_{K,M} = [F_S(\mathfrak{a}_{K,M})]^{1/2} \Delta \mathfrak{a} \exp(i\varphi_{\text{rand}}) \times \\ \times \exp(i\Delta \mathfrak{a} t[v_x K + v_y M]),$$
(3)

где $\mathfrak{x}_{K,M} = \Delta \mathfrak{x} \sqrt{(K^2 + M^2)}$; $\Delta \mathfrak{x}$ — шаг дискретизации по пространственной частоте; φ_{rand} — равномерно распределенная фаза Фурье-образа в интервале [0, 2π]; K, M — индексы, соответствующие узлам расчетной сетки: $\Delta \mathfrak{x} = 2\pi/(N_{grid} \cdot \Delta \rho)$, $\Delta \rho$ — расстояние между разнесенными точками с координатами $\rho = (x, y)$. Величина $v_x = |\mathbf{v}|$ отвечает за поперечный перенос неоднородностей, v_y невелика и ею можно пренебречь.

Динамические свойства системы адаптивной оптики означают, что система является запаздывающей, т.е. корректирующее зеркало отрабатывает фазовые искажения светового поля, пришедшие на входную апертуру адаптивной системы некоторое время назад. При этом зеркало воспроизводит фазовую поверхность с распределением двумерного массива $\tilde{S}_{K,M}$ в момент времени $t + \tau$, которое, согласно выражению (3), имеет следующий вид:

$$S_{K,M} = [F_{S}(\boldsymbol{x}_{K,M})]^{1/2} \Delta \boldsymbol{x} \exp(i\varphi_{\text{rand}}) \times \\ \times \exp(i\Delta\boldsymbol{x}(t+\tau)\boldsymbol{v}_{x}K) = [F_{S}(\boldsymbol{x}_{K,M})]^{1/2} \Delta \boldsymbol{x} \exp(i\varphi_{\text{rand}}) \times \\ \times \exp(i\Delta\boldsymbol{x}t\boldsymbol{v}_{x}K) \exp(i\Delta\boldsymbol{x}\tau\boldsymbol{v}_{x}K) = S_{K,M} \exp(i\Delta\boldsymbol{x}\tau\boldsymbol{v}_{x}K),$$
(4)

компонента $\exp(i\Delta \varkappa v_x K)$ представляет линейную составляющую в фазе Фурье-образа.

Анализ зависимости динамических свойств адаптивной оптической системы от характеристик гибкого зеркала... 571

Аналитическое представление функций отклика корректирующего зеркала

Основным элементом, влияющим на временное разрешение адаптивной оптической системы, т.е. на ее динамические свойства, является гибкое зеркало, корректирующее в оптическом излучении искажения, обусловленные атмосферной турбулентностью. В численной модели описание деформации поверхности гибкого зеркала базируется на условии, согласно которому поперечный прогиб зеркала $W(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, где \mathbf{r} – радиус-вектор точки приложения воздействия, \mathbf{r}' – радиус-вектор точки прогиба в результате воздействия, много меньше его толщины h, тогда зависимость между прогибом и приложенным к элементу управления напряжением линейна [17]. Компоненты приложенных напряжений u_j зависят от изгибной (цилиндрической) жесткости отражающей поверх-

ности зеркала [17, 18]: $b = \frac{E_y h_m^3}{12(1-v^2)}$ — константа,

где v — коэффициент Пуассона (отношение поперечного расширения к продольному сжатию); E_y модуль Юнга (упругости); h_m — толщина зеркала.

