

Фиг. 3

Фиг. 2

давлений по углу сказывается в последующем и приводит к искривлению этой формы. Отметим, что наибольшее торможение продуктов детонации происходит в направлении, перпендикулярном к силовым линиям магнитного поля, т. е. при $\theta = 0$, в соответствии с максимумом давлений на фиг. 3.

Результаты расчетов обнаруживают также сильную тенденцию к скольжению ударного слоя газа относительно продуктов детонации. В реальном эксперименте, по-видимому, последнее обстоятельство наряду с неустойчивостью Рэлея — Тейлора будет приводить к размазыванию, размытию контактной поверхности.

В заключение авторы выражают благодарность В. В. Маркову и М. И. Поддуеву за предоставление данных решения задачи о сферической детонационной волне в гексогене.

Поступила 4 II 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Коробейников В. П. Задачи теории точечного взрыва в газах. М.: Наука, 1973.
2. Коробейников В. П., Марков В. В., Путятин Б. В. О распространении цилиндрических взрывных волн с учетом излучения и магнитного поля. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 4.
3. Ершов А. П., Зубков П. П., Лукьянчиков Л. А. Об измерении профиля электропроводности во фронте детонации конденсированных ВВ. — ФГВ, 1974, т. 10, № 6.
4. Уликин М. Л. Расчет упругопластических течений. — В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967.
5. Mader C. L. Detonation properties of condensed explosives computed using the Becker — Kistiakowsky — Wilson equation of state. LA-2900; UC-4, Tid-4500, 1963.
6. Калиткин Н. Н., Кузьмина Л. В. и др. Таблицы термодинамических функций и транспортных коэффициентов плазмы. Препринт ИПМ АН СССР, 1972.
7. Кузнецов Н. М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1965.
8. Авилова П. В., Биберман Л. М. и др. Оптические свойства горячего воздуха. М.: Наука, 1970.

UDK 532.529 + 533.6.011

СООТНОШЕНИЯ НА КОМБИНИРОВАННОМ РАЗРЫВЕ В ГАЗЕ С ТВЕРДЫМИ ЧАСТИЦАМИ

С. П. Киселев, В. М. Фомин

(Новосибирск)

В работе рассматривается течение смеси газа и твердых частиц с разрывами объемной концентрации частиц m_2 при условии, когда имеет место протекание газа через разрывы (комбинированные разрывы). Трудность в описании таких течений состоит в том, что на разрывах не выполняются условия применимости двухжидкостной модели $Z \gg l$, где Z — характерный размер изменения средних параметров течения. В [1]

была сделана попытка обойти эту трудность заменой области разрыва поверхностью разрыва. С незначительными изменениями эта идея повторялась во всех последующих работах, посвященных комбинированному разрыву (см., например, [2—8]). Непрерывное изменение параметров газа на толщине разрыва (много большей, чем расстояние между молекулами газа) заменяется разрывом первого рода. Следствием этого является физически неоправданный рост энтропии на разрыве [6], т. е. $[S] \sim [p]$. Впервые физически корректные условия на разрыве использовались в [9] для задач взаимодействия ударной волны с пористым полупространством и пористым покрытием. Здесь соотношения на разрыве были получены с использованием предположения о сохранении энтропии при втекании газа в пористый материал и схемы «удар Борда» при втекании из него. Эти представления развиты в [4, 10], где на поверхности разрыва пористости вводится поверхностная сила, действующая на газ, величина которой выбирается из условия осуществления заданных режимов течения на разрывах, что позволяет избежать отмеченного выше парадокса с ростом энтропии. Аналогичные представления частично использованы в [7] для двухжидкостной модели, где искусственно введена поверхностная сила, действующая на частицы, находящиеся на поверхности комбинированного разрыва.

В данной работе приведен вывод соотношений на комбинированном разрыве из уравнений, описывающих течение газа на разрыве, который представляет собой N связную область, где N — число частиц на разрыве. Вычислена величина поверхностной силы, действующей со стороны газа на частицы.

