

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Евдокимов, Н. Н. Бахман, А. Ф. Беляев. ФГВ, 1967, 3, 4, 505.
2. Н. Н. Бахман. ФГВ, 1968, 4, 1, 16.
3. Н. Н. Бахман, А. Ф. Беляев. Горение гетерогенных конденсированных систем. М.: Наука, 1967.
4. С. А. Цыганов, Н. Н. Бахман. ЖФХ, 1967, 51, 1360.

Поступила в редакцию 28/IV 1986

## ВЛИЯНИЕ ПЛАВЛЕНИЯ РЕАГЕНТОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ БЕЗГАЗОВЫХ СИСТЕМ

А. П. Алдушин, В. А. Вольперт, В. П. Филипенко

(Черноголовка)

Горение безгазовых систем, как правило, сопровождается плавлением одного или нескольких компонентов исходной смеси в волне прогрева. Это обусловлено большой экзотермичностью и соответственно высокими температурами горения большинства составов. Существует и другой, кинетический, фактор, отбирающий в число горючих конденсированных смесей прежде всего те из них, которые способны образовать большую реакционную поверхность посредством плавления и растекания одного из реагентов по частицам другого.

Влияние фазового перехода (ФП) на стационарную скорость распространения волны реакции проявляется лишь через температуру горения  $T_g$  и может быть легко учтено введением эффективной теплоемкости смеси. Искажение михельсоновского температурного профиля, связанное с ФП, не оказывается на стационарной скорости  $u$ . В частности,  $u$  не зависит от температуры плавления  $T_p$ . Однако теплофизическая установка перед зоной реакции во многом определяет нестационарное поведение фронта, поэтому эффект ФП в волне прогрева следует обязательно учитывать при оценке устойчивости горения. Проведенный ниже анализ устойчивости, выполненный в приближении бесконечно тонкой зоны реакции, предполагает, что ФП протекает в режиме Стефана, что заведомо выполняется, если исходные реагенты взять в стехиометрическом соотношении [1]. Во второй части работы приведены результаты численного моделирования нестационарного распространения плоского фронта безгазового горения при наличии ФП.

Процесс распространения фронта горения по плавящемуся в волне горения образцу описывается системой уравнений теплопроводности и кинетики

$$\rho c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + Q\rho\Phi(\eta, T), \quad (1)$$
$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \Phi(\eta, T).$$

Здесь  $x$  — пространственная координата вдоль оси образца;  $y, z$  — координаты в сечении образца;  $t$  — время;  $T$  — температура;  $\eta$  — глубина превращения;  $\rho$  и  $\lambda$  — плотность и коэффициент теплопроводности смеси, которые для простоты считаются постоянными;  $Q$  — тепловой эффект реакции;  $\Phi(\eta, T)$  — скорость реакции. Будем считать, что теплоемкость смеси имеет вид

$$c(T) = c_0 + L\delta(T - T_p), \quad (2)$$

где  $\delta$  — дельта-функция;  $L$ ,  $T_p$  — теплота и температура плавления;  $c_0$  — теплоемкость смеси при  $T \neq T_p$ .

Поскольку характерные размеры волны горения, как правило, много меньше длины образца, то уравнения (1) можно рассматривать при  $x$ , меняющемся от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Условия на бесконечностях:

$$x = -\infty: T = T_p, \quad \eta = 0; \quad x = +\infty: \partial T / \partial x = 0, \quad \eta = 1. \quad (3)$$

Геометрия сечения образца не оказывается на виде дисперсионного соотношения, получаемого при исследовании устойчивости стационарной одномерной волны горения, поэтому считаем, что  $-\infty < y, z < +\infty$ .

Предполагаем, что скорость реакции  $\Phi$  сильно зависит от температуры, что позволяет воспользоваться приближением Зельдовича — Франк-Каменецкого и считать зону реакции сосредоточенной на некоторой поверхности  $x = x(t, y, z)$ , на которой решения, полученные вне зоны реакции, должны сшиваться по определенным правилам.