В численной модели гибкого зеркала, реализованной методом конечных элементов [17], на тонкую пластину оказывается воздействие одновременно на все элементы управления. Однако при управлении зеркалом подаваемые на элементы управления значения напряжений рассчитываются через функции отклика, каждая из которых представляет деформацию поверхности зеркала в результате приложения единичного напряжения u_0 к k-му элементу управления [18]; k-я функция отклика гибкого зеркала на единичное воздействие определяется уравнением [19]:

$$F_k(\mathbf{r}) = b^{-1} W(\mathbf{r}, \mathbf{r}') u_0, \tag{5}$$

где прогиб гибкого зеркала $W(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ для круглой пластины радиуса R_0 с произвольно расположенным на ее поверхности точечным источником воздействия является решением уравнения

$$\Delta^2 W(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \tag{6}$$

Уравнение (6) решается методом Грина, суть которого в том, что для функции Грина $g(\mathbf{r})$ решение уравнения $\Delta g(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r})$ имеет вид $g(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r}{r_0}$. Решение уравнения $\Delta^2 G(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r})$

выражается в виде $G(\mathbf{r}) = C_1 + C_2 r^2 + \frac{r^2}{8\pi} \ln \frac{r}{r_0}.$

С учетом граничных условий, т.е. закрепленного края гибкого зеркала, что выражается равенством нулю $W(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и $\frac{\partial W(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial r}$ при $|\mathbf{r}| = R_0$, статический прогиб $W(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ гибкой круглой пластины радиусом R_0 в результате единичного воздействия 572 Лавринов В.В в точке размещения элемента управления определяется следующим образом:

$$\frac{W(\mathbf{R}, \mathbf{R}')}{W_0} = (1 - R^2)(1 - R'^2) + 2\left|R^2 - R'^2\right| \ln\frac{|R - R'|}{RR'},$$
(7)

где координаты в плоскости зеркала нормированы на радиус зеркала: $\mathbf{R} = \mathbf{r}/R_0$ и $\mathbf{R}' = \mathbf{r}'/R_0$ – радиусвекторы точек прогиба и приложения воздействия соответственно; $W_0 = R_0^2/(16\pi)$ – нормирующий множитель. Вычисление прогиба зеркала $W(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ методом функции Грина по быстродействию, точности и простоте реализации превосходит метод конечных элементов, лежащий в основе численной модели гибкого зеркала [17].

Функция отклика является характеристикой любого адаптивного зеркала [20, 21]. В зависимости от длительности воздействия на элемент управления различают статические и динамические функции отклика [22].

Физический смысл динамической функции отклика $F_k(\mathbf{r},t) = b^{-1}W(\mathbf{r},\mathbf{r}',t)u_0$ заключается в том, что поверхность зеркала при подаче напряжения на элемент управления совершает колебательные движения, которые проявляются как осцилляции прогиба $W(\mathbf{r},\mathbf{r}',t)$ и, соответственно, параметров, регистрируемых видеокамерой датчика Шака—Гартмана.

Чтобы стабилизировать параметры, регистрируемые в плоскости видеокамеры, необходимо изменить характер подачи напряжения на элемент управления зеркалом, увеличивая его постепенно до максимального значения. Подача напряжения на каждый элемент управления должна формироваться в виде непрерывной монотонно возрастающей функции [17]:

$$f(\mathbf{r},t) = \begin{cases} 0, & t < t_1, \\ h(t)u_0, & t_1 \le t \le t_2, \\ u_0, & t \ge t_2, \end{cases}$$
(8)

где h(t) — заданная весовая функция. Тогда k-я функция отклика гибкого зеркала на единичное воздействие определяется следующим образом:

$$F_k(\mathbf{r},t) = b^{-1}W(\mathbf{r},\mathbf{r}',t)f(\mathbf{r},t).$$
(9)

Адаптивная коррекция турбулентных искажений оптического излучения с учетом динамических свойств системы

На основе численных экспериментов проводится анализ влияния динамических свойств системы на качество адаптивной коррекции турбулентных искажений, которое оценивается сравнением реконструированного волнового фронта с фазовой поверхностью зеркала.

Лавринов В.В., Лавринова Л.Н.