Рассмотрим течение газа и твердых частиц с разрывом объемной концентрации частиц.

О п р е д е л е н и е 1. Под разрывом m_2 будем понимать область с поперечным размером h , порядка расстояния между частицами l , на котором происходит значительное изменение объемной концентрации $\Delta m_2 \sim \sim m_2$. По разности скоростей фаз движение является дозвуковым $M < 1$, где $M = |u_1 - u_2|/a_0$, a_0 — скорость звука в газе. Считая «поверхность» разрыва плоской, направим ось x перпендикулярно к ней. Задача состоит в определении параметров газа u_1, ρ_{11}, p, T (скорость, плотность, давление и температура газа) по одну сторону от разрыва по известным параметрам газа по другую сторону от разрыва. На частицы, находящиеся на разрыве, действует поверхностная сила, которая приводит к изменению скорости движения разрыва, числа частиц в области разрыва и их распределения в пространстве.

О п р е д е л е н и е 2. Скорость движения разрыва дается формулой

$$D = \frac{\int_{x_p-h/2}^{x_p+h/2} \langle m_2 u_2 \rangle dx}{\int_{x_p-h/2}^{x_p+h/2} \langle m_2 \rangle dx},$$

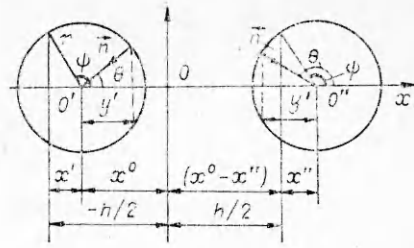
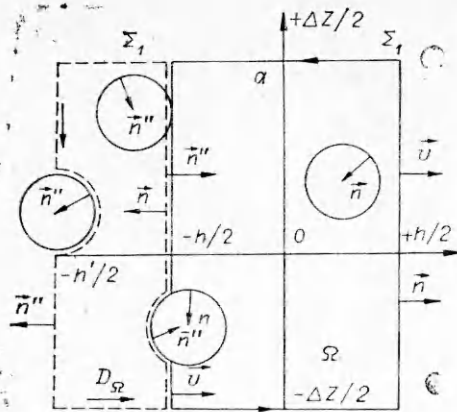
где x_p — координата центра разрыва (фиг. 1); m_2, u_2 — объемное содержание и скорость частиц; $\langle f \rangle$ — среднее значение в сечении x . Как будет показано ниже, характерное время смещения частицы на $\Delta x \approx d$ вследствие действия поверхностной силы $\tau \approx \sqrt{(\rho_{22}/\rho_{11})} [d/(u_1 - D)]$, откуда число Струхалия $Sh \approx \sqrt{\rho_{11}/\rho_{22}}$. Поскольку в большинстве случаев плотность газа много меньше плотности частиц, имеем $Sh \ll 1$, следовательно, движение газа в системе разрыва можно считать квазистационарным [11].

Перейдем в систему отсчета, движущуюся со скоростью D , и воспользуемся интегральными соотношениями [3], которые в нашем случае имеют вид

$$(1) \quad \int_{\Sigma} \rho_{11} v_n d\sigma = 0, \quad \int_{\Sigma} \rho_{11} \mathbf{v} \cdot v_n d\sigma = \int_{\Sigma} \mathbf{p}_n d\sigma,$$

$$\int_{\Sigma} \rho_{11} \left(\frac{v^2}{2} + U \right) v_n d\sigma = \int_{\Sigma} \mathbf{p}_n \cdot \mathbf{v} d\sigma.$$

Связь координат в «лабораторной» системе и системе разрыва $x_{л} = x + \int_0^t D dt$, где Σ — контрольная поверхность, $\mathbf{v} = \mathbf{u}_1 - D$, $D = D \cdot \mathbf{e}$, \mathbf{e} — единичный вектор, направленный по нормали к S .



