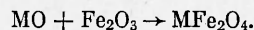


рая обычно идет по следующей схеме:



Причем эти процессы протекают интенсивно в более узком температурном интервале.

В заключение следует отметить, что вопросы, связанные с кинетикой спекания порошков после их взрывной обработки и идущих для изготовления ферритов с прямоугольной петлей гистерезиса, требуют дальнейших исследований.

Поступила в редакцию 6/III 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Рабкин, С. А. Соскин, Б. Ш. Эпштейн. Ферриты. Л.: Энергия, 1968.
2. Г. И. Журавлев. Химия и технология ферритов. Л.: Химия, 1970.
3. Ю. Д. Третьяков, И. Н. Олейников, В. А. Гранин. Физико-химические основы термической обработки ферритов. М.: Изд-во МГУ, 1973.
4. Э. С. Атрошенко, В. А. Косович и др. Физика и химия обработки материалов, 1974, 1.
5. А. В. Крупнин, В. Я. Соловьев и др. Деформация металлов взрывом. М.: Металлургия, 1975.
6. С. С. Горелик и др. Рентгенографический и электронографический анализ металлов. М.: Металлургиздат, 1971.

УДК 536.46 : 533.6

О ЛИНЕЙНОЙ ДЛИННОВОЛНОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛАМИНАРНОГО ФРОНТА ПЛАМЕНИ ПРИ ЕГО РАСПРОСТРАНЕНИИ ОТ ЗАКРЫТОГО КОНЦА ТРУБЫ

А. С. Плешанов
(Москва)

Экспериментальные данные (см., например, [1]) свидетельствуют, что процесс распространения пламени от закрытого конца трубы менее устойчив, чем тот же процесс от открытого конца. Отвлекаясь от начальной стадии формирования пламени, считая диаметр трубы и ее длину значительно большими, чем расстояние, пройденное сформировавшимся пламенем, рассмотрим модельную линейную длинноволновую ситуацию, когда на фронт пламени могут действовать только акустические возмущения со стороны продуктов сгорания. Линейное приближение предполагает малость амплитуды возмущения фронта ζ' по отношению к длине волны возмущения Λ . Длинноволновое приближение означает малость тепловой ширины фронта по отношению к Λ , так что фронт можно трактовать как гидродинамический разрыв Ландау [2].

В отличие от обычных задач теории устойчивости гидродинамических разрывов, где начальные условия несущественны и зависимости всех возмущений от времени t совпадают с зависимостью $\zeta'(t)$, здесь эти зависимости определяются в результате решения краевой задачи и задачи Коши. В системе координат, связанной с невозмущенным фронтом, свежая смесь движется со скоростью u_1 вдоль оси x (слева направо), а продукты сгорания — со скоростью u_2 ; при этом координаты фронта и закрытого конца соответственно: $x = 0$ и $x = u_2 t$.

Пусть x — координата фронта возмущения вдоль поперечной координаты y по закону $\zeta' = f(t) e^{ikh y}$, где $f(t)$ — амплитуда, определяемая из граничных условий: $k = 2\pi/\Lambda$ — волновое число; штрих относится к возмущению. Из уравнений гидродинамики следуют для акустических возмущений уравнения Лапласа [2] $\Delta p'_\alpha = 0$ и для вихревых — условия вмороженности $(\partial_t + u_\alpha \partial_x) R'_\alpha = 0$, где p — давление; R — ротор скорости; ∂_t, ∂_x — символы частного дифференцирования по t и x ; индекс $\alpha = 1, 2$ относится соответственно к свежей смеси и продуктам сгорания. Общие решения этих уравнений для u'_α имеют вид

$$u'_\alpha = [g_{\alpha+}(t) e^{kx} + g_{\alpha-}(t) e^{-kx} + h_\alpha(t - x/u_\alpha)] e^{ikh y}, \quad (1)$$

где $g_{\alpha\pm}$ и h_α — амплитуды соответственно акустических и вихревых возмущений. Из условия затухания возмущений при $x \rightarrow -\infty$ получим $g_{1-} = 0$; предполагая отсутствие вихревых возмущений в свежей смеси, имеем $h_1 = 0$. Из условия $u'_2 \times (x = u_2 t) = 0$ получим

$$g_{2+} e^{ku_2 t} + g_{2-} e^{-ku_2 t} = 0, \quad h_2(0) = 0, \quad (2)$$

что позволяет записать:

$$u_2' = \left[g_2(t) \frac{\text{sh } ku_2 \tau}{\text{sh } ku_2 t} + h_2(\tau) \right] e^{iky}, \quad (3)$$