Сценарий численных экспериментов следующий: световое поле проходит турбулентный экран (3). Искажения волнового фронта регистрируются датчиком Шака—Гартмана в виде локальных наклонов, по которым аппроксимацией полиномами Цернике волновой фронт реконструируется. По этим же измерениям датчика и предварительно измеренным функциям отклика вычисляются напряжения, подаваемые на элементы управления зеркалом. Фазовая поверхность зеркала представляет комбинацию функций отклика, умноженных на вычисленные напряжения u_k [18]:

$$W(\mathbf{r},t) = \sum_{k=1}^{N_{\text{act}}} u_k F_k(\mathbf{r},t),$$
(10)

где $k = 1, 2, ..., N_{act}$; N_{act} — число элементов управления гибким зеркалом; $\mathbf{r} = (x, y)$ — координаты волнового фронта в поперечном сечении оптического излучения.

Условие подачи напряжения на элемент управления в виде монотонно возрастающей функции (9) решает проблему переходных процессов, возникающих при управлении адаптивным зеркалом, но приводит к увеличению времени задержки, снижая эффективность адаптивной коррекции турбулентных искажений светового поля при распространении оптического излучения в атмосфере [1, 2]. На рис. 1 представлены профили распределения фазовой поверхности зеркала для модели волнового фронта без задержки (кривая 2) и с задержкой, равной времени срабатывания системы $\tau_a = 0,001 \,\mathrm{c}$ [17] (кривая 1). Зеркало в контуре адаптивной оптики отрабатывает совершенно другие искажения, чем те, что присутствуют в данный момент в световом поле на входной апертуре системы. Распределения фазовых поверхностей зеркала на рис. 1-5 соответствуют распределениям волнового фронта на входной апертуре системы с параметром $\alpha = 3,67$.



Рис. 1. Профили распределения фазовой поверхности зеркала для модели волнового фронта с задержкой $\tau_a = 0,001$ с (кривая 1) и без задержки (кривая 2)

Существенная доля времени срабатывания τ_a системы адаптивной оптики, предназначенной для коррекции турбулентных искажений оптического излучения [10], приходится на время отработки зеркала, включающее в себя инерционность и переходные процессы механической конструкции конкретного зеркала. Фактически фазовая поверхность зеркала формируется из поверхности волнового фронта, приходящего на входную апертуру адаптивной системы с опозданием на величину τ_a , которая определяет временную задержку системы в целом и формирует долгосрочность прогноза τ .

Необходимым условием осуществления прогноза является то, что и время срабатывания τ_a , и длительность прогноза τ должны быть много меньше времени ветрового переноса «замороженной» турбулентности через оптический пучок, т.е. $\tau \ll \tau_0$. Время «замороженности» турбулентности выражается соотношением [23]:

$$\tau_0 = 0.31 r_0 / v_x, \tag{11}$$

где r_0 — радиус Фрида; v_x — поперечная составляющая скорости ветра. Поскольку речь идет о прогнозе, выполняемом на короткие интервалы времени, то следует говорить об опережающей коррекции, суть которой в опережающем формировании фазовой поверхности зеркала на основе измерений датчика Шака—Гартмана с учетом временных характеристик всех элементов системы адаптивной оптики [11].

Пусть скорость ветрового переноса «замороженной» турбулентности составляет 4 м/с и интенсивность турбулентных искажений соответствует радиусу Фрида $r_0 = 5$ см, тогда время «замороженности» турбулентности равно 0,003875 с. Искаженный волновой фронт регистрируется датчиком Шака— Гартмана с частотой 100 кадров в секунду, тогда время между кадрами равно T = 0,001 с [17]. Временная задержка варьируется от 0,0001 до 0,0004 с.

В таблице представлены результаты статистического анализа распределений модулируемого волнового фронта, его реконструкции и фазовой поверхности зеркала, вычисленные относительно среднего значения:

$$\sigma^{2} = \frac{1}{N_{\text{grid}} \cdot N_{\text{grid}} - 1} \times$$

$$\times \sum_{i=1}^{N_{\text{grid}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{grid}}} \left\langle \left[W(x_{i}, y_{j}, t) - \left\langle W(x_{i}, y_{j}, t) \right\rangle \right]^{2} \right\rangle$$
(12)

в зависимости от τ , где x_i , y_j – координаты расчетной сетки двумерного распределения фазовой поверхности, $i = 1, 2, ..., N_{\text{grid}}, j = 1, 2, ..., N_{\text{grid}}$.