Фиг. 2

Фиг. 1

Для простоты исследования ограничимся одномерным приближением и положим $m_2 = 0$ справа и $m_2 > 0$ слева от разрыва. Начало координат поместим в точку 0, как показано на фиг. 1, при этом $m_2 = \text{const}$ для $x < -h/2$, $m_2 = 0$ для $x > h/2$. Параметры газа в сечении $x = -h/2$ будем обозначать i^- , а в сечении $x = +h/2$ — соответственно f^+ . Область разрыва Ω ограничим площадками S , перпендикулярными оси x с координатами $x_1 = -h/2$ и $x_2 = +h/2$, а в местах пересечения площадки с частицей — частью поверхности пересекаемой частицы G_1 (см. фиг. 1, 3). Боковую поверхность будут образовывать линии тока газа. Величину S выберем такой, чтобы она в сечении $x_1 = -h/2$ пересекала достаточно много частиц. Область разрыва представляет собой N связную область. Так как поперечный размер области Ω $\Delta z \gg l$, а продольный $h \sim l$, то вкладом в интегралы (1) от частиц, пересекающих боковую поверхность, можно пренебречь, а линии тока считать параллельными оси x . На поверхности частиц выполняется условие $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) = 0$, следовательно, «присутствие» N частиц в Ω скажется только при вычислении второго интеграла в (1). Проектируя второе уравнение (1) на ось x с учетом

$$\begin{aligned} p_n &= -p \cdot \mathbf{n}, \quad v_n = \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{p}_n \cdot \mathbf{l}_x = -pn_x, \quad \text{получим} \\ &\int_{\Sigma} \rho_{11} v v_n d\sigma = - \int_{\Sigma} p n_x d\sigma, \quad \text{откуда} \\ (2) \quad &\int_{S^0} \rho_{11} v^2 dS \Big|_{+h/2} - \int_{S^0} \rho_{11} v^2 dS \Big|_{-h/2} = - \int_{S^0} p dS \Big|_{+h/2} + \\ &+ \int_{S^0} p dS \Big|_{-h/2} - \sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma, \end{aligned}$$

где S^0 — площадь в сечениях $\pm h/2$, через которую протекает газ $v_n \neq 0$. Формула (2) показывает, что на газ со стороны частиц действует сила $F^0 = - \sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma$, следовательно, для средней силы, действующей со стороны одной частицы на разрыве, получим $f = - \left(\sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma \right) / N$. Отсюда

следует, что разрыв движется с ускорением $g = f \left(\frac{\pi d^3}{6} \rho_{22} \right)$ и при переходе в систему разрыва во второе уравнение системы (1) необходимо добавить член $\int_{V_{11}} \rho_{11} g dV$. Поскольку число частиц на разрыве $N = nV$, а $V_{11} = m_1 V_1$, получим $\int_{V_{11}} \rho_{11} g dV \approx \frac{\rho_{11} m_1}{\rho_{22} m_2} \sum_N \int_{\sigma} p_n d\sigma$, где $m_2 = \pi n d^3 / 6$. Эта оценка показывает, что для $\rho_{11} / \rho_{22} \ll 1$ и не слишком малых m_2 вкладом инерционного члена можно пренебречь. Перейдем от (2) к соотношению, связывающему

средние характеристики потока газа в сечениях $\pm h/2$. Среднее значение параметра газа f в точке x определяется по формуле

$$\langle f \rangle = \frac{1}{S_1^0} \int_{S_1^0} f dS,$$

где S_1^0 — часть площади S , занимаемая газом. Используя равенство среднеповерхностных и среднеобъемных величин [8] и умножая уравнение (2) на $1/S$ с учетом равенства

$$\frac{1}{S} \int_{S_1^0} f dS = m_1 \langle f \rangle, \text{ получим}$$

$$(3) \quad (\langle \rho_{11} v^2 \rangle + \langle p \rangle)|_{+h/2} - m_1 (\langle \rho_{11} v^2 \rangle + \langle p \rangle)|_{-h/2} = - \frac{1}{S} \sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma.$$

