фронте детонационной волны; 4) проявление кинетического изотопного эффекта в процессе детонации свидетельствует о первостепенной роли колебательных состояний молекул в химических процессах детонационной волны.

Поступила в редакцию 17/XI 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. **М. А. Кук.** Наука о промышленных взрывчатых веществах. М.: Недра, 1980.
2. **Е. Е. Никитин.** Теория элементарных атомно-молекулярных процессов в газах. М.: Химия, 1970.
3. **В. И. Кондратьев.** Определение констант скорости газофазных реакций. М.: Наука, 1971.
4. **В. Н. Кондратьев, Е. Е. Никитин и др.** Термические бимолекулярные реакции в газах. М.: Наука, 1976.
5. **Ф. А. Баум, Л. П. Орленко и др.** Физика взрыва. М.: Наука, 1975.

ДИНАМИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ НЕЛИНЕЙНО-ТЕКУЧЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧЕК

С. Б. Максимов, В. А. Лупин, Л. В. Максимова

(Челябинск)

Использование в современной технике высокоинтенсивных динамических нагрузок, например при взрыве ВВ, требует изучения динамики поведения конструкций и решения проблемы прочности. Существенные скорости деформаций, возникающие при этом, часто приводят к проявлению нелинейно-текучих свойств материалов. В настоящей работе рассматривается инерционное расширение цилиндрической и сферической оболочек в сопротивляющейся среде.

При наличии симметрии уравнение движения элемента оболочки имеет вид [1]

$$\partial\sigma_r/\partial r + k(\sigma_r - \sigma_\alpha)/r = \rho(\partial v/\partial t + v \cdot \partial v/\partial r). \qquad (1)$$

Предполагается, что материал оболочки несжимаем и вкладом упругих деформаций при высокоинтенсивном нагружении можно пренебречь [1]:

$$\partial v/\partial r + kv/r = 0. \qquad (2)$$

Здесь σ_α, σ_r — соответственно окружные и радиальные напряжения; ρ — плотность материала; v — радиальная скорость частиц.

Для большого класса материалов уравнение состояния нелинейнотекучей среды удается представить следующим образом [2, 3]:

$$T = AH^n, \qquad (3)$$

где A, $n \geqslant 0$ — константы материала. При этом можно выделить несколько важных известных моделей. Случай $A = 0$ соответствует идеальной несжимаемой жидкости. При $A = \tau_s$, $n = 0$ получается модель жесткопластического тела. В случае $A = \mu$, $n = 1$ имеем модель вязкой несжимаемой жидкости. Здесь τ_s, μ — предел текучести и коэффициент вязкости при сдвиге; T, H — интенсивность касательных напряжений и скоростей деформации сдвига, которые при условии симметрии принимают вид [2] $T = d|\sigma_r - \sigma_\alpha|$, $H = b|v/r|$; $k = 1$, $b = 2$, $d = 1/2$ для случая плоскодеформированного состояния цилиндра ($v_z = 0$; $\sigma_z = (\sigma_r + \sigma_\alpha)/2$); $k = 2$, $b = 2\sqrt{3}$, $d = 1/3$ — для шара.

Распределение температурного поля в теле описывается уравнением теплопроводности [4]

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} + v\frac{\partial\Theta}{\partial r} = a\left(\frac{\partial^2\Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Theta}{\partial r}\right) + \frac{W}{c\rho}, \qquad (4)$$

где $a=\lambda/c\rho$ — коэффициент температуропроводности; c, λ — коэффициенты теплоемкости и теплопроводности материала; Θ — температура оболочки; W — внутренний источник тепла, которым служит мощность энергии необратимых деформаций и в случае несжимаемого материала имеем [2] $W=TH$.

Для корректности задачи система уравнений (1)—(4) должна быть дополнена соответствующими граничными и начальными условиями. При инерционном расширении оболочки на границах $r=R_i$, $i=1, 2$ $(R_1<R_2)$ выполняются динамические условия [1, 5] $\sigma_r=0$ при $r=R_1$, $\sigma_r=\beta[v(R_2)]^\nu$ при $r=R_2$ и кинематические условия $dR_i/dt=v$ при $r=R_i$.

Предполагается, что температура на контакте с окружающей средой неизменна

$$\Theta=\Theta_c \text{ при } r=R_i, \tag{5}$$

где β, $\nu\geqslant 0$ — некоторые постоянные окружающей среды.