С увеличением длительности временной задержки τ дисперсия фазовых отклонений модели волнового фронта от среднего значения фазы σ^2 растет медленнее, чем дисперсии σ^2 , вычисленные для результата реконструкции волнового фронта или фазовой поверхности зеркала.

Анализ зависимости динамических свойств адаптивной оптической системы от характеристик гибкого зеркала... 573

Результаты статистического анализа распределений волнового фронта (σ²)

| τ, c | 0,0 | 0,0001 | 0,0002 | 0,0003 | 0,0004 |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|
| Модель волнового фронта | 3,16056 | 3,62994 | 4,14415 | 4,67087 | 5,17762 |
| Результат реконструкции волнового фронта | 3,14205 | 3,92534 | 4,80895 | 5,7021 | 6,52452 |
| Фазовая поверхность зеркала | 2,32451 | 2,95612 | 3,79767 | 4,79823 | 5,86167 |

Статистический анализ фазовой поверхности зеркала $W(\mathbf{r}, t + \tau)$ в зависимости от величины временной задержки τ выполнен на основе сравнения с фазовой поверхностью зеркала в момент времени t + T. На рис. 2 представлены значения дисперсии в различные моменты времени для различных значений τ :

$$\sigma^{2} = \frac{1}{N_{\text{grid}} \cdot N_{\text{grid}} - 1} \times \sum_{i=1}^{N_{\text{grid}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{grid}}} \left\langle \left[W(x_{i}, y_{j}, t + \tau) - W(x_{i}, y_{j}, t + T) \right]^{2} \right\rangle. \quad (13)$$

Рис. 2. Результаты статистического анализа временной трансформации фазовой поверхности зеркала в зависимости от временной задержки: $1 - \tau = 0.0$; 2 - 0.0001; 3 - 0.0002; 4 - 0.0003 с

Очевидно, что с ростом временной задержки в контуре адаптивной системы ошибка воспроизведенной зеркалом фазовой поверхности возрастает. Изменение фазовой поверхности зеркала происходит в результате изменения напряжений, управляющих зеркалом. Таким образом, характер изменения управляющих зеркалом напряжений влияет на динамику корректирующего зеркала и, соответственно, на динамические свойства адаптивной системы в целом и в конечном итоге на эффективность адаптивной коррекции.

Исследование динамических свойств адаптивной системы

Для исследования динамических свойств адаптивной системы в зависимости от временной трансформации управляющих зеркалом напряжений зададим весовую функцию, которая включает в себя параметры гибкого зеркала, в данном случае изгибную жесткость отражающей поверхности зеркала, и меняется во времени следующим образом:

$$h(t) = 1 - \exp(-bt).$$
 (14)

На рис. З представлены четыре варианта функции h(t), которые в зависимости от значения изгибной жесткости пластины b формируют различные модели зеркала.



Рис. 3. Функции, описывающие временную трансформацию управляющих напряжений для моделей гибкого зеркала с различной изгибной жесткостью: 1 - b = 0,016; 2 - 0,032; 3 - 0,048; 4 - 0,064; шаг по времени t соответствует 0,001 с

Задание моделей зеркала с различной изгибной жесткостью предполагает формирование различных функций отклика для каждой из моделей. Весовая функция h(t) описывает закон, формирующий подачу напряжений на элементы управления зеркалом.

Чтобы проследить, как динамические свойства адаптивной системы связаны с временной трансформацией управляющих зеркалом напряжений, проведем численный эксперимент. Пусть управляющие напряжения задаются в виде

$$u_k(t) = u_k(t+T)h(t),$$
 (15)

где $k = 1, 2, ..., N_{act}; u_k(t + T)$ — напряжения, приложенные к элементам управления зеркалом в момент времени t + T.