Преобразуем правую часть этого уравнения к виду

$$\frac{1}{S} \sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma = \frac{1}{S} \sum_{x^0} \sum_{y^0, z^0} \int_{\sigma} p n_x d\sigma,$$

где \sum_{y^0, z^0} — суммирование по частицам, центры которых с координатами (x^0, y^0, z^0) лежат в объеме, ограниченном плоскостями S , проходящими через точки x^0 и $x^0 + dx^0$, а \sum_{x^0} — суммирование по этим объемам. Величина dx^0

выбирается из условий $dx^0 \ll h$, $N^0(x^0) \gg 1$, где $N^0(x^0)$ — число частиц, центры которых лежат в объеме $dV^0 = S dx^0$. Очевидно, что при выполнении первого условия и соответствующем выборе S можно удовлетворить второму условию. Учитывая, что от интегрирования по поверхности частицы можно перейти к интегрированию по θ и φ и что интегрирование по φ ведется в пределах $0 \ll \varphi \leq 2\pi$, а пределы по θ зависят только от x^0 (фиг. 2), находим

$$\frac{1}{S} \sum_{x^0} \sum_{y^0, z^0} \int_{\sigma} p n_x d\sigma = \frac{1}{S} \sum_{x^0} \int_{\sigma} d\sigma n_x \sum_{y^0, z^0} p,$$

откуда с учетом $d\sigma = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ имеем

$$(4) \quad \frac{1}{S} \sum_{x^0} \int_{\sigma} d\sigma n_x \sum_{y^0, z^0} p(x^0, y^0, z^0, \theta, \varphi) = \frac{1}{S} \sum_{x^0} \int_{\sigma} d\theta r^2 \sin \theta 2\pi N^0(x^0) p^{\sigma} n_x,$$

где $p^{\sigma} = \frac{1}{2\pi N^0(x^0)} \sum_{y^0, z^0} \int_0^{2\pi} p(x^0, y^0, z^0, \theta, \varphi) d\varphi$ — среднее давление на поверхности частицы в точке $x = x^0 + r \cos \theta$. Представляя концентрацию частиц на «разрыве» в виде $n\Phi(x^0)$, где n — концентрация частиц при $x^0 < -h/2 + d/2$, $\Phi(x^0) = 1$ при $x^0 \leq -h/2 + d/2$, $\Phi(x^0) = 0$ при $x^0 > -h/2 + d/2$, получим $N^0(x^0) = S n \Phi(x^0) dx^0$. Заменяя суммирование по x^0 интегрированием с учетом $n_x = -\cos \theta$, находим (см. фиг. 2)

$$(5) \quad - \frac{1}{S} \sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma = \int_{-h/2-d/2}^{-h/2+d/2} dx^0 n \Phi(x^0) \int_0^{\psi} 2\pi r^2 p^{\sigma}(x^0 + y') \cos \theta \sin \theta d\theta + \\ + \int_{-h/2+d/2}^{+h/2-d/2} dx^0 n \Phi(x^0) \int_0^{\pi} 2\pi r^2 p^{\sigma}(x^0 + y') \cos \theta \sin \theta d\theta,$$

где $\cos \theta = y'/r$, $\cos \psi = -x'/r$, $x' = x^0 + h/2$. Здесь в первом интеграле $(-h/2 - d/2 \leq x^0 \leq -h/2 + d/2)$ учитываются частицы, пересекающие

площадку S в сечении $x = -h/2$, а во втором — частицы, лежащие в данной области. Можно показать, что интегралы по θ преобразуются к виду

$$\int_0^{\psi} 2\pi r^2 p^\sigma (x^0 + y') \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{\pi d^2}{2} \int_{-\left(\frac{x^0 + h/2}{d/2}\right)}^1 p^\sigma (x^0 + zr) dz,$$

$$\int_0^{\pi} 2\pi r^2 p^\sigma (x^0 + y') \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{\pi d^2}{2} \int_{-1}^1 p^\sigma (x^0 + zr) dz.$$