где $\tau = t - x/u_2$, и множитель $\text{sh } ku_2 t$ введен из соображения нормировки. В качестве начального условия естественно взять условие однородности, т. е.

$$g_1(0) \equiv g_{1+}(0) = 0. \quad (4)$$

Кроме того, следует задать начальное смещение фронта.

$$f(0) = f_0 \neq 0. \quad (5)$$

Таким образом, решение определяется тремя произвольными функциями $t(g_1, g_2$ и $h_2)$ с тремя начальными условиями (2), (4) и (5).

Уравнения для этих функций получаются из граничных условий на фронте пламени, включающих условия непрерывности нормальных потоков массы и импульса и тангенциальных компонент скорости [2]:

$$\delta j = \rho_1 (u_1' - \partial_t \zeta') = \rho_2 (u_2' - \partial_t \zeta') = j \kappa \zeta', \quad (6)$$

$$p_1' + 2j (u_1' - \partial_t \zeta') = p_2' + 2j (u_2' - \partial_t \zeta'), \quad (7)$$

$$v_1' + u_1 \partial_y \zeta' = v_2' + u_2 \partial_y \zeta', \quad (8)$$

где ρ — плотность; $j = \rho_\alpha u_\alpha$ — нормальный поток массы; v — компонента скорости по оси y . Условие (6) выражает длинноволновую зависимость δj от ζ' ($\kappa > 0$ — коэффициент, пропорциональный энергии активации реакции горения [3]). Из (6) имеем

$$g_1 = (\partial_t + u_1 \kappa) f, \quad g_2 + h_2 = (\partial_t + u_2 \kappa) f. \quad (9)$$

Используя представления p_α' через g_α , получаем с помощью (3), (9) при $x = 0$

$$p_1' = -\rho_1 (\partial_t + u_1 \kappa) (\partial_t + u_1 \kappa) \zeta' / k, \quad (10)$$

$$p_2' = j e^{iky} \text{ch } \theta d (g_2 / \text{sh } \theta) / d\theta,$$

где $\theta = u_2 k t$. Подставляя выражения v_α' через u_α' и (10) в (7), (8), получим после исключения g_1, g_2 и h_2 уравнение для f

$$\{(1 + \mu) D^2 + (1 + \lambda) \mu D + 1/4 [2\lambda - (1 - \mu)] \mu\} f - e^{-\xi} (1 - \mu) [D^2 + 1/4 (1 + 2\lambda) \mu] f = 0, \quad (11)$$

где $\xi = 2\theta$; $D = d/d\xi$; $\lambda = \kappa/k > 0$; $\mu = \rho_2/\rho_1 < 1$. При $\xi \rightarrow \infty$ получается переход к уравнению [3]:

$$\{(1 + \mu) D^2 + (1 + \lambda) \mu D + 1/4 [2\lambda - (1 - \mu)] \mu\} f = 0. \quad (12)$$

Если искать решение (12) в виде $f = e^{-v\xi}$, то условие устойчивости ($v > 0$) имеет вид [3] $\lambda > \lambda_\infty = 1/2(1 - \mu)$. Дискриминант квадратного уравнения (12) ($D \rightarrow v$) обращается в нуль при $\lambda_\pm = [1 \mp (1 - \mu) \sqrt{1 + \mu}] / \mu$.

Нетрудно убедиться, что при $0 \leq \mu \leq 1$ имеет место $\lambda_\infty \leq \lambda_- \leq \lambda_+$. При $\xi \rightarrow 0$ получается уравнение

$$2v^2 - (1 + \lambda)v + 1/2[\lambda\mu - (1 - \mu)] = 0, \quad (13)$$

и условие устойчивости имеет вид $\lambda > \lambda_0 = 1/\mu - 1$.

Дискриминант (13) всегда положительный и при $0 \leq \mu \leq 1$ имеет место $\lambda_\infty \leq \lambda_0 < \lambda_+$. Однако кривые λ_0 и λ_- пересекаются в некоторой точке μ_* .

Взаимное расположение кривых $\lambda_\infty, \lambda_0$ и λ_+ показано на рис. 1. Эти кривые на диаграмме $\lambda - \mu$ делят область устойчивости на 4 части: 1 — монотонно затухающие аperiodические, 2 — затухающие осцилляционные, 3 — немонотонные осцилляционные, 4 — немонотонные аperiodические. Зависимости этих возмущений от t показаны на рис. 2. Отметим, что, поскольку для реальных пламен $\mu \ll 1$, как правило, реализуется область 3 на рис. 1.