Изгибная жесткость зеркала и способ подачи напряжения на управляющие элементы зеркала являются основными факторами, определяющими быстродействие и точность адаптивной коррекции. Соотношение этих факторов формирует величину временной задержки и долгосрочность прогноза τ . Формула (15) для параметра τ может быть записана как $u_k(t) = u_k(t+\tau)h(t)$. После умножения напряжений на функции отклика и суммирования имеем

$$\frac{\sum_{k=1}^{N_{\text{act}}} u_k(t) F_k(\mathbf{r}, t) - \sum_{k=1}^{N_{\text{act}}} u_k(t+\tau) F_k(\mathbf{r}, t)}{\sum_{k=1}^{N_{\text{act}}} u_k(t+\tau) F_k(\mathbf{r}, t)} = h(t) - 1.$$
(16)

Используя представление фазовой поверхности через функции отклика (10) и вклад временной задержки в распределение фазовой поверхности в виде экспоненты (4), получим выражение

$$\frac{1 - \exp(\tau)}{\exp(\tau)} \approx h(t) - 1$$

из которого следует формула, характеризующая зависимость долгосрочности прогноза τ от способа подачи напряжения на управляющие элементы зеркала и от изгибной жесткости зеркала:

$$\tau \approx \ln \frac{1}{h(t)}.$$
 (17)

Рассчитаем дисперсию разностей распределения фазовой поверхности зеркала, полученной в момент времени t + T, и распределения фазовой поверхности, получаемой с задержкой $t + \tau$. На рис. 4 представлены дисперсии, нормированные на максимальное значение σ^2 , в различные моменты времени в зависимости от динамических характеристик зеркала и временной задержки, полученные по формуле (13). Распределение фазовой поверхности зеркала $W(\mathbf{r}, t + T)$ рассчитывалось по напряжениям, заданным формулами (15).

В зависимости от модели зеркала (кривые 1-4) значительный разброс дисперсии наблюдается, когда напряжение, подаваемое на элементы управления зеркалом, монотонно возрастает. На рис. 4 данное утверждение соответствует области t < 100. В момент времени t = 100 независимо от временной задержки τ или от модели зеркала значение дисперсии минимально. Разброс дисперсии в зависимости от изгибной жесткости пластины минимален, когда напряжения, подаваемые на элементы управления, практически не меняются (t > 100). С заданием временной задержки дисперсия возрастает независимо от способа подачи напряжения на элементы управления управления зеркалом.

Из рис. 5 следует, что независимо от наличия временной задержки значения дисперсий, рассчитанных для модели зеркала с низкой изгибной жесткостью пластины, в области t < 100 значительно ниже значений дисперсий для модели зеркала с высокой изгибной жесткостью пластины, при этом в обоих случаях присутствует разброс дисперсии относительно временной задержки τ .

В области, где напряжения, подаваемые на элементы управления, принимают постоянные значения, дисперсия отличается несущественно для различных моделей зеркала. То есть влияние изгибной жесткости пластины на временную трансформацию управляющих напряжений незначительно (приблизительно 10%) при постоянном воздействии на элементы управления зеркалом. Временная трансформация управляющих напряжений возрастает до 50% с ростом изгибной жесткости гибкого зеркала в случае подачи напряжений на элементы управления в виде монотонно возрастающей функции.



