УДК 536.46

ЗАДАЧА О РАСПРОСТРАНЕНИИ ПЛАМЕНИ С УЧЕТОМ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА

К. Г. Шкадинский, А. К. Филоненко

(Москва)

В работах [1, 2] была построена тепловая теория газового горения. Обосновывая приближенные формулы, Я. Б. Зельдович в работе [3] указал область их применимости — $\frac{E(T_г - T_н)}{RT_г^2} \gg 1$. Однако существует важный для практики диапазон параметров, где не выполняется это ограничение. Известно также, что некоторые допущения, используемые при выводе приближенных формул скорости горения, грубы в широком диапазоне параметров [4]. В настоящей работе численно на ЭВМ определялась скорость горения в широком диапазоне параметров, а также исследовалось влияние температурной зависимости коэффициентов теплопроводности и диффузии, зависимости плотности от температуры, и среднего молекулярного веса на скорость горения и структуру фронта горения. Для этого использовалась следующая модель процесса горения. Сплошная среда, состоящая из горячей газовой смеси (с концентрацией a) и продуктов горения (с концентрацией $1 - a$), удовлетворяет уравнению состояния:

$$p = R\rho T\left(\frac{a}{\mu_1} + \frac{1-a}{\mu_2}\right),$$

где μ_1 — средний молекулярный вес горючей смеси, а μ_2 — продуктов горения. Горючая смесь сгорает, образуя продукты горения и выделяя тепло. Процесс удовлетворяет системе уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{теплопроводности}\\
&\rho c\left(\frac{\partial T}{\partial t} + v\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right) + Q\,W(T, a, \rho),\\
&\text{диффузии}\\
&\rho\left(\frac{\partial a}{\partial t} + v\frac{\partial a}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(D\rho\frac{\partial a}{\partial x}\right) - W(T, a, \rho),\\
&\text{движения}\\
&\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0,\\
&\text{неразрывности}\\
&\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho v}{\partial x} = 0,
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где $\lambda = D\rho c \doteq c D_г \rho_г\left(\frac{T}{T_г}\right)^{\varepsilon}$, $W(a, T, \rho) = k\rho a \exp(-E(RT)$ — скорость реакции первого порядка[1].

---

[1] Система записана упрощенной. Здесь, например, не учитывается термодиффузия, работа сил давления.

Граничные условия

$$x = -\infty: \quad T = T_г, \quad a = 0.$$

$$x = +\infty: \quad T = T_н, \quad a = 1, \quad v = 0, \quad \rho = \rho_н.$$

Здесь и в дальнейшем с индексом «г» берутся параметры для продуктов горения, а с индексом «н» — для исходной горючей смеси. В работе [2] при указанной раньше связи коэффициента диффузии и коэффициента теплопроводности установлено подобие температуры и концентрации

$$a = (T_г - T) / (T_г - T_н),$$

поэтому можно не рассматривать уравнение диффузии. Введем $y = \lambda \dfrac{dT}{dx}$ и будем находить решение, зависящее от комбинации $x - wt = z$, т. е. в виде движущегося со скоростью w, фронта. Тогда задача (1) сводится к следующей:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dy}{dT} = c\rho(v - w) - \frac{\lambda Q W}{y},\\
&\frac{dz}{dT} = \frac{\lambda}{y}, \qquad a = \frac{T_г - T}{T_г - T_н},\\
&\rho(v - w) = \mathrm{const},\\
&\rho v(v - w) + p = \mathrm{const},\\
&p = \frac{R\rho T}{\mu_1}(a + (1 - a)/\sigma)
\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

с краевыми условиями $y|_{T = T_г} = y|_{T = T_н} = 0$, $\rho(T_н) = \rho_н$, $v(T_н) = 0$.

Величина z определяется с точностью до константы. Исследование разрешимости подобной задачи проведено в [3]. Система (2) записывается в безразмерном виде и численно решается на ЭВМ.