### Стационарная волна горения

Для нахождения одномерной стационарной волны горения перейдем в (1) к координатам, связанным с фронтом волны  $\xi = x + ut$ . Волна горения является стационарным решением полученной при этом задачи, т. е.

$$\lambda T_{ct}'' - c(T) \rho u T_{ct}' + Q \rho \Phi(\eta_{ct}, T_{ct}) = 0, \quad (4)$$

$$-u\eta_{ct}' + \Phi(\eta_{ct}, T_{ct}) = 0. \quad (5)$$

При решении задачи (4), (5) должны быть найдены стационарные распределения температуры  $T_{ct}(\xi)$  и глубины превращения  $\eta_{ct}(\xi)$ , а также скорость распространения волны  $u$ . Штрих в (4) означает дифференцирование по  $\xi$ .

Поскольку система (4), (5) инвариантна относительно сдвигов по  $\xi$ , то можно считать, что зона реакции сосредоточена при  $\xi = 0$ , а зона плавления — при  $\xi = -l$ , причем величина  $l$  — расстояние между зонами реакции и плавления — должна быть найдена при решении задачи.

Вне зон реакции и плавления система (4), (5) должна решаться без источника  $\Phi$  и при  $c(T) = c_0$ :

$$\kappa T_{ct}'' - u T_{ct}' = 0, \quad u\eta_{ct}' = 0 \quad (6)$$

( $\kappa = \lambda/c_0\rho$  — коэффициент температуропроводности). Решениями (6) являются

$$T_{ct}(\xi) = b_1 + b_2 \exp(\xi u/\kappa), \quad \eta_{ct}(\xi) = b_3$$

со своими константами  $b_i$  в каждой из трех областей:  $\xi < -l$ ,  $-l < \xi < 0$ ,  $\xi > 0$ . Эти константы и величины  $u$  и  $l$  определяются из (3) и условий сшивки решений в зонах реакции и плавления:

$$\xi = 0: [T_{ct}] = 0, \quad \kappa [T_{ct}'] = q_2 u, \quad \kappa [T_{ct}''] = 2q_2 \int_0^{T_{ct}(0)} \Phi(T) dT, \quad (7)$$

$$\xi = -l: T_{ct} = T_{\Pi}, \quad \kappa [T_{ct}'] = -q_1 u, \quad (8)$$

где  $q_1 = L/c_0$ ;  $q_2 = Q/c_0$ , а квадратными скобками обозначен скачок функции в точке  $\xi$ :

$$[f] = f(\xi - 0) - f(\xi + 0).$$

Первое из условий (7) означает непрерывность температуры в зоне реакции, второе дает связь между разностью потоков тепла по обе стороны зоны реакции и количеством выделившегося в реакции тепла и может быть получено интегрированием по зоне реакции линейной комбинации уравнений (4) и (5). Третье условие получится, если рассмотреть уравнение теплопроводности (4) в зоне реакции, отбросить мало меняющийся там конвективный член, домножить на  $T_{ct}$  и проинтегрировать по зоне реакции. При этом для простоты предполагается, что реакция имеет нулевой порядок,  $\Phi(T)$  — температурная зависимость скорости реакции. Второе из условий (8) получается интегрированием (4) по зоне плавления с учетом (2).

В результате спшивки решений получим

$$\begin{aligned} \xi < -l: \quad T_{ct}(\xi) &= T_n + (T_p - T_n) \exp\{(\xi + l)u/\kappa\}, \quad \eta_{ct}(\xi) = 0, \\ -l < \xi < 0: \quad T_{ct}(\xi) &= T_p - q_2 + q_2 \exp(\xi u/\kappa), \quad \eta_{ct}(\xi) = 0, \\ \xi > 0: \quad T_{ct}(\xi) &= T_p = T_n + q_1 - q_1, \quad \eta_{ct}(\xi) = 1, \\ u^2 &= \frac{2\kappa}{q_2} \int_0^{T_p} \Phi(T) dT, \end{aligned}$$

