

УДК 532.546.06

ПРИТОК НЕФТИ К ЩЕЛЕВОЙ СКВАЖИНЕ В ПЛАСТЕ, СОДЕРЖАЩЕМ ИНЫЕ ЖИДКОСТИ

В. Н. Эмих

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: emikh@hydro.nsc.ru

Построено точное решение краевой задачи о притоке нефти к щелевой скважине при наличии в пласте иных жидкостей, примыкающих к его кровле и подошве. На основе этого решения в условиях двойного критического режима проведено сравнение максимально возможных объемов нефтедобычи при откачке из щелевой и трубчатой скважин.

Ключевые слова: горизонтальная скважина, годограф скорости фильтрации, параметры конформных отображений, двойной критический режим, линия раздела.

Введение. В практике нефтедобычи широко используется гидроразрыв нефтеносных пластов. При такой технологии в пластах создаются щелевидные полости, из которых нефть откачивается с помощью скважин. Большая, чем в случае горизонтальной трубчатой скважины, площадь контакта с пластом способствует увеличению притока нефти, однако при этом возрастает воздействие откачки на примыкающие к границам пласта жидкости с иными физическими свойствами. В подобной ситуации становится актуальным вопрос о том, насколько гидроразрыв может повысить нефтеотдачу без поступления в скважину посторонних жидкостей.

Результаты исследования фильтрации нефти к трубчатой скважине при наличии жидкостей иной плотности, примыкающих к границам пласта, изложены в работе [1]. В настоящей работе рассматривается приток нефти к горизонтальной щелевой скважине, моделирующей трещину, образующуюся при гидроразрыве пласта. В рамках обеих фильтрационных схем проводится сравнение максимально возможных объемов нефтедобычи при эксплуатации пластов с использованием трубчатых или щелевых скважин.

1. Схема щелевой скважины: постановка краевой задачи, построение решения. Рассмотрим двусторонний приток с дебитом $2Q$ нефти с плотностью ρ в однородном пласте с непроницаемыми кровлей и подошвой из бесконечности в полость, моделируемую горизонтальным щелевым разрезом шириной $2l$, на котором в процессе фильтрации поддерживается постоянный напор. Предположим, что при откачке нефти под кровлей пласта покоится более легкая жидкость с плотностью $\rho_+ < \rho$ или газ (в этом случае $\rho_+ = 0$), а на подошве пласта — вода или какая-либо иная жидкость с плотностью $\rho_- > \rho$. Заметим, что обе жидкости могут отличаться от нефти и по другим физическим параметрам, однако именно указанное выше различие плотностей является одним из условий неподвижности посторонних жидкостей при течении нефти к скважине.

На рис. 1 представлена исследуемая правая половина области течения, симметричная левой. Соответствующая краевая задача состоит в нахождении комплексного потенциала течения $\omega = \varphi + i\psi$ (φ — потенциал скорости фильтрации; ψ — функция тока) как аналитической функции координат $z = x + iy$ точек области фильтрации при следующих граничных условиях:

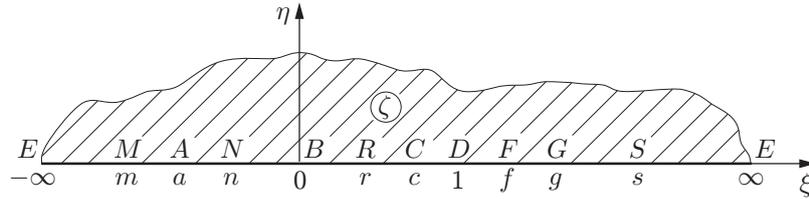


Рис. 3. Область комплексного потенциала

$$\frac{1}{w} = \frac{dz}{d\omega} = iM \int_a^\zeta \frac{(f - \zeta)(r - \zeta)(s - \zeta) d\zeta}{(c - \zeta)(g - \zeta)(-\zeta)\sqrt{-\zeta}} =$$

$$= 2i \left\{ M(\sqrt{-a} - \sqrt{-\zeta}) \left(1 + \frac{frs}{cg\sqrt{a\zeta}} \right) + \frac{1}{\pi\rho_2} [\sigma(\zeta) - \sigma] + \frac{1}{\pi\rho_1} [\tau(\zeta) - \tau] \right\}; \quad (3)$$

$$\sigma(\zeta) = \text{arctg} \sqrt{-\frac{c}{\zeta}}, \quad \sigma = \sigma(a), \quad \tau(\zeta) = \text{arctg} \sqrt{-\frac{\zeta}{g}}, \quad \tau = \tau(a) \quad (-\infty < \zeta \leq 0).$$