В начальный момент времени $t=0$ предполагается известным распределение температуры, а также координаты внешнего и внутреннего радиуса и скорость на внутренней границе тела: $\Theta(0, r)=\Theta_0(r)$, $R_i(0)=R_{0i}$, $v(R_{01})=v_0$.

Можно показать, что решение задачи по определению напряжений и скорости оболочки сводится к интегрированию обыкновенного нелинейного уравнения второго порядка относительно внутреннего радиуса R_1 (или внешнего R_2)

$$\beta\left[\frac{R_1^k\dot{R}_1}{R_2^k}\right]^\nu=\psi_k(R_2)+\varphi_{kn}(R_2),$$

$$v=\frac{R_1^k\dot{R}_1}{r^k},\quad \sigma_r=\psi_k(r)+\varphi_{kn}(r),$$

$$\sigma_\alpha=\sigma_r+\frac{Ab^n}{d}\left(\frac{R_1^k\dot{R}_1}{r^{k+1}}\right)^n,$$

где

$$\psi_1(r)=\rho\left[\left(\ddot{R}_1R_1+\dot{R}_1^2\right)\ln\frac{r}{R_1}+\frac{(\dot{R}_1R_1)^2}{2}\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{R_1^2}\right)\right];$$

$$\psi_2(r)=\rho\left[\left(\ddot{R}_1R_1^2+2\dot{R}_1^2R_1\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{r}\right)+\frac{(\dot{R}_1R_1^2)^2}{2}\left(\frac{1}{r^4}-\frac{1}{R_1^4}\right)\right];$$

$$\varphi_{kn}(r)=\begin{cases}\dfrac{Ab^n\left(R_1^k\dot{R}_1\right)^n}{dkn}\left(\dfrac{1}{R_1^{kn}}-\dfrac{1}{r^{kn}}\right) & \text{при } n\neq 0,\\ A/d\cdot\ln(r/R_1) & \text{при } n=0.\end{cases}$$

Точка означает дифференцирование по времени.

В качестве примера рассмотрим инерционное расширение тонкостной оболочки в сопротивляющейся среде специального вида $(n=\nu,\ v_0>0)$, что соответствует, например, существенному воздушному зазору между зарядом ВВ и внутренней границей тела [6—7]. Принимая $R_2\approx R_1+\delta_0$, $\delta_0/R_1\ll 1$ (δ_0 — начальная толщина стенки), имеем первый и второй интегралы соответственно

$$v_1=\begin{cases}[1-(2-n)A_*\ln x-\beta_*(2-n)(x-1)]^{\frac{1}{2-n}} & \text{при } n\neq 2,\\ \exp[-\beta_*(x-1)]\,x^{-A_*} & \text{при } n=2,\end{cases} \tag{6}$$

$$t_1=\int_1^x\frac{d\tau}{v_1(\tau)},$$

где $v_1 = v(R_1)/v_0$; $A_* = \frac{AR_{01}^n b^n}{\rho v_0^{2-n} d}$; $\beta_* = \frac{\beta R_{01}}{\rho \delta_0 v^{2-n}}$; $x = R_1/R_{01}$; $t_1 = tv_0/R_{01}$ — безразмерные параметры.

Выражение (6) указывает, что при $A_*, \beta_* > 0$, $n < 2$ инерционное расширение оболочки возможно лишь в конечный промежуток времени, после чего наступит полное торможение. Из (6) определяется конечный радиус оболочки x_0. В случае же $n \geqslant 2$ появляется возможность бесконечного расширения ($x_0 = \infty$).

Весьма важна в практическом отношении задача прогнозирования характера разрушения при динамическом нагружении тела. В качестве критерия разрушения, согласно [6, 7], можно принять существование предельной величины радиальной деформации

$$\varepsilon_{1\mathrm{p}} = \ln x_{\mathrm{p}}, \tag{7}$$

при которой материал разрушается.

Из (6), (7) можно определить время разрушения

$$t_{1\mathrm{p}} = \int_1^{x_p} \frac{d\tau}{v(\tau)} \tag{8}$$

и скорость в этот момент $v_{1\mathrm{p}}$. В случае $x_0 < x_{\mathrm{p}}$ инерционное расширение происходит без нарушения сплошности материала. При высокоинтенсивном нагружении реализуется как правило обратная ситуация $x_0 \geqslant x_{\mathrm{p}}$, что соответствует разрушению оболочки.