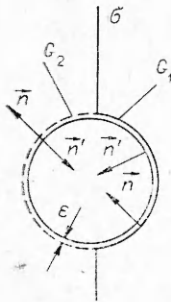
Произведя замену переменных в уравнении (5) $y = (x^0 + h/2)/(d/2)$, $\cos \psi = -y$, $x^0(y) = yd/2 - h/2$ и воспользовавшись определением $m_2^- = \pi n d^3/6$, находим

$$(6) \quad -\frac{1}{S} \sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma = \frac{3}{2} m_2^- \left(\int_{-1}^1 dy \Phi(x^0(y)) \int_{-y}^1 z p^\sigma \left(x^0(y) + \frac{zd}{2} \right) dz + \right. \\ \left. + \frac{2}{d} \int_{(-h/2+d/2)}^{(h/2-d/2)} dx^0 \Phi(x^0) \int_{-1}^1 p^\sigma (x^0 + zd/2) dz \right).$$

Формулы (3), (6) дают искомое соотношение на разрыве.

Л е м м а. Соотношения на разрыве (3), (6) не зависят от выбора контрольной поверхности Σ .

Для доказательства выберем контрольную поверхность в сечении $x = -h/2$ так, чтобы частицы, пересекаемые площадью S , целиком лежали в Ω . Вне частиц эта поверхность совпадает с ранее выбранной, а на поверхности частиц G_1 заменяется на G_2 (фиг. 3). Так как на поверхности частиц $v_n = 0$, изменение поверхности интегрирования скажется лишь на вычислении интеграла по поверхности «пограничной» частицы $\int p n_x d\sigma$, который в этом случае имеет вид



Фиг. 3

где второй интеграл берется по всей поверхности частицы (фиг. 3). Так как $\epsilon \rightarrow 0$, в силу непрерывности p давления на поверхности частицы и в соответствующей точке на G_2 имеют одинаковое значение, а $n'_x = -n_x$, поэтому

$$I = \int_{G_2} p n_x d\sigma + \int_{\sigma^0} p n'_x d\sigma,$$

$$\int_{\sigma^0} p n'_x d\sigma = \int_{G_1} p n_x d\sigma - \int_{G_2} p n_x d\sigma,$$

откуда $I = \int_{G_1} p n_x d\sigma$, что доказывает сделанное выше утверждение. Оче-

видно, что ввиду однородности средних параметров газа и частиц соотношения (3), (6) не зависят от выбора точки x , через которую проходит контрольная поверхность S . Пусть контрольная поверхность выбрана в сечении $-h'/2$, $h' \ll \Delta z$ (см. фиг. 1). В силу однородности потока $m_1 \langle \rho_{11} v^2 + p \rangle |_{-h/2} = m_1 \langle \rho_{11} v^2 + p \rangle |_{-h'/2}$, поэтому необходимо доказать, что $\sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma$ по областям, ограниченным Σ_1 и Σ_2 , совпадают.

Представим интеграл по Σ_2 в виде суммы интегралов по $\bar{\Sigma}_1$ и поверхности D_Ω (штриховая линия на фиг. 1), а интеграл по D_Ω — в виде (4)

$$\sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma = I_1 + I_2 + I_3, \quad I_1 = \sum_{x_1^0} \int_{\sigma_1} d\theta B(\theta, x^0),$$

$$I_2 = \sum_{x_2^0} \int_{\sigma_2} d\theta B(\theta, x^0), \quad I_3 = \sum_{x_3^0} \int_{\sigma^0} d\theta B(\theta, x^0),$$