При выводе зависимости (3) использованы следующие соотношения, фиксирующие приращения функции $1/w(\zeta)$ при обходе особых точек C и G (см. рис. 5):

$$\frac{1}{\pi\rho_2} = M \frac{(f - c)(c - r)(s - c)}{(g - c)c\sqrt{c}}, \quad \frac{1}{\pi\rho_1} = M \frac{(g - f)(g - r)(s - g)}{(g - c)g\sqrt{g}}. \quad (4)$$

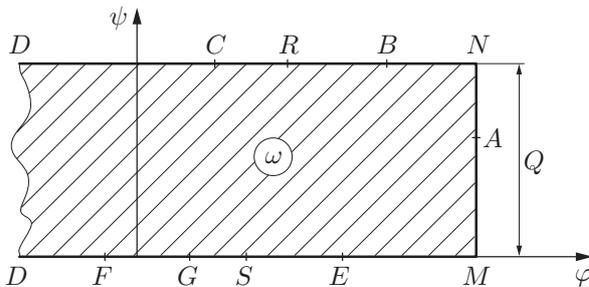


Рис. 4

Рис. 4. Полуплоскость вспомогательной комплексной переменной

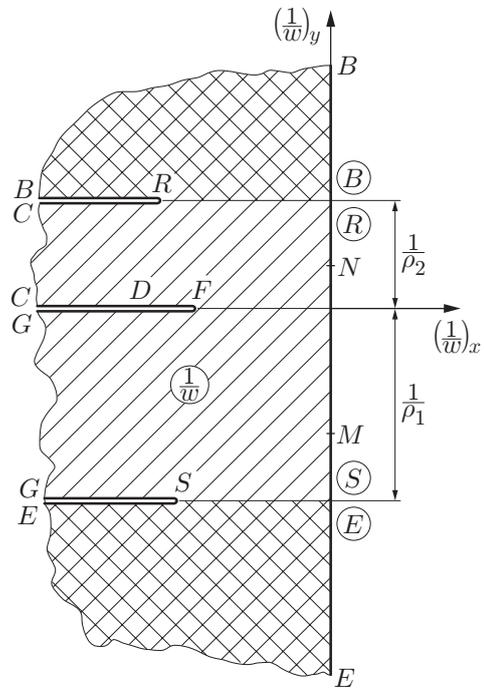


Рис. 5

Рис. 5. Область инверсии годографа скорости

Представление (3) справедливо для всех участков границы области функции $1/w(\zeta)$, принадлежащих мнимой оси плоскости $1/w$.

Для нахождения потенциала φ_0 на скважине, содержащегося в представлении (2) функции ω , следует задать последнюю в некоторой точке пласта. Однако в принятой постановке, основанной на задании дебита скважины, такая детализация не потребуется, поскольку при нахождении любой характеристики течения, зависящей от комплексного потенциала, достаточно определить его с точностью до произвольной постоянной.

В зависимости (2), (3) входят девять неизвестных параметров отображения: $M, a, c, f, g, r, s, m, n$. С использованием соотношений (4) параметры M, f выражаются через параметры c, g, r, s . При составлении уравнений относительно остальных параметров используются равенства $\text{Im}(1/w_{BC}) = 1/\rho_2$, $w_D = -Q$ при заданном значении Q , уравнения, получаемые в результате задания объемов V_+, V_- жидкостей соответственно под кровлей и на подошве пласта, ордината H стока A и длина l отрезков AM и AN (см. рис. 1).