а величина  $l$  находится из равенства

$$\exp(-lu/\kappa) = (T_p + q_1 - T_n)/q_2. \quad (9)$$

### Исследование устойчивости

При исследовании устойчивости стационарного режима горения к малым возмущениям считаем, что зона реакции сосредоточена при  $\xi = \delta_1(t, y, z)$ , где малое смещение положения стационарной зоны реакции задается в виде

$$\delta_1(t, y, z) = \varepsilon_1 \exp(\psi t + ik_1 y + ik_2 z).$$

Здесь  $\varepsilon_1$  — малая амплитуда;  $\psi$  — искомая частота возмущений;  $k_1, k_2$  — волновые числа. Зона плавления в нестационарной задаче расположена при  $\xi = -l + \delta_2(t, y, z)$ , и при исследовании устойчивости положим

$$\delta_2(t, y, z) = \varepsilon_2 \exp(\psi t + ik_1 y + ik_2 z),$$

$\varepsilon_2$  — малая амплитуда.

Как и при решении стационарной задачи, вне зон реакции и плавления нестационарные уравнения должны решаться без источников  $\Phi$  и с постоянной теплоемкостью  $c(T) \equiv c_0$ , и в системе координат, связанной с фронтом стационарной волны, они имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \kappa \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) - u \frac{\partial T}{\partial \xi}, \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -u \frac{\partial \eta}{\partial \xi}. \end{aligned} \quad (10)$$

Полученные в каждой из областей  $\xi < \delta_2 - l$ ,  $\delta_2 - l < \xi < \delta_1$ ,  $\xi > \delta_1$  решения должны спшиваться в зонах реакции и плавления.

Решения нестационарных уравнений (10) ищутся в виде суммы стационарных распределений и малых возмущений:

$$\begin{aligned} T(t, \xi, y, z) &= T_{ct}(\xi) + T(\xi) \exp(\psi t + ik_1 y + ik_2 z), \\ \eta(t, \xi, y, z) &= \eta_{ct}(\xi) + \tilde{\eta}(\xi) \exp(\psi t + ik_1 y + ik_2 z), \end{aligned} \quad (11)$$

откуда получаем, что малые возмущения  $T(\xi)$ ,  $\tilde{\eta}(\xi)$  удовлетворяют уравнениям

$$\kappa \tilde{T}'' - u \tilde{T}' - (\psi + \kappa k^2) \tilde{T} = 0, \quad (12)$$

$$u \tilde{\eta}' + \psi \tilde{\eta} = 0 \quad (k^2 = k_1^2 + k_2^2). \quad (13)$$

Отметим, что в случае произвольного сечения образца  $G$  функция  $\exp(ik_1 y + ik_2 z)$  заменяется всюду выше на собственную функцию оператора Лапласа в  $G$ , а  $k^2$  — на его собственное значение, и получаются те же уравнения (12), (13).

Условие полноты реагирования в зоне реакции позволяет утверждать, что  $\tilde{\eta} = 0$ . Выражение (12) имеет два линейно независимых решения:  $\exp(\mu_1 \xi)$  и  $\exp(\mu_2 \xi)$ , где  $\mu_1 = (1+a)u/2\kappa$ ,  $\mu_2 = (1-a)u/2\kappa$ ,  $a = \sqrt{1+4\Omega+s^2}$ ,  $\Omega = \psi\kappa/u^2$ ,  $s = 2k\kappa/u$ . Поскольку в дальнейшем нас будет интересовать случай  $\operatorname{Re} \Omega \geq 0$ , то  $\operatorname{Re} \mu_1 > 0$ ,  $\operatorname{Re} \mu_2 \leq 0$  и условия на

бесконечностях (3) позволяют выбрать в областях  $\xi < \delta_2 - l$  и  $\xi > \delta$ , по одной из экспонент. В результате имеем:

$$\begin{aligned}\xi < -l - \delta_2 & : \bar{T}(\xi) = c_1 \exp(\mu_1 \xi), \\ \delta_2 - l < \xi < \delta_1 & : \bar{T}(\xi) = c_2 \exp(\mu_1 \xi) + c_3 \exp(\mu_2 \xi), \\ \xi > \delta_1 & : \bar{T}(\xi) = c_4 \exp(\mu_2 \xi).\end{aligned}$$

Здесь  $c_i$  — неизвестные константы, связь между которыми дает условия сшивки нестационарных решений в зоне реакции

$$\begin{aligned}\xi = \delta_1: [T] = 0, \kappa [\partial T / \partial \xi] = q_2 (u - \partial \delta_1 / \partial t), \\ \kappa \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial \xi} \right)^2 \right] = 2q_2 \int_{T(t, \delta_1, y, z)}^T \Phi(t) dT\end{aligned}\quad (14)$$

и в зоне плавления

$$\xi = \delta_2 - l: T = T_n, \kappa [\partial T / \partial \xi] = -q_1 (u - \partial \delta_2 / \partial t), \quad (15)$$

которые получаются аналогично (7), (8).