Безразмерные параметры:

$$\beta = \frac{RT_г}{E}, \quad \gamma = \frac{cRT_г^2}{QE}, \quad \sigma = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \pi = \frac{RT_г t_0^2}{\mu_1 x_0^2},$$

где

$$t_0 = \frac{cT_г^2 R}{EQk}\exp(E/RT_г)]; \; x_0 = \sqrt{\frac{\lambda t_0}{c\rho_н}}; \quad v_0 = \frac{x_0}{t_0}.$$

Безразмерные переменные:

$$\theta = \frac{(T - T_г)E}{RT_г^2}, \; u = v/v_0, \; r = x/x_0, \; \bar\rho = \rho/\rho_н,$$

$$\bar y = (1 + \beta\theta)^s \frac{d\theta}{dr}, \quad \omega = w/v_0.$$

Система уравнений

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\bar y}{d\theta} = -\omega + \frac{\gamma\theta\bar\rho(1 + \beta\theta)^s \exp(\theta/(1 + \beta\theta))}{\bar y},\\
&\frac{dr}{d\theta} = \frac{(1 + \beta\theta)^s}{\bar y}, \quad a = -\gamma\theta,\\
&u = \omega(1 - 1/\bar\rho), \; -\frac{\omega^2}{\pi}(1 - 1/\bar\rho) + \bar p = (1 - \beta/\gamma),\\
&\bar p = \bar\rho(1 + \beta\theta)(-\gamma\theta + (1 + \gamma\theta)/\sigma).
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Краевые условия:

$$\bar{y}(0) = \bar{y}(-1/\gamma) = 0, \ \bar{\rho}(-1/\gamma) = 1, \ u(-1/\gamma) = 0.$$

Величина r определяется с точностью до константы, поэтому можно положить $r=0$ в точке максимума источника. Расчеты проводились в следующем диапазоне параметров (рис. 1):

$$\max(0, \ \gamma - 0{,}1) < \beta < \gamma; \quad \gamma < 1/3; \quad 0{,}2 \leqslant \sigma \leqslant 1;$$
$$10 < \pi < \infty; \quad s = 0{,}6.$$

Значение скорости распространения фронта горения ω и распределение переменных θ, $\bar{\rho}$, u в зоне горения определялись на ЭВМ. Горючая смесь (газ) попадает в зону подогрева, нагревается и вследствие диффузии смешивается с продуктами горения. При этом газ движется с такой скоростью, что для значений π указанного диапазона давление не изменяется существенно (его можно считать постоянным); плотность падает из-за теплового расширения и уменьшения среднего молекулярного веса. Распределение переменных изображено сплошной линией на рис. 2 и 3.

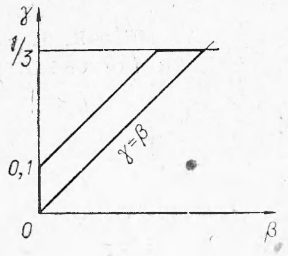

Рис. 1. Диапазон параметров при расчете.

При выводе приближенных формул для скорости движения фронта горения Я. Б. Зельдович и Д. А. Франк-Каменецкий разбивали зону горения на зону подогрева и зону химического превращения. В первой зоне источник предполагается равным нулю и решение представляется в форме В. А. Михельсона:

$$\bar{y}(\theta^*) = -\omega(\theta^* + 1/\gamma).$$

Вторая зона сосредоточена в узком температурном интервале, приле-

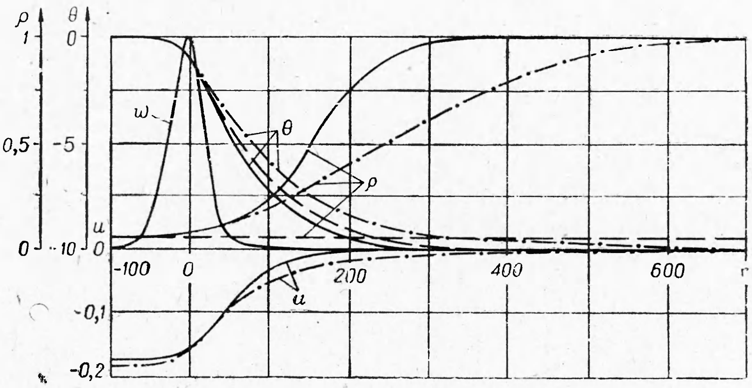

Рис. 2. Структура фронта пламени ($\gamma=0{,}1$; $\beta=0{,}09$; $\sigma=0{,}5$; $\omega=0{,}0095$).

гающем к температуре горения (θ^*, 0), существенную роль играет здесь источник, а решение имеет вид

$$\bar{y}(\theta^*) = -\sqrt{2\gamma \int_0^{\theta^*} \theta \bar{\rho} (1 + \beta\theta)^s \exp(\theta/(1 + \beta\theta))\, d\theta},$$

В силу близости θ^* к нулю можно положить $\bar{y}(\theta^*) = -\omega/\gamma$, а так как источник равен нулю на интервале $(-1/\gamma, \theta^*)$, в интеграле верхний предел можно заменить на $-1/\gamma$. Тогда формула для скорости горения примет вид

$$\omega = \gamma \sqrt{2\gamma \int_{0}^{-1/\gamma} \theta \rho (1 + \beta\theta)^{s} \exp (\theta / (1 + \beta\theta))\, d\, \theta} .$$

В работах [1, 2] предполагали далее, что $\bar{\rho}(\theta)=\bar{\rho}(0)$, $s=0$ (постоянные коэффициенты теплопроводности и диффузии) и пользовались заменой Д. А. Франк-Каменецкого, что равносильно $\beta=0$ в экспоненте. Тогда скорость горения находится по формуле

$$\omega = \gamma \sqrt{2\sigma (\gamma - \beta)} . \tag{4}$$

Данные [4] говорят, что для больших β замена Д. А. Франк-Каменецкого приводит к завышению значения интеграла в $\sim 1{,}75$ раза. Из рис. 3 видно, что для таких β химическое превращение не осуществляется в относительно узком температурном интервале. Значит, заменой $(\theta^* + 1/\gamma)$

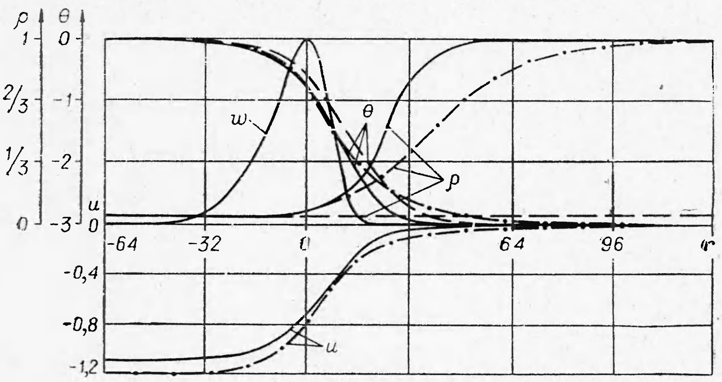

Рис. 3. Структура фронта пламени ($\gamma = 1/3$; $\beta=0{,}3$; $\sigma=0{,}5$; $\omega=0{,}055$).