В связи с высказанным [8] предисловием о возможности возникновения в динамически нагружаемой оболочке явления термопластического сдвига проводилась оценка температуры нагрева оболочки вследствие пластического деформирования.

Учитывая условие (5), можно получить из (4) эффективную оценку для функции $\Theta_* = \Theta - \Theta_c$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\int_{R_1}^{R_2} \Theta_*^2 dr \leqslant \int_{R_1}^{R_2} \Theta_*^2\left(\frac{a}{r^2} - \frac{k\dot{R}_1 R_1^k}{r^{k+1}}\right) dr + \int_{R_1}^{R_2} \Theta_* \frac{W}{c\rho} dr.$$

При высокоинтенсивном нагружении оболочки и условии $x_0 \gg x_{\mathrm{p}}$ выполняется соотношение $\min \mathrm{Pe} \geqslant 1/k$, $0 \leqslant i \leqslant i_{\mathrm{p}}$, где $\mathrm{Pe} = \dot{R}_1 R_1/a$ — текущее число Пекле.

Используя для тонкостенной оболочки приближения

$$R_2 \approx R_1 + \delta_0, \quad W = Ab^{n+1}(\dot{R}_1/R_1)^{n+1},$$

а также очевидное неравенство [9]

$$\left(\int_{R_1}^{R_2} \Theta dr\right)^2 \leqslant (R_2 - R_1)\int_{R_1}^{R_2} \Theta_*^2 dr,$$

окончательно получается для усредненной температуры $\langle\Theta\rangle = \frac{1}{\delta_0}\int_{R_1}^{R_2} \Theta dr$ следующая оценка:

$$\langle\Theta(r, t)\rangle \leqslant \langle\Theta(0, r)\rangle + \frac{Ab^{n+1}}{\rho c}\int_{R_{01}}^{R_1} \frac{[v(R_1)]^n}{R_1^{n+1}} dR_1. \tag{9}$$

При инерционном расширении оболочек ($\beta = 0$) имеем для максимального приращения средней температуры $\Delta\langle\Theta\rangle = \langle\Theta(t_{\mathrm{p}}, r) - \Theta_0(r)\rangle$ в момент разрушения

$$\Delta\langle\Theta\rangle \leqslant \begin{cases} \dfrac{Ab}{\rho c}\,\varepsilon_{1\text{p}} & \text{при } n=0, \\ \dfrac{Ab^2 v_0}{\rho c R_{01}}\left[\left(1+\dfrac{A_*}{2}\right)-\dfrac{1}{x_p}\left(v_{1\text{p}}+\dfrac{A_*}{2}\right)\right] & \text{при } n=1, \\ \dfrac{Ab^3 v_0^2}{2\rho c R_{01}\,(A_*+1)}\left[1-x_\text{p}^{-2(A_*+1)}\right] & \text{при } n=2. \end{cases}$$

Для определения времени разрушения и оценки приращения средней температуры в общем случае при вычислении интегралов (8), (9) можно использовать известные приближенные формулы [10].

Таким образом, построенная модель позволяет учесть влияние нелинейно-текучих свойств материала, а также оценить вклад температуры при динамическом нагружении оболочек, что позволяет уточнить основные параметры процесса при высокой динамической пластичности ($x_\text{p} \approx 1{,}5 \div 2$) материалов [8].

Поступила в редакцию 13/VIII 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. **В. А. Одинцов, Л. А. Чудов.**— В сб.: Проблемы динамики упруго-пластических сред. № 5. М.: Мир, 1975.
2. **Л. М. Качанов.** Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
3. **Л. М. Качанов.** Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974.
4. **Г. Карслоу, Д. Егер.** Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964.
5. **Г. С. Шапиро.** ПММ, 1962, 2.
6. **В. М. Кузнецов.** ФГВ, 1973, 9, 4.
7. **С. В. Сериков.** ФГВ, 1980, **16**, 4.
8. **С. R. Hoggatt, R. F. Recht.** J. Appl. Phys., 1968, **39**, 3.
9. **А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин.** Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1968.
10. **В. И. Крылов.** Приближенное вычисление интегралов. М.: Наука, 1967.