Подстановка (11) в (14), (15) и линеаризация по  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  и  $c_i$  дают систему шести линейных однородных уравнений, которая может быть записана относительно безразмерных амплитуд

$$\tilde{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 u / \kappa, \quad \tilde{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 u / \kappa \cdot q_1 / q_2 \cdot \exp(\mu_1 l), \quad \tilde{c}_i = c_i / q_2$$

в виде

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}_1 + \tilde{c}_2 + \tilde{c}_3 &= \tilde{c}_4, \quad \tilde{\varepsilon}_1 + \tilde{c}_2 (1+a)/2 + (\tilde{c}_3 - \tilde{c}_4) (1-a)/2 = -\Omega \tilde{\varepsilon}_1, \\ \tilde{\varepsilon}_1 + \tilde{c}_2 (1+a)/2 + \tilde{c}_3 (1-a)/2 &= Z \tilde{c}_4, \quad (\theta - 1) \tilde{\varepsilon}_2 + \tilde{c}_1 = 0, \\ \theta \tilde{\varepsilon}_2 + \tilde{c}_2 + \tilde{c}_3 \exp(al_0) &= 0, \quad (\tilde{c}_1 - \tilde{c}_2) (1+a)/2 - \tilde{c}_3 (1-a) \exp(al_0)/2 = \\ &= (\Omega + 1) \tilde{\varepsilon}_2,\end{aligned}$$

где  $l_0 = lu / \kappa$ ;  $\theta = (T_n - T_r + q_1) / q_2$ ;  $Z = \kappa \Phi(T_r) / u^2$  — температурный коэффициент скорости реакции. Условие нетривиальной разрешимости этой системы, т. е. равенство нулю соответствующего определителя, приводит к дисперсионному соотношению

$$\begin{aligned}\left( \Omega + \frac{1+a}{2} \right) \left( \Omega + \frac{1-a}{2} \right) \exp(-al_0) \left( Z - \frac{1-a}{2} \right) = \\ = \left\{ Z \left( \Omega + \frac{1-a}{2} \right) - \left( \frac{1-a}{2} \right)^2 - \Omega \frac{1+a}{2} \right\} \left( \theta a + \Omega + \frac{1-a}{2} \right),\end{aligned}\quad (16)$$

связывающему неизвестную величину  $\Omega$  с параметрами задачи  $l_0$ ,  $\theta$  и  $Z$ .

Дисперсионное соотношение позволяет делать выводы об устойчивости волн горения. Если параметры задачи таковы, что все  $\Omega$ , находимые из (16), имеют отрицательные действительные части, то стационарная волна при этих значениях параметров устойчива. Если хотя бы одно  $\Omega$  имеет положительную действительную часть, стационарная волна неустойчива. Граница устойчивости отвечает случаю  $\text{Re } \Omega = 0$  при условии, что все остальные  $\Omega$ , находимые из (16), имеют отрицательные действительные части.

Перейдем к исследованию одномерной устойчивости ( $s = 0$ ). Отметим, что  $\Omega = 0$  всегда является решением (16) в силу инвариантности стационарной волны относительно сдвигов по  $\xi$ . Поэтому для получения границ апериодической неустойчивости надо сначала поделить (16) на  $\Omega$ , а затем положить  $\Omega = 0$ . При этом получится  $\theta = 0$ , а поскольку  $\theta > 1$ , то при реальных значениях физических параметров апериодической неустойчивости нет.

Для нахождения границ периодической неустойчивости положим в (16)  $\Omega = i\varphi$ . Уравнение (16) относительно  $\varphi$  является трансцендентным и в отличие от дисперсионного соотношения в случае волны горения

без учета плавления [2, 3] не может быть сведено к алгебраическому уравнению. Предлагается следующий метод его исследования.