γ	β	$\sigma=1$				$\sigma=0{,}5$				$\sigma=0{,}25$			
			$s=0$	$\bar{\rho}=\bar{\rho}_г$	$s=0$, $\bar{\rho}=\bar{\rho}_г$		$s=0$	$\bar{\rho}=\bar{\rho}_г$	$s=0$, $\bar{\rho}=\bar{\rho}_г$		$s=0$	$\bar{\rho}=\bar{\rho}_г$	$s=0$, $\bar{\rho}=\bar{\rho}_г$
1/3	0,3	0,82	0,93	0,68	0,76	0,90	1,03	0,68	0,76	0,96	1,12	0,68	0,75
	0,25	0,92	1,04	0,77	0,85	1,03	1,17	0,77	0,86	1,13	1,30	0,78	0,86
	0,18	0,88	0,95	0,78	0,83	0,93	1,03	0,77	0,82	0,98	1,04	0,76	0,83
0,2	0,15	0,92	1,00	0,83	0,89	1,00	1,07	0,82	0,87	1,03	1,12	0,82	0,88
	0,13	0,97	1,04	0,87	0,92	1,06	1,13	0,87	0,93	1,13	1,24	0,89	0,95
0,1	0,09	0,93	0,97	0,91	0,91	0,95	0,99	0,85	0,89	0,99	0,99	0,86	0,89
	0,03	1,08	1,11	1,08	1,08	1,12	1,18	1,08	1,08	1,15	1,21	1,05	1,05
	0,03	1,00	1,00	0,96	0,98	1,01	1,04	0,97	0,99	1,02	1,04	0,96	0,98
	0,009	1,06	1,06	1,06	1,06	1,07	1,07	1,05	1,05	1,10	1,10	1,05	1,05

Примечание. Для σ в первом столбце приведены отношения скоростей, когда плотность и коэффициенты переноса переменные; во втором — отношения скоростей в предположении переменной плотности, но коэффициенты переноса предполагаются постоянными и равными значениям при температуре горения. В третьем столбце при вычислении отношений скоростей предполагалась постоянной плотность и переменными — коэффициенты переноса, а в четвертом фиксировалась плотность и коэффициенты переноса.

на $1/\gamma$ завышается множитель при — ω. Как показывают данные таблицы, ошибки компенсируют друг друга и формула (4) дает удовлетворительную точность. На рис. 2 и 3 штрих-пунктиром изображено распределение переменных при постоянных коэффициентах переноса, а штрихами — при постоянной плотности.

Зависимость коэффициентов диффузии и теплопроводности от температуры приводит к сокращению ширины фронта пламени по сравнению с шириной, вычисленной для постоянных коэффициентов при температуре горения. Теплопроводность и диффузия при низких температурах меньше, и предварительный прогрев распространяется на меньшую область. Для малых γ в зоне реакции распределение переменных практически одинаково, для больших γ появляется различие. Переменность плотности тоже приводит к сокращению ширины фронта пламени, так как тепло, поступающее для подогрева, расходуется на нагревание более плотного газа, чем газ при температуре горения. Для малых γ все изменения происходят в зоне подогрева, для больших γ различие появляется и в зоне реакции. Отсутствие существенных изменений в зоне реакции объясняет слабое влияние на скорость горения зависимости плотности и коэффициентов переноса от температуры.

Поступила в редакцию
27/VIII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. Докл. АН СССР, 1938, **19**, 693.
2. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. ЖФХ, 1938, **12**, 1.
3. Я. Б. Зельдович. ЖФХ, 1948, **22**, 1.
4. Е. С. Щетинков. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.

УДК 536.46

АНАЛИЗ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ПЛАМЕНИ МЕТОДОМ БОМБЫ ПОСТОЯННОГО ОБЪЕМА

В. С. Бабкин, Ю. Г. Кононенко
(Новосибирск)

Для определения нормальной скорости распространения пламени методом бомбы постоянного объема предложено большое число приближенных уравнений [1, 2, 3]. Поэтому при практическом выборе уравнения, отвечающего определенным требованиям точности, необходима оценка, которая может быть получена при сравнении результатов расчета скорости пламени по различным уравнениям.

Роллис и Тремир [1] сравнивали уравнения разных авторов по данным измерений давления и радиуса пламени при опыте со стехиометрической смесью ацетилена с воздухом. Такой метод сравнения обладает некоторым недостатком, связанным с различным проявлением возмож-