

3. Адауров Г. А., Гольданский В. И. и др. Динамическое сжатие твердых веществ при сверхнизких начальных температурах.— Измер. техника, 1981, № 9.
4. Гемницкий И. П., Вайнберг М. А. и др. Получение пьезокерамики методом взрывного прессования.— Измер. техника, 1981, № 9.
5. Миндели Э. О., Мгеладзе З. И. и др. Влияние предварительного нагрева на упрочнение твердого сплава взрывом.— ФГВ, 1978, № 4.
6. Миндели Э. О., Чагелишвили Э. Ш. и др. Прессование порошка карбида вольфрама взрывом при высоких начальных температурах.— В кн.: II Всесоюз. школа-семинар по физике взрыва и применению взрыва в эксперименте. Новосибирск, 1980.
7. Миндели Э. О., Личели Г. П. и др. Влияние предварительного нагрева на процесс нанесения твердых частиц на плоские поверхности.— ФГВ, 1977, № 5.
8. Альшулер Л. В., Корнер Л. Б. и др. Нерегулярные режимы косоугольного столкновения ударных волн в твердых телах.— ЖЭТФ, 1961, т. 41, вып. 5.
9. Костюков Н. А., Ставер А. М. Косое столкновение ударных волн в пористых металлах.— В кн.: Труды III симп. по обработке металлов взрывом. Марианске Лазне, 1976.
10. Костюков Н. А. Влияние начальной плотности вещества на режим косоугольного столкновения ударных волн.— ПМТФ, 1977, № 3.
11. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г. Нестационарное взаимодействие ударных волн. М.: Наука, 1977.
12. Mitchel A. C. and van Thiel M. Effect of temperature on shock wave propagation in Cu — Zn alloys.— J. Appl. Phys., 1974, vol. 45, N 9.
13. Баум Ф. А., Орленко Л. П. и др. Физика взрыва. М.: Наука, 1975.
14. Herrmann W. Constitutive equation for the dynamic compaction of ductile porous materials.— J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, N 6.
15. Linde R. K., Seaman L. and Schmidt D. N. Shock response of porous copper, iron, tungsten and polyurethane.— J. Appl. Phys., 1972, vol. 43, N 2.
16. Баканова А. А., Дудолов И. П., Сузулов Ю. П. Ударная сжимаемость пористых вольфрама, меди и алюминия в области низких давлений.— ПМТФ, 1974, № 2.
17. Костюков Н. А. Критерий усиления косоугольной ударной волны с помощью слоя пористого вещества.— ФГВ, 1980, № 5.
18. Sternberg I. M., Piacesi D. Interaction of oblique detonation waves with iron.— Phys. Fluids, 1966, vol. 9, N 7.
19. Костюков Н. А. Особенности наклонного отражения от преграды ударных волн в порошках.— В кн.: Динамика сплошной среды. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1977, вып. 29.

Поступила 28/X 1983 г.

УДК 534.211 : 539.42 : 539.63

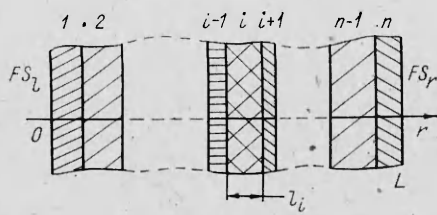
РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ (АКУСТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ)

И. Х. АХМАДЕЕВ, Р. Х. БОЛОТНОВА

(Уфа)