Комплексное выражение (16) может быть записано как два вещественных уравнения

$$-Z_1\theta(\alpha^2 + \alpha - 1) + \frac{1}{2}\theta\alpha(\alpha + 1)(2\alpha + 1) + \frac{1}{2}Z_1(\alpha - 1)(2 - \alpha^2) + \\ + \frac{1}{4}\alpha^2(\alpha^2 - 1) = -\frac{1}{2}\alpha^2(\alpha + 1)e_1\left(Z_1 + \frac{\alpha + 1}{2}\right) + \frac{1}{4}\alpha^2\beta(\alpha + 1)e_2, \quad (17)$$

$$Z_1\theta(\alpha - 1)^2 - \frac{1}{2}\alpha\theta(\alpha + 1) - Z_1(\alpha - 1)^2 + \frac{1}{4}\alpha^2(\alpha^2 - 1) = \\ = -\frac{1}{2}\alpha^2\beta e_2\left(Z_1 + \frac{\alpha + 1}{2}\right) - \frac{1}{4}\alpha^2\beta^2 e_1. \quad (18)$$

Здесь  $\alpha$  и  $\beta$  — вещественная и мнимая части  $a$ ;  $a = \alpha + i\beta$ ;  $Z_1 = Z - 1$ ;  $e_1 = \exp(-\alpha l_0) \cos \beta l_0$ ;  $e_2 = \exp(-\alpha l_0) \sin \beta l_0$ . При записи (17), (18) использованы соотношения между  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\varphi$ :

$$\alpha^2 - \beta^2 = 1, \quad \alpha\beta = 2\varphi. \quad (19)$$

Умножая (17) на  $(\alpha - 1)^2$ , (18) — на  $(\alpha^2 + \alpha - 1)$  и складывая, получим линейную связь между  $\theta$  и  $Z_1$ :

$$\begin{aligned} \theta(\alpha + 1)(\alpha - 2)(2\alpha^2 - 1) &= AZ_1 - F, \\ A &= \alpha\{(\alpha + 1)(\alpha - 1)^2 - (\alpha + 1)(\alpha - 1)^2 e_1 + \beta(\alpha^2 + \alpha - 1)e_2\}, \\ F &= \frac{1}{2}\alpha^2(\alpha^2 - 1)(2\alpha - 1) + \frac{1}{2}\alpha(\alpha^2 - 1)(2\alpha^2 + \alpha - 2)e_1 + \\ &\quad + \frac{1}{2}\alpha\beta(\alpha + 1)(3\alpha + 2)e_2. \end{aligned} \quad (20)$$

Выражая из равенства (20)  $\theta$  и подставляя в (18), получим квадратное уравнение для  $Z_1$ :

$$\begin{aligned} AZ_1^2 - BZ_1 + C &= 0, \\ B &= (\alpha^2 - 1)^2(\alpha + 2) + \alpha(\alpha + 1)(\alpha^3 - \alpha^2 - 2\alpha + 1)e_1 - \alpha\beta(\alpha^3 + 1)e_2, \\ C &= \frac{1}{2}\alpha^2(\alpha + 1)^3(\alpha - 1) + \frac{1}{2}\alpha^4(\alpha + 1)^2e_1 + \frac{1}{2}\alpha^3\beta(\alpha + 1)^2e_2, \end{aligned}$$

откуда

$$Z_1 = (B \pm \sqrt{D})/2A, \quad D = B^2 - 4AC. \quad (21)$$

Таким образом, равенства (20) и (21) параметрически задают (при фиксированном  $l_0$ ) кривые на плоскости  $(\theta, Z)$ , отвечающие чисто мнимым  $\Omega$  в дисперсионном соотношении (16). Эти кривые разбивают плоскость  $(\theta, Z)$  на области, из которых выбирается область изменения параметров, для которых стационарная волна устойчива. Область изменения  $\alpha$  (отметим, что  $\beta$  выражается через  $\alpha$  по (19)) определяется положительностью дискриминанта  $D$  квадратного уравнения.