Рис. 4. Дисперсия фазовой поверхности зеркала с напряжениями, вычисленными по формуле (15), относительно поверхности зеркала в момент времени t + T в зависимости от динамических характеристик зеркала и временной задержки $\tau = 0,0$ (*a*); 0,0002 с (*b*): 1 - b = 0,016; 2 - 0,032; 3 - 0,048; 4 - 0,064

Анализ зависимости динамических свойств адаптивной оптической системы от характеристик гибкого зеркала... 575



Рис. 5. Дисперсия фазовой поверхности зеркала с напряжениями, вычисленными по формуле (15), относительно поверхности зеркала в момент времени t + T в зависимости от динамических характеристик зеркала: b = 0,016 (*a*); 0,064 (6); $1 - \tau = 0,0; 2 - 0,0001; 3 - 0,0002$ с

Заключение

Временная трансформация управляющих зеркалом напряжений зависит от изгибной жесткости зеркала и от способа подачи напряжений на элементы управления зеркалом, позволяющего уменьшить время переходных процессов. Такой способ воздействия эффективен при определении функций отклика зеркала. На каждый элемент управления подается одно и то же единичное напряжение в виде монотонно возрастающей функции. Сопоставление измеренной функции отклика с ее аналитическим представлением определяет величину вклада каждого элемента управления при формировании управляющих напряжений. При управлении адаптивной коррекцией турбулентных искажений оптического излучения подача напряжения на элемент управления в виде монотонно возрастающей функции предполагает приблизительно те же временные затраты, что и переходные процессы в результате подачи максимального напряжения. Применение прогнозирующего алгоритма к управлению коррекцией турбулентных искажений оптического излучения [11], опираясь на знание долгосрочности прогноза τ, позволяет подавать максимальное напряжение на элементы управления зеркалом и пренебрегать развивающимися переходными процессами.

Численные исследования проведены на моделях нескольких гибких зеркал с различными динамическими характеристиками заданием разных способов воздействия на зеркало в точках их приложения, варьированием характерного времени задержки системы. В результате численных экспериментов выявлена функциональная зависимость долгосрочности прогноза фазовых искажений светового поля на входной апертуре системы от способа подачи напряжений на управляющие элементы зеркала и от его динамических характеристик.

- 1. *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
- 2. *Зуев В.Е., Лукин В.П.* Динамические характеристики оптических адаптивных систем // Appl. Opt. 1987. V. 26. P. 139–144.
- 3. Aitken G.J.M., Rossille D., McGaughey D.R. Predictability of fractional Brownian motion wave-front distortions and some implications for closed-loop adaptive optics control // Proc. SPIE. 1998. V. 3353. P. 1060–1069.
- McGuire P.C., Rhoadarmer T.A., Coy H.A., Angel J.R., Lloyd-Hart M. Linear zonal atmospheric prediction for adaptive optics // Proc. SPIE. 2000. V. 4007. P. 682– 691.
- 5. Sivo G., Juvénal R., Kulcsór C., Garrel V., Gigoux P., Raynaud H.-F., Marin E., Conan J.-M., Petit C., Rambold W., Montes V., Moreno C., Donahue J., Carrasco R., van Dam M., Neichel B., Leboulleux L., Trujillo C. Real-time implementation of an LQG tip-tilt controller for regular science observation on GeMS // Proc. SPIE. 2016. V. 9909. P. 99094Y.
- 6. Лавринов В.В., Копылов Е.А., Лукин В.П. Разработка эффективных алгоритмов управления адаптивными оптическими системами для астрономических приборов и лазерных оптоэлектронных систем // Сб. тр. V науч.-техн. конф. ОАО «ГСКБ "Алмаз-Антей"». 25–27 сентября, 2014. Москва. С. 476–483.
- 7. Lavrinov V.V. Statistically optimal control algorithm for the adaptive optics system // Abstr. Int. Conf. "Laser Opt. 2016". 27 June - 1 July, 2016. St. Petersburg, Russia. IEEE, 2016. P. R4-22.
- 8. Johnson L.C., Gavel D.T., Wiberg D.M. Bulk wind estimation and prediction for adaptive optics control systems // J. Opt. Soc. Am. A. 2011. V. 28, N 8. P. 1566–1577.
- 9. Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н., Лукин В.П. Дифференциальный метод в измерении параметров турбулентности и скорости ветра датчиком волнового фронта // Оптика атмосф. и океана. 2008. Т. 21, № 1. С. 75–80.
- 10. Антошкин Л.В., Копылов Е.А., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н. Анализ динамических характеристик

волнового фронта из измерений датчика Шака– Гартмана // Изв. вузов. Физ. 2010. Т. 53, № 9/3. С. 116–118.