где

$$B(\theta, x^0) = 2\pi r^2 \sin \theta n_x N^0(x^0) p^\sigma(x^0, \theta),$$

$$-h/2 - r \leq x_1^0 \leq -h/2 + r, \quad -h'/2 - r \leq x_2^0 \leq -h'/2 + r,$$

$$-h'/2 + r \leq x_3^0 \leq -h/2 - r.$$

Здесь в $\sum_{x_1^0}$ производится суммирование по частицам, пересекающим S в сечении $-h/2$; в $\sum_{x_2^0}$ суммируются частицы, пересекающие S при $x = -h'/2$; в $\sum_{x_3^0}$ суммируются частицы, целиком лежащие в D_Ω . Вследствие однородности потока имеем для $-h'/2 \leq x \leq -h/2$

$$p^\sigma = \langle p \rangle + \Delta p^\sigma, \quad \Delta p^\sigma(\theta) = \Delta p^\sigma(\pi - \theta),$$

$$\langle p \rangle = \text{const}, \quad N^0(x^0) = \text{const}.$$

Учитывая $n_x = -\cos \theta$, для внутренних частиц получим

$$I_3 = - \sum_{x_3^c} N^0 2\pi r^2 \left(\int_0^\pi \sin \theta \cos \theta d\theta \langle p \rangle + \int_0^\pi \sin \theta \cos \theta d\theta \Delta p^\sigma(\theta) \right) = 0$$

(второй член равен нулю, так как представляет интеграл от нечетной функции),

$$I_1 = - 2\pi r^2 N^0 \sum_{x_1^0} \int_\psi^\pi p^\sigma(\theta) \sin \theta \cos \theta d\theta,$$

$$I_2 = - 2\pi r^2 N^0 \sum_{x_2^0} \int_0^\psi p^\sigma(\theta) \sin \theta \cos \theta d\theta.$$

Заменяя в I_2 суммирование по x_2^0 на x_1^0 (что возможно вследствие однородности), получим $I_1 + I_2 = - 2\pi r^2 N^0 \sum_{x_1^c} \left(\langle p \rangle \int_0^\pi \sin \theta \cos \theta d\theta + \int_0^\pi \sin \theta \times \right.$

$\times \cos \theta \Delta p^\sigma d\theta \left. \right)$. Откуда аналогично $I_3 = 0$ получим $I_1 + I_2 = 0$, что доказывает сделанное выше утверждение. Соотношения (3), (6) непосредственно обобщаются на случай $m_2 > 0$ при $x \geq h/2$, при этом (3) имеет вид

$$(7) \quad [m_1 \langle \rho_{11} v^2 + p \rangle] = - \frac{1}{S} \sum_N \int_\sigma p n_x d\sigma.$$

Если в правую часть формулы (6) добавить вклад от частиц, пересекающих площадь S в сечении $+h/2$ и провести аналогичные преобразования, что и для частиц, пересекающих S при $x = -h/2$, то получим

$$(8) \quad - \frac{1}{S} \sum_N \int_\sigma p n_x d\sigma = \frac{3}{2} m_2^- \left(\int_{-1}^1 dy \int_{-y}^1 p^\sigma \left(x^0(y) + \frac{zd}{2} \right) zdz + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{d} \int_{\left(-\frac{h}{2} + \frac{d}{2}\right)}^{\left(\frac{h}{2} + \frac{d}{2}\right)} dx^0 \Phi(x^0) \int_{-1}^1 p^\sigma \left(x^0 + \frac{zd}{2} \right) zdz + \kappa \int_{-1}^1 dw \int_{-1}^{-w} p^\sigma \left(x^0(w) + \frac{zd}{2} \right) zdz \right),$$

$$\begin{aligned} \text{где} \quad \Phi(x^0) &= 1, \quad x^0 \leq -h/2 + d/2, \quad \Phi(x^0) = \kappa, \quad x^0 \geq h/2 - d/2, \\ \kappa &= \text{const}, \quad \kappa \neq 1, \quad m_2^+ = \kappa m_2^-, \quad m_2^- \neq 0, \\ w &= (x^0 - h/2)/(d/2), \quad x^0(w) = h/2 + wd/2. \end{aligned}$$