2. Двойной критический режим течения. В процессе откачки нефти под воздействием скважины находятся обе жидкости, примыкающие к горизонтальным границам пласта. Поэтому при анализе течения принципиальное значение приобретает выяснение условий его гидродинамической устойчивости. Оно должно осуществляться для критических ситуаций, непосредственно предшествующих дестабилизации одной из подвижных границ, отделяющих фильтрующуюся нефть от покоящихся приграничных жидкостей. В рассматриваемой краевой задаче таким ситуациям соответствуют два предельных случая: $s = \infty$ и $r = 0$. Условия их возникновения изложены в работе [1]. В каждом из этих случаев градиент гидродинамического давления, создаваемый скважиной соответственно на участках EM и BN , превышает градиент гидростатического равновесия верхней или нижней жидкости во всех точках указанных участков, за исключением точек E и B . В этих контактных точках поддерживается динамическое равновесие потока нефти с каждой из покоящихся жидкостей, которое нарушается при любом сколь угодно малом дополнительном увеличении дебита скважины. Вопрос заключается в том, для какого из отмеченных выше предельных случаев должно быть установлено ограничение на дебит скважины.

Ключевую роль в решении данной проблемы играет присущий исследуемому типу течений двойной критический режим, впервые выявленный в работе [3]. Суть этого режима заключается в том, что при некоторой устанавливаемой в ходе расчетов ординате H_* целевой скважины в случае превышения определенного и также вычисляемого значения дебита Q_* гидродинамическое равновесие потока нефти с покоящимися жидкостями нарушается одновременно на обеих подвижных границах. Таким образом, в рассматриваемой задаче дебит Q_* оказывается максимально достижимым.

Зная величину H_* , можно получить ответ на поставленный выше вопрос. В конкретном случае критический режим возникает на верхней или нижней подвижной границе в зависимости от того, расположена скважина соответственно выше или ниже ее положения в двойном критическом режиме.

Заметим, что подобные предельные режимы физически не реализуемы в силу их гидродинамической неустойчивости; тем не менее они играют важную роль при исследовании течений, определяя условия их реализации в соответствующей краевой задаче. При наличии в потоке двух подвижных границ двойной критический режим подлежит первоочередному расчету.

Что касается сравнения эксплуатационных возможностей трубчатых и щелевых скважин, то оно также осуществляется в рамках указанного предельного случая при $s = \infty$ и $r = 0$. В областях w и $1/w$ вершины S и R граничных разрезов выходят на оси ординат, совмещаясь соответственно с точками E и B (см. рис. 2, 5). В результате из области w выпадают оба полукруга, а из области $1/w$ — оба квадранта, заштрихованные в двух на-

правлениях. Соответствующие этому предельному случаю точки B, E, R, S , а в области z и точки C, G , заключены в кружки; подвижные границы в двойном критическом режиме представлены на рис. 1 штриховыми линиями.

Выражение (2) для функции $\omega(\zeta)$ сохраняется. В результате преобразований и исключения параметров M и f функция $1/w(\zeta)$ на различных участках границы (см. рис. 1, 3, 5) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{w} &= i \left(\frac{2}{\pi\rho_2} \operatorname{arctg} \sqrt{-\frac{c}{\zeta}} - \frac{2}{\pi\rho_1} \operatorname{arctg} \sqrt{-\frac{\zeta}{g}} \right) & (-\infty < \zeta \leq 0), \\ \frac{1}{w} &= i \frac{1}{\rho_2} - \frac{2}{\pi\rho_2} \operatorname{arth} \sqrt{\frac{\zeta}{c}} - \frac{2}{\pi\rho_1} \operatorname{arth} \sqrt{\frac{\zeta}{g}} & (0 \leq \zeta \leq c), \\ \frac{1}{w} &= -\frac{2}{\pi\rho_2} \operatorname{arth} \sqrt{\frac{\zeta}{c}} - \frac{2}{\pi\rho_1} \operatorname{arth} \sqrt{\frac{\zeta}{g}} & (c \leq \zeta \leq g), \\ \frac{1}{w} &= -i \frac{1}{\rho_1} - \frac{2}{\pi\rho_2} \operatorname{arth} \sqrt{\frac{\zeta}{c}} - \frac{2}{\pi\rho_1} \operatorname{arth} \sqrt{\frac{\zeta}{g}} & (g \leq \zeta < \infty). \end{aligned} \quad (5)$$

Расчет основных характеристик течения в двойном критическом режиме проводится при заданных значениях плотности ρ фильтрующей нефти, плотностей ρ_+, ρ_- жидкостей, покоящихся под кровлей и на подошве пласта, объемов V_+, V_- этих жидкостей и ширины l целевой скважины. Последний параметр в ходе расчетов варьируется с целью нахождения его значения l_* , при котором дебит скважины максимален. Именно по этой характеристике исследуемая схема сопоставляется со схемой трубчатой скважины [1], расчеты для которой проводятся при тех же значениях $\rho, \rho_+, \rho_-, V_+, V_-$.