1. Введение. Ударное нагружение различных тел и конструкций, осуществляемое взрывом накладного заряда ВВ, метанием ударника или тепловым облучением длительностью $\sim 10^{-9}$ с, может привести к откольному разрушению нагружаемых тел вблизи свободных поверхностей, происходящему в фазе разгрузки под действием волны растяжения. Ослабить действие растягивающих напряжений и уменьшить опасность откольного разрушения можно применением специальных слоистых систем, в которых генерируемый ударный импульс на межслойных границах разделяется на ветвящуюся систему волн сжатия и разрежения. В настоящее время технологически возможно получение слоистых систем и конструкций из различного сорта материалов, например, сваркой взрывом металлических слоев, не свариваемых традиционными способами, вакуумным или детонационным насыщением конденсированных пленок, склеиванием ряда слоев и т. п. Вопросы прохождения ударных волн в слоистых системах рассматривались в [1] при исследовании влияния параметров соударяющихся слоев и прокладки на откольное разрушение, а в [2] и на качество сваренного шва между сопрягаемыми материалами при сварке взрывом. Анализ волновых процессов для двух- и трехслойных систем проводился в [3—5]. Детальный теоретико-экспериментальный анализ затухания ударных волн в слоистых материалах проведен в [6]. Распространение звуковых и электромагнитных волн в слоистых средах применительно к задачам геофизики рассмотрено в [7].

Цель данной работы — исследовать в акустическом приближении формирование волн напряжений в плоской слоистой среде при ударном нагружении и проанализировать возможность предотвращения откольного разрушения.



Ф и г. 1

2. Модель упругой слоистой среды.

Пусть слоистая среда состоит из n различных слоев. Схема такой среды длиной L в одномерном плоском случае представлена на фиг. 1. Каждый i -й слой среды ($i = 1, 2, \dots, n$) будем характеризовать истинной плотностью ρ_i^0 , динамической жесткостью $Z_i = \rho_i^0 a_i$ (a_i — продольная скорость звука в i -м слое) и длиной l_i ($L = \sum_{i=1}^n l_i$). Величину Z_i также называют

акустическим импедансом, связывая его с модулем упругости материала E_i ($a_i = \sqrt{E_i/\rho_i^0}$): $Z_i = \sqrt{E_i \rho_i^0}$. Границу между i -м и $(i+1)$ -м слоем обозначим через K_i . Будем рассматривать не очень сильные ударные нагрузки с тем, чтобы можно было ограничиться акустическим приближением, т. е. будем считать, что жесткость слоев Z_i не зависит от интенсивности проходящих волн, а значит, всюду выполняется условие $\rho_i^0 = \rho_{i0}^0$, $a_i = a_{i0}$, и тогда $Z_i = Z_{i0}$ (ρ_{i0}^0 , a_{i0} отвечают нормальным начальным условиям $p_0 = 0$, $T_0 = 300$ К). Предположим, что в результате ударного воздействия вдоль оси r в первом слое сформировался прямоугольный импульс сжатия J_1^I длительностью t^w . В дальнейшем при прохождении J_1^I по слоям за счет различия жесткостей слоев Z_i на границах K_i будут проходить множественные отражения, которые приводят к формированию отраженных J_i^R и проходящих J_{i+1}^T импульсов той же длительности t^w . В зависимости от соотношения жесткостей Z_i и Z_{i+1} , импульсы J_i^R и J_{i+1}^T могут быть как импульсами сжатия, так и растяжения. Если растягивающие напряжения в i -м слое будут превышать некоторое пороговое значение σ_i^* , характеризующее прочностные свойства на разрыв материала i -го слоя при динамическом воздействии, то внутри слоя возможно образование откольного разрушения либо практически мгновенно [8], либо с задержкой разрушения [9]. Будем полагать, что прочность на разрыв в каждом межслойном соединении K_i , которую обозначим через $\sigma_{i,i+1}^*$, достаточно высокая и, по крайней мере, не ниже прочности σ_i^* и σ_{i+1}^* прилегающих к K_i слоев. В случае, когда $\sigma_{i,i+1}^* < \sigma_i^*$, σ_{i+1}^* , разрушение будет происходить вдоль плоскости склейки слоев K_i .