Таким образом, при распространении пламени от закрытого конца трубы и $\lambda_\infty < \lambda < \lambda_0$ возникающие возмущения в начальной стадии усиливаются, что подтверждают экспериментальные данные [4]. Учет влияния других факторов может привести к конечной дестабилизации пламени и при $\lambda > \lambda_\infty$.

Для полного решения задачи представим (11) в виде $(D^2 + a_1 D + a_0) f - e^{-\eta} (D^2 + b_0) f = 0$, где $\eta = \xi + \ln [(1 + \mu)/(1 - \mu)]$, $D = d/d\eta$, $a_1 = (1 + \lambda)\mu/(1 + \mu)$; $a_0 = 1/4 [2\lambda - (1 - \mu)] \mu / (1 + \mu)$; $b_0 = 1/4 (1 + 2\lambda) \mu$. Замена $f = e^{-v\eta} \varphi(z)$ и $z = -e^{-\eta}$ при условии

$$v^2 - a_1 v + a_0 = 0 \quad (14)$$

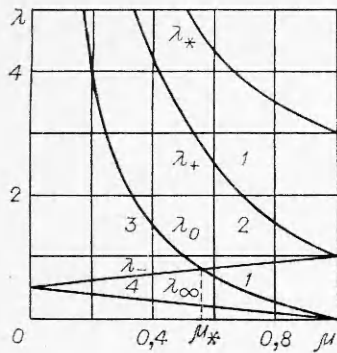


Рис. 1.

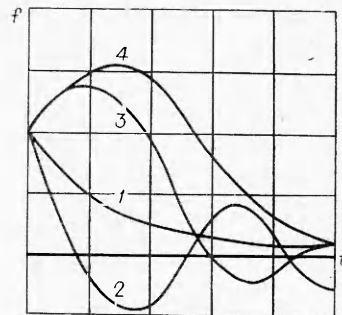


Рис. 2.

дают для φ в функции z гипергеометрическое уравнение

$$\{z(1-z)D^2 + [\gamma - (\alpha + \beta + 1)z]D - \alpha\beta\}\varphi = 0, \quad (15)$$

где $D = d/dz$ и

$$\alpha + \beta = 2\nu, \quad \alpha\beta = \nu^2 + b_0, \quad \gamma = 2\nu + 1 - a_1. \quad (16)$$

Радиус сходимости решений (15), определенный из условия $\alpha + \beta - \gamma < 1$ [4], равен

$$\lambda_* = 2/\mu + 1.$$

Нетрудно убедиться, что при $0 \leq \lambda \leq 1$ имеет место

$$\lambda_+ < \lambda_*.$$

Общее решение (15) имеет вид

$$f = C_+ e^{-\nu+\eta} F(\lambda_+, \bar{\beta}_+; \gamma_+; z) + C_- e^{-\nu-\eta} F(\alpha_-, \bar{\beta}_-; \gamma_-; z),$$

где ν_{\pm} удовлетворяют (14), и значения α_{\pm} , β_{\pm} , γ_{\pm} находятся из (16) при подстановке ν_{\pm} . Постоянные интегрирования C_{\pm} находятся из условий (4) и (5). Зная f , из (9) найдем g_1 и $g_2 + h_2$. Исключая g_1 и g_2 из (8), получим уравнение 1-го порядка для h_2 с начальным условием (2). Таким образом, определяются все искомые функции g_1 , g_2 и h_2 .

Поступила в редакцию 30/IV 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Нестационарное распространение пламени/Под ред. Д. Г. Маркштейна. М.: Мир, 1968.
2. Л. Д. Ландау. ЖЭТФ, 1944, 14, 6.
3. П. П. Лазарев, А. С. Плешанов. ФГВ, 1980, 16, 6.
4. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962.

УДК 531.781.2

ПЬЕЗОДАТЧИК ДАВЛЕНИЯ

Т. П. Гавриленко, Ю. А. Николаев
(Новосибирск)

В настоящее время пьезодатчики давления различных конструкций нашли широкое применение в измерительной технике. В основном такие датчики применяются для измерения быстроменяющихся давлений, например, за ударными или детонационными волнами в газах. Их тарировка обычно производится при дина-