Величины V_+, V_- вычисляются по формулам

$$V_+ = \int_g^\infty (1 - y_{EG}) \frac{dx_{EG}}{d\zeta} d\zeta, \quad V_- = \int_0^c y_{BC} \frac{dx_{BC}}{d\zeta} d\zeta. \quad (6)$$

Выражения для содержащихся в подынтегральных функциях координат точек подвижных границ EG и BC получаются в результате интегрирования в соответствующих пределах с использованием зависимостей (2), (5) уравнения

$$dz = (1/w) d\omega. \quad (7)$$

На основе уравнения (7) получаем также формулы для вычисления длины l отрезков AM и AN (см. рис. 1, 3):

$$\int_m^a x_{AM}(\zeta) d\zeta = l, \quad \int_a^n x_{AN}(\zeta) d\zeta = l. \quad (8)$$

При использовании третьей зависимости в (5) из равенства $w(1) = -Q$, задающего величину притока нефти к скважине справа, следует соотношение

$$\frac{1}{\pi\rho_2} \ln \frac{1 + \sqrt{c}}{1 - \sqrt{c}} + \frac{1}{\pi\rho_1} \ln \frac{1 + \sqrt{g}}{\sqrt{g} - 1} = \frac{1}{Q}. \quad (9)$$

На основе первой зависимости в (5) из условия $w(a) = 0$ получаем

$$\rho_1 \operatorname{arctg} \sqrt{-c/a} = \rho_2 \operatorname{arctg} \sqrt{-a/g}. \quad (10)$$

Соотношения (6), (8)–(10) образуют систему шести уравнений относительно дебита скважины Q и пяти неизвестных параметров отображения a, c, g, m, n . Для определения этих величин разработан вычислительный алгоритм, реализующий многоступенчатую итерационную процедуру, во внешнем цикле которой осуществляется численное решение второго уравнения в (6) относительно параметра c . При этом правая часть уравнения рассматривается как сложная функция указанного параметра. Для каждого значения c , задаваемого в интервале $(0, 1)$ при численном решении уравнения, параметр $g \in (1, \infty)$ определяется из первого уравнения в (6). Для найденных значений параметров c, g из уравнений (9), (10) определяются величина Q и параметр a , а из уравнений (8) вычисляются параметры m, n с последующим возвратом во внешний цикл, до тех пор пока все искомые параметры не будут вычислены с заданной точностью. Однозначная разрешимость уравнений (6), (8) обеспечивается монотонностью входящих в них функций, устанавливаемой численно.

При расчетах применяются многократно апробированные технологии, включающие циклические процедуры, численное решение трансцендентных уравнений относительно неизвестных параметров отображения, вычисление несобственных интегралов. Для контроля операций используются соотношения, фиксирующие замкнутость границы области фильтрации.

3. Сравнительный анализ процессов фильтрации к трубчатым и щелевым скважинам. Сравним результаты вычисления характеристик течения в двойном критическом режиме к трубчатым и щелевым скважинам при одних и тех же значениях плотностей ρ, ρ_+, ρ_- и объемов V_+, V_- . В случае трубчатой скважины эти параметры полностью определяют картину течения; в схеме притока к щелевой скважине существенную роль играет также ширина щели l . При малых значениях l характеристики исследуемого течения близки к соответствующим характеристикам в схеме притока к трубчатой скважине. Согласно результатам расчетов по мере увеличения l возрастает дебит щелевой скважины, к которой приближаются подвижные границы потока EG и BC . При конкретной комбинации перечисленных выше входных параметров увеличение l ограничено определенным значением l_* , при котором дебит скважины $Q_{щ}$ достигает максимума в принятой схеме течения.

В таблице приведены вычисленные для нескольких комбинаций определяющих параметров значения $l_*, Q_{щ}$ и дебит Q_T трубчатой скважины при $\rho = 0,8, \rho_- = 1$. Значение $\rho_+ = 0$ соответствует наличию над потоком нефти “газовой шапки”.