Рассмотрим процесс прохождения прямоугольного импульса в слоистой среде (см. фиг. 1). В момент прохождения импульса напряжения J_i^I через границу раздела слоев K_i должны выполняться условия непрерывности напряжений σ и перемещений u слева и справа от границы K_i :

$$(2.1) \quad \sigma_i = \sigma_{i+1}, \quad u_i = u_{i+1} \quad (\text{для } i = 1, 2, \dots, n-1).$$

Выделяя падающий (J_i^I), отраженный (J_i^R) и проходящий (J_{i+1}^T) импульсы на границе K_i , условия сопряжения (2.1) можно представить в виде [10].

$$(2.2) \quad \sigma_i^I + \sigma_i^R = \sigma_{i+1}^T, \quad u_i^I + u_i^R = u_{i+1}^T.$$

Пусть перемещение u , а следовательно, и скорость v частиц среды в i -м слое описываются некоторой функцией φ от координат r и t :

$$(2.3) \quad [u_i = \varphi(r \pm a_i t), \quad v_i = \dot{u}_i = \pm a_i \varphi'(r \pm a_i t),$$

которая удовлетворяет уравнению движения

$$(2.4) \quad \rho_i^0 \partial^2 u_i / \partial r^2 = \partial \sigma_i / \partial r.$$

Имея в виду закон Гука ($\sigma_i = E_i \partial u_i / \partial r$), получим

$$(2.5) \quad \sigma_i = E_i \varphi'(r \pm a_i t) = \rho_i^0 a_i v_i = Z_i v_i.$$

После дифференцирования второго соотношения из (2.2) с учетом (2.5) и направления движения отраженного и проходящего импульсов имеем

$$(2.6) \quad (-\sigma_i^I + \sigma_i^R) / Z_i = \sigma_{i+1}^T / Z_{i+1}.$$

Из системы (2.2) и (2.6) сразу следует

$$(2.7) \quad \sigma_i^R = \sigma_i^I (Z_{i+1} - Z_i) / (Z_i + Z_{i+1}), \quad \sigma_{i+1}^T = \sigma_i^I 2Z_{i+1} / (Z_i + Z_{i+1}).$$

Аналогично можно найти зависимость для скоростей

$$(2.8) \quad v_i^R = v_i^I (Z_i - Z_{i+1}) / (Z_i + Z_{i+1}), \quad v_{i+1}^T = v_i^I 2Z_i / (Z_i + Z_{i+1}).$$

Анализ (2.7) и (2.8) дает возможность сформулировать следующий вывод. В зависимости от соотношений жесткостей Z_i и Z_{i+1} прохождение импульса J_i^I будет либо частично блокироваться при переходе в менее жесткую среду с увеличением скорости частиц v_i (в этом случае $\text{sgn } \sigma_i^R = -\text{sgn } \sigma_i^I$, а $|\sigma_{i+1}^T| < |\sigma_i^I|$, $v_{i+1}^T > v_i^I$), либо усиливаться с уменьшением скорости v_i при переходе в более жесткую среду (в этом случае $\text{sgn } \sigma_i^R = \text{sgn } \sigma_i^I$, а $|\sigma_{i+1}^T| > |\sigma_i^I|$, $v_{i+1}^T < v_i^I$). Эффект усиления массовой скорости частиц при выходе импульса в менее жесткую среду использовался в [11] для достижения больших скоростей метания пластины применением буферного слоя с меньшей жесткостью. Если жесткости в прилегающих слоях совпадают, то импульс J_i^I проходит через границу K_i без отражения:

$$(2.9) \quad \sigma_i^R = 0, \quad \sigma_{i+1}^T = \sigma_i^I, \quad v_i^R = 0, \quad v_{i+1}^T = v_i^I,$$

Когда контактная поверхность K_i представляет собой свободную поверхность FS (см. на фиг. 1 поверхность $K_n = FS_r$), то

$$(2.10) \quad \sigma_n^R = -\sigma_n^I, \quad \sigma_{r=L}^T = 0, \quad v_n^R = v_n^I, \quad v_{r=L}^T = 2v_n^I.$$

Если $(i+1)$ -й слой представляет собой абсолютно жесткую среду, то

$$(2.11) \quad \sigma_n^R = \sigma_n^I, \quad \sigma_{r=L}^T = 2\sigma_n^I, \quad v_n^R = -v_n^I, \quad v_{r=L}^T = 0.$$

Соотношения (2.10), (2.11) следуют из (2.7) и (2.8), в которых σ^T и v^T отвечают взаимодействию импульса с границей K_r при $r=L$ в течение времени t^w .