Используя тождественные преобразования, представим (7), (8) в виде

$$(9) \quad \langle m_1 \rho_{11} v^2 + p \rangle^+ - \langle m_1 \rho_{11} v^2 + p \rangle^- = \frac{3}{d} m_2^- \int_{-(h+d)/2}^{(h+d)/2} \Phi(x^0) dx^0 \times \\ \times \int_{-1}^1 z p^\sigma \left(x^0 + \frac{zd}{2} \right) dz - \frac{3}{2} \int_{-1}^1 dy \left[m_2^- \int_{-1}^{-y} z (\Delta p^\sigma)^- dz + m_2^+ \int_{-y}^1 z (\Delta p^\sigma)^+ dz \right].$$

Поскольку N (связность Ω) не влияет на вычисление интегралов энергии и массы в (1), то, пренебрегая работой силы трения, получим соотношения

$$(10) \quad [\langle m_1 \rho_{11} v \rangle] = 0, \quad \left[\left\langle H + \frac{v^2}{2} \right\rangle \right] = 0,$$

где $[\varphi] = \varphi^+ - \varphi^-$; $v = u_1 - D$; H — удельная энтальпия газа. Соотношения (9), (10) необходимо дополнить уравнением состояния газа $p = p(\rho_{11}, T_1)$, $H = c_p T_1$.

Рассмотрим частный случай формул (8), (10), когда

$$\begin{aligned} h &= d, \quad D = 0, \quad \langle \rho_{11} u_1^2 \rangle = \langle \rho_{11} \rangle \langle u_1 \rangle^2, \\ p^\sigma &= \text{const}, \quad \kappa m_2^- = m_2^+, \quad \Phi(x^0) = \begin{cases} 1, & x^0 < 0, \\ \kappa, & x^0 > 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Из (8) можно получить уравнение

$$-\frac{1}{S} \sum_N \int_{\sigma} p n_x d\sigma = p^\sigma [m_1],$$

откуда с учетом (10) имеем

$$(11) \quad [(\langle p \rangle + \langle \rho_{11} \rangle \langle u_1 \rangle^2) m_1] = p^\sigma [m_1].$$

Полученное выражение (11) совпадает с соотношением, приведенным без вывода в [4], где рассматривалось течение газа в пористой среде с поверхностями разрыва пористости.

В [7] из уравнений двухжидкостной модели на поверхности разрыва получены соотношения

$$(12) \quad [\rho_{11} m_1 (u_1 - D)] = 0, \quad [p + \rho_{11} m_1 (u_1 - D)^2] = 0, \\ [H + (u_1 - D)^2/2] = 0, \quad F_\Pi = [m_2 p],$$

где F_Π — поверхностная сила, действующая на частицы на разрыве. Если в уравнениях (9), (10) пренебречь пульсационными членами, то первое и третье уравнения (12), полученные в [7], совпадут с (10), однако уравнение (9) отличается от второго уравнения в (12) наличием правой части. Примем Δp^σ , введенное выше, как при обтекании одиночной частицы [11] $\Delta p^\sigma = (1/2) \rho_{11}(x^0) (u_1(x^0) - D)^2 (1 - (9/4) \sin^2 \theta)$, а давление на интервале $-h/2 \leq x \leq h/2$ будем интерполировать по формуле $\langle p \rangle = (p^+ - p^-) \times (x/h) + (p^+ + p^-)/2$. Используя (9), находим

$$(13) \quad [m_1 \rho_{11} (u_1 - D)^2 + p] = m_2^- [p] + \frac{m_1^-}{m_1^+} \rho_{11}^- [m_1] (u_1^- - D)^2/2.$$

Можно показать, что оба члена в (13) имеют одинаковый знак и порядок. Пусть $u_1^- - D > 0$, $[m_1] > 0$, этот случай соответствует расширению трубки тока, что приводит для течений с $M < 1$ к росту p [11], поэтому $[p] > 0$. Второе утверждение следует из интеграла Бернулли, сохраняю-