Одна из отраженных в таблице закономерностей течений к трубчатым и щелевым скважинам заключается в уменьшении их максимальной продуктивности при увеличении

Зависимость максимальной продуктивности щелевых и трубчатых скважин от физических параметров, определяющих течение

V_+	V_-	ρ_+	l_*	$Q_{щ}$	Q_T
0,01	0,02	0	0,1144	0,5563	0,5098
		0,4	0,2037	0,5625	0,4414
		0,6	0,3022	0,6100	0,3486
0,05	0,10	0	0,0408	0,1841	0,1810
		0,4	0,0816	0,1625	0,1544
		0,6	0,1401	0,1414	0,1209
0,10	0,20	0	0,0232	0,1038	0,1031
		0,4	0,0448	0,0880	0,0865
		0,6	0,0733	0,0713	0,0675

объемов приграничных жидкостей: вызванное таким увеличением приближение к скважине подвижных границ EG и BC уменьшает запас их гидродинамической устойчивости (см. таблицу и рис. 1).

Превышение максимально достижимого значения дебита целевых скважин $Q_{\text{ш}}$ над значением $Q_{\text{т}}$ для трубчатых скважин, существенное при малых объемах V_+ и V_- , по мере их увеличения постепенно сокращается. Среди вариантов, представленных в таблице, превышение оказывается наименьшим при $V_+ = 0,1$, $V_- = 0,2$, $\rho_+ = 0$. При увеличении объема подошвенной воды до $V_- = 0,6$ получены значения $Q_{\text{ш}} = 0,04694$; $Q_{\text{т}} = 0,04687$. При выбранном соотношении между объемами V_+ и V_- в двойном критическом режиме скважины располагаются в верхней половине пласта. Для двух отмеченных выше комбинаций входных параметров с $V_- = 0,2$; $0,6$ получено соответственно $H = 0,7320$; $0,8040$ (см. рис. 1). Значения H в потоке к трубчатой скважине близки к этим значениям.

Во всех сравниваемых вариантах подвижные границы в потоке к целевым скважинам приобретают бóльшую крутизну, чем в случае трубчатой скважины, а фиксированные объемы приграничных жидкостей сужаются в горизонтальном направлении и расширяются в вертикальном, что проявляется в уменьшении значений L_1 , L_2 и увеличении значений H_1 , H_2 . При $l = l_*$ подвижные границы, отделяющие поток нефти от покоящихся жидкостей, практически выходят на скважину.

Заключение. На основе построенного в работе точного решения краевой задачи о притоке нефти к целевой скважине при наличии в пласте жидкостей, имеющих иные плотности, разработан алгоритм расчета в двойном критическом режиме фильтрационных характеристик, по которым исследуемое течение сравнивается с описанным в работе [1] потоком к трубчатой скважине. Основной характеристикой, по которой проводится сравнение указанных схем течения, является дебит скважины. Для схемы целевой скважины в конкретных вариантах, определяемых плотностями фильтрующейся нефти и покоящихся приграничных жидкостей, а также объемами последних, рассчитывается максимальная ширина l_* скважины, при которой достигается ее наибольший дебит.

При $l > l_*$ течение не описывается решением, построенным в данной работе для двойного критического режима. Предварительные расчеты позволяют предположить, что при дальнейшем расширении скважины ее возрастающее воздействие на подвижные границы приведет к постепенному уменьшению максимально допустимого значения дебита скважины, по достижении которого наряду с нефтью в скважину начнут поступать иные жидкости со стороны кровли или подошвы пласта. Более обоснованные выводы могут быть сделаны только после проведения дополнительных исследований течения на основе приведенных в п. 1 зависимостей для общего случая.

Автор выражает благодарность Ю. И. Капранову, предложившему рассмотреть схему фильтрации нефти к целевой скважине и проявившему внимание к настоящей работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эмих В. Н. Фильтрация нефти к скважине при наличии в пласте иных жидкостей // Докл. АН. 2010. Т. 435, № 2. С. 199–204.
2. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977.
3. Эмих В. Н. Краевая задача о дренируемой кайме пресных вод и ее приложения // Прикл. математика и механика. 1996. Т. 60, вып. 3. С. 494–504.