- Лавринов В.В. Динамическое управление адаптивнооптической коррекцией турбулентных искажений лазерного излучения // Оптика атмосф. и океана. 2017. Т. 30, № 10. С. 893–901.
- 12. Больбасова Л.А., Лукин В.П. Аналитические модели высотной зависимости структурной постоянной показателя преломления турбулентной атмосферы для задач адаптивной оптики // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 918–933.
- 13. Антошкин Л.В., Лавринов В.В., Лавринова Л.Н. Численный анализ эволюции фазовых флуктуаций светового поля на входной апертуре адаптивной оптической системы // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 926–933.
- 14. Ягнятинский Д.А., Ляхов Д.М., Боршевников А.Н., Федосеев В.Н. Алгоритм управления адаптивной оптической системой на основе минимизации радиуса фокального пятна // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 11. С. 949–953; Yagnyatinsky D.A., Lyakhov D.M., Borshevnikov A.N., Fedoseyev V.N. A control algorithm for an adaptive optics system based on the focal spot radius minimization // Atmos. Ocean. Opt. 2017. V. 30, N 2. P. 198–202.
- Соболев А.С., Черезова Т.Ю., Кудряшов А.В. Аналитическая и численная модели гибкого биморфного зеркала // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18, № 3. С. 277–281.
- 16. Лукин В.П., Фортес Б.В. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 211 с.

- 17. Лавринова Л.Н., Лукин В.П. Адаптивная коррекция тепловых и турбулентных искажений лазерного излучения деформируемым зеркалом. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2008. 152 с.
- 18. Лавринов В.В., Лавринова Л.Н., Туев М.В. Численное исследование алгоритма вычисления напряжений, выполняющих управление гибким зеркалом, в зависимости от представления информации о волновом фронте // Оптика атмосф. и океана. 2014. Т. 27, № 10. С. 925–931.
- 19. Маракасов Д.А., Рычков Д.С. Расчет изгиба круглой тонкой пластины с защемленным краем // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 10. С. 863–867.
- 20. Копылов Е.А., Лукин В.П. Статистические характеристики биморфного зеркала DM2-100-31 и возможность его применения в адаптивной оптической схеме Большого солнечного вакуумного телескопа // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 12. С. 1111–1113.
- Рукосуев А.Л., Кудряшов А.В., Лылова А.Н., Самаркин В.В., Шелдакова Ю.В. Адаптивная оптическая система для коррекции волнового фронта в реальном времени // Оптика атмосф. и океана. 2015. Т. 28, № 2. С. 189–195; Rukosuev A.L., Kudryashov A.V., Lylova A.N., Samarkin V.V., Sheldakova Yu.V. Adaptive optics system for real-time wavefront correction // Atmos. Ocean. Opt. 2015. V. 28, N 4. P. 381–386.
- 22. Кудряшов А.В., Тихомиров В.А., Шмальгаузен В.И. Динамические функции отклика биморфного зеркала // Оптика атмосф. и океана. 1988. Т. 1, № 3. С. 61–65.
- 23. Шанин О.И. Адаптивные оптические системы коррекции наклонов. Резонансная адаптивная оптика. М.: Техносфера, 2013. 296 с.

V.V. Lavrinov, L.N. Lavrinova. Dynamic properties of an adaptive optics system versus parameters of the flexible mirror and the way of affecting the mirror.

The temporal resolution of an adaptive optics system depends on the dynamic characteristics of the flexible mirror and on the way the mirror is affected at the stress points. When constructing a prediction of optical signal distortion, both of these factors must be taken into account for effective mirror control. The results the study of the dynamic properties of the adaptive optics system as functions of the temporal transformation of the mirror stresses are presented.