После того, как найдены параметрические зависимости  $\theta = \theta(\alpha, l_0)$  и  $Z = Z(\alpha, l_0)$ , можно построить области устойчивости и на плоскостях других параметров, используя связь между параметрами стационарной задачи (9). На рис. 1 показаны области устойчивости на плоскости параметров  $(\sigma, Z)$ , где  $\sigma = (T_n - T_a)/(T_r - T_a)$ , при различных значениях отношения  $q_2/q_1$ . В случае волны горения без плавления ( $q_1 = 0$ ) область устойчивости задается неравенством  $Z < 4$ . Влияние фазового перехода проявляется в основном в стабилизации зоны реакции — неустойчивость горения возникает при более высоких значениях  $Z$ . По мере удаления  $T_n$  от  $T_r$  эффект стабилизации уменьшается и, начиная с некоторого значения  $T_n$ , меняется на обратный — низкотемпературное плавление может дестабилизировать горение.

Границы двумерной неустойчивости находятся аналогично, однако параметрические зависимости  $\theta = \theta(\alpha, l_0, s^2)$  и  $Z = Z(\alpha, l_0, s^2)$  оказыва-

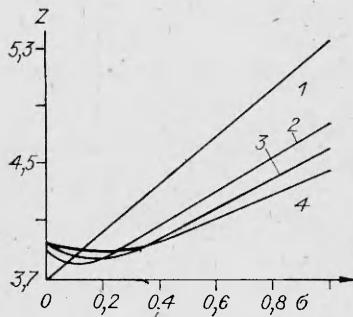


Рис. 1. Границы одномерной устойчивости при различных значениях  $q_2/q_1$ :  
1 — 4, 2 — 6, 3 — 8, 4 — 10.

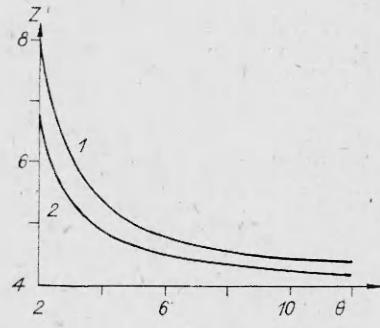


Рис. 2. Асимптотическое ( $l_0 \rightarrow 0$ ) расположение границ одно- (1) и двумерной (2) устойчивости.

ются еще более громоздкими, чем в случае  $s = 0$ . Не приводя их полностью, укажем, что в предельном случае  $l_0 \rightarrow 0$  они приобретают вид

$$Z = 1 + \frac{1}{2} \frac{(\alpha + 1)(c^2 - s^2)}{\alpha^2 - s^2 - 2}, \quad \theta = \frac{(\alpha - 1)(c^2 - s^2)}{2\alpha - \alpha^2 + s^2}.$$

На рис. 2 на плоскости параметров  $(\theta, Z)$  показаны предельные при  $l_0 \rightarrow 0$  положения границ одно- ( $s = 0$ ) и двумерной неустойчивости. Кривая 1 задается параметрически уравнениями

$$Z = 1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha^2(\alpha + 1)}{\alpha^2 - 2}, \quad \theta = \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2 - \alpha},$$

а кривая 2 (огибающая границы устойчивости при фиксированных значениях  $s$ ) — явной зависимостью

$$Z = 1 + \frac{\theta}{\theta - 1} \left( \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} \right).$$

Из рис. 2 видно, что двумерная неустойчивость наступает раньше одномерной, причем это явление более выражено, чем в случае волны горения без плавления [3], что позволяет рассчитывать на более яркое проявление неодномерных нестационарных явлений. В связи с этим отметим заключение работы [4] о переходе к спиновым режимам горения при введении в безгазовый состав плавящейся добавки.