щегося вдоль выбранной трубки тока. В задачах, где комбинированный разрыв имеет существенное значение, выполняется условие $[m_2] \sim m_2 \sim 1$, следовательно, необходим учет правой части в (13). Из (13) получим оценку поверхностной силы через средние параметры газа в виде формулы $F^0 \approx [m_1] \rho_{11} (u_1 - D)^2$, что позволяет вычислить ускорение частицы на разрыве как $g = -F^0/M^0$, где $h \approx d$, $M^0 = \rho_{22} m_2 d$, а характерное время смещения частицы на $\Delta x \approx d$ равно $\tau \approx \sqrt{\frac{2m_2 \rho_{22}}{[m_2] \rho_{11}} \frac{d}{(u_1 - D)}}$, следовательно, введенные выше гипотезы выполняются.

В заключение укажем, что для определения p^σ необходимо использовать данные эксперимента либо эмпирические соотношения, приведенные, например, в [4].

Поступила 20 I 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. Крайко А. Н., Стернин Л. Е. К теории течений двухскоростной сплошной среды с твердыми или жидкими частицами. — ПММ, 1965, т. 29, № 3.
2. Яненко Н. Н., Солоухин Р. И., Папырин А. Н., Фомин В. М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980.
3. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука, 1973.
4. Крайко А. Н., Миллер Л. Г., Ширковский П. А. О течениях газа в пористой среде с поверхностями разрыва пористости. — ПМТФ, 1982, № 1.
5. Крайко А. Н. К теории двухжидкостных течений газа и диспергированных в нем частиц. — В кн.: Гидродинамика и теплообмен в двухфазных средах. Материалы II Всесоюз. школы по теплофизике. Новосибирск, 1981.
6. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974.
7. Крайко А. Н. К двухжидкостной модели течений газа и диспергированных в нем частиц. — ПММ, 1982, т. 46, вып. 1.
8. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
9. Ильин Ю. П. Взаимодействие ударной волны с полубесконечной пористой средой. — В кн.: Прикладная математика. Вып. 2. Тула: изд. ТПИ, 1975.
10. Гринь В. Т., Крайко А. Н., Миллер Л. Г. К распаду произвольного разрыва на перфорированной перегородке. — ПМТФ, 1981, № 3.
11. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970.

УДК 621.01 : 531.66

МЕТАНИЕ ВОЗДУШНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ НЕЗАКРЕПЛЕННОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА ВБЛИЗИ ПЛОСКОЙ ПРЕГРАДЫ

В. А. КОТЛЯРЕВСКИЙ

(Москва)

Дается формулировка задачи о метании тела ударной волной вблизи твердой плоской преграды. Считается, что выполняются условия [1] взаимодействия с телом длинной ударной волны и силовая картина представима двумя фазами: дифракции и квазистационарного обтекания. Для двух вариантов представления дифракционных нагрузок рассмотрены начальные условия возникновения различных форм движения, а также переходные условия, связанные с переменной форм при ударном взаимодействии с преградой. Решение получено численным методом.

1. Рассматривается тело, имеющее плоскость Ω материальной симметрии, в которой действуют силы от ударной волны и реакции односторонних связей, что соответствует плоскопараллельному движению тела с переменным числом (от 1 до 3) степеней свободы. Совместим плоскость Ω с инерциальной системой координат XOY с началом в центре массы тела, при $t \leq 0$ симметричного относительно Y и имеющего две точки контакта с преградой (фиг. 1). Ударная волна распространяется вдоль оси X и при $t = 0$ соприкасается с телом. Параметры невозмущенной волны ассоциируются с точкой $X = 0$.

Полагается, что система сил в фазе дифракции не зависит от смещений тела, являющихся несущественными, а в фазе обтекания определяется соотношениями стационарной аэродинамики, в которых время t является параметром [1]. Соударение опор тела с преградой считается абсолютно неупругим, а сопротивление смещению — под-