### Численное моделирование

Для проверки выводов анализа устойчивости и выяснения нестационарной картины распространения фронта при наличии плавления проводилось численное решение задачи на ЭВМ. Система (1) приводилась к безразмерному виду

$$\begin{aligned} c(\Theta) \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + \varphi(\eta, \Theta), \quad \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \gamma \varphi(\eta, \Theta), \\ \varphi(\eta, \Theta) &= \begin{cases} k_0 \exp\{\Theta/(1 + \beta\Theta)\} & (\eta < 1), \\ 0 & (\eta \geq 1), \end{cases} \\ \gamma &= c_0 R T_r^2 / E Q, \quad \beta = R T_r / E. \end{aligned} \tag{22}$$

Здесь  $\Theta = (T - T_r) E / R T_r^2$ ,  $\tau = t/t_*$ ,  $\xi = x / \sqrt{\kappa t_*}$  — безразмерные температура, время и координата;

$$t_* = c_0 R T_r^2 \exp(E/R T_r) / E k_0.$$

Рис. 3. Изменение скорости в процессе распространения фронта горения при различных температурах плавления;  $q_2/q_1 = 8$ ,  $\gamma = 0,14$ ,  $\beta = -0,435$ ;  $\Theta_n = 10$  (а),  $-2$  (б),  $-4$  (в) и  $-5$  (г).

Функция  $c(\Theta)$  моделировалась зависимостью

$$c(\Theta) = \begin{cases} 1 & (|\Theta - \Theta_n| > \varepsilon), \\ 1 + L/2\varepsilon & (|\Theta - \Theta_n| \leq \varepsilon). \end{cases}$$

Величина  $\varepsilon$  выбиралась достаточно малой, чтобы небольшие ее изменения не сказывались на результате расчета.

Решение системы (22) определялось на полуоси  $\xi > 0$  при следующих граничных и начальных условиях:

$$\xi = 0: \Theta = \Theta_a \quad (0 < \tau < \tau_i), \quad \partial\Theta/\partial\xi = 0 \quad (\tau > \tau_i),$$

$$\tau = 0: \Theta = \Theta_n \equiv (T_n - T_r) E/RT_r^2.$$

Дифференциальные уравнения (22) аппроксимировались разностными, которые решались методом прогонки с использованием подвижной адаптирующейся к решению неравномерной сетки. В результате решения задачи находились пространственно-временные распределения температуры  $\Theta(\xi, \tau)$  и глубины превращения  $\eta(\xi, \tau)$ , а также скорость перемещения фронта горения  $\omega$ , которая определялась как скорость перемещения точки с фиксированной температурой  $\Theta_* = -1$ .

Численное решение задачи подтвердило выводы приближенного анализа устойчивости. На рис. 3 представлены результаты расчетов нестационарного распространения фронта реакции при фиксированном отношении  $Q/L$ . При отсутствии ФП выбранным значениям  $\gamma$  и  $\beta$  отвечает автоколебательное распространение волны горения (см. рис. 3, а). Высокотемпературный ФП (см. рис. 3, б) подавляет пульсации скорости и переводит горение в стационарный режим. Уменьшение температуры плавления (см. рис. 3, в) ослабляет стабилизирующий эффект, горение вновь становится автоколебательным, хотя и с меньшей амплитудой, чем без плавления. Дальнейшее снижение температуры ФП приводит к увеличению амплитуды пульсаций скорости и к усложнению характера колебаний, что соответствует удалению в область неустойчивого горения [5], т. е. дестабилизации фронта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Алдушин, А. Г. Мержанов. Докл. АН СССР, 1977, 236, 5, 1133.
2. Э. И. Максимов, К. Г. Шкадинский. ФГВ, 1971, 7, 3, 454.
3. Г. М. Махвиладзе, Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1971, 5, 51.
4. Ю. М. Максимов, А. Т. Пак, Г. В. Лавренчук и др. ФГВ, 1979, 15, 3, 156.
5. К. Г. Шкадинский, Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1971, 7, 1, 19.

Поступила в редакцию 17/XII 1985,  
после доработки — 11/VIII 1986

#### НОРМАЛЬНЫЕ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ В СМЕСЯХ CO — O<sub>2</sub> — CO<sub>2</sub>

*H. B. Андреева, A. И. Эльнатанов, И. И. Стрижевский  
(Москва)*

При атмосферном давлении и комнатной температуре максимальная скорость распространения пламени смесей CO—O<sub>2</sub> составляет 109 см/с (3,3% H<sub>2</sub>O) [1—3], CO — воздух — 47 см/с (2,3% H<sub>2</sub>O) [4].