Уравнения (2.4) и (2.5) вместе с соответствующими начальными и граничными условиями полностью определяют движение импульса J_i^I в слоистой среде. Если из краевых условий задачи известны параметры импульса J_i^I , то для нахождения напряжений и скоростей частиц в слоях можно воспользоваться соотношениями (2.7), (2.8). Ниже будут рассмотрены несколько достаточно простых задач, решение которых дает возможность выявить основные закономерности, присущие формированию и взаимодействию волн напряжений в слоистых средах, и сделать ряд выводов, справедливых и в более сложных случаях. Эти задачи были выбраны для иллюстрации предлагаемой методики расчета, позволяющей решать не только прямые, но и обратные задачи о проектировании слоистых защит [1, 12] (определение жесткостей слоев Z_i и их толщин l_i).

3. Анализ волновых процессов в трехслойной пластине. Нагруженне однородной пластины импульсом сжатия J^I длительностью t^w , жесткость которой по всей длине L одинакова и равна Z , приводит к тому, что вблизи тальной свободной поверхности FS_r формируется импульс растяжения J^R с амплитудой $\sigma^R = -\sigma^I$. Если вместо однородного образца использовать многослойную пластину такой же длины $L = \sum_{i=1}^n l_i$ и так, чтобы жесткость $Z_1 = Z$, а последующие слои имели уменьшающиеся Z_i ($Z_i > Z_{i+1}$ для $i = 1, 2, \dots, n-1$), то формирующийся вблизи FS_r импульс растяжения будет иметь меньшую амплитуду за счет частичной блокировки проходящего импульса сжатия на каждой границе K_i . Амплитуду отраженного импульса растяжения σ_i^R на границе K_i в соответствии с (2.7) можно регулировать подбором жесткостей слоев Z_i . Для того чтобы отраженные импульсы растяжения J_i^R , движущиеся к свободной поверхности $K_0 = FS_l$, не догоняли друг друга (что приведет к наложению импульсов J_i^R и к усилению амплитуды результирующего импульса) и между ними была некоторая пауза t_i^p , необходимо выбрать достаточную длину слоев l_i из условия $2\Delta t_{i+1} \geq t^w$ ($t^w + t_i^p = 2\Delta t_{i+1}$, $\Delta t_{i+1} = l_{i+1}/a_{i+1}$). Если положить $\Delta t_{i+1} = t^w/2$, то в этом случае длина всей пластины L будет минимальной, а импульсы растяжения J_i^R будут двигаться вплотную друг за другом ($t_i^p = 0$). Рассмотрим детально процесс формирования и эволюции системы падающих, отраженных и проходящих импульсов в трехслойной пластине.

Задача 1. Пусть в результате ударного воздействия в первом слое трехслойной пластины длиной $L = \sum_{i=1}^3 l_i$ ($i=1, 2, 3$), жесткости слоев которой заданы и удовлетворяют условию $Z_1 > Z_2 > Z_3$, сформировался прямоугольный импульс сжатия J_1^I (см. на фиг. 2 момент времени t_1), и пусть для длин $l_i^w = a_i t^w$ падающего импульса

Таблица 1

Таблица 2

n	$\sigma_{12...n}^{IT...T}$	$\sigma_{12...nn(n-1)...1}^{IT...TRT...T}$	n	$\sigma_{12...n}^{IT...T}$	$\sigma_{12...nn(n-1)...1}^{IT...TRT...T}$	n	$\sigma_{12...n}^{IT...T}$	$\sigma_{12...nn(n-1)...1}^{IT...TRT...T}$
1	1	1	9	0,300	-0,807	1	1	1
2	0,777	-0,888	10	0,283	-0,805	2	0,666	-0,888
3	0,533	-0,853	20	0,200	-0,795	3	0,250	-0,563
4	0,457	-0,835	30	0,162	-0,792	4	0,063	-0,262
5	0,406	-0,825	40	0,140	-0,790	5	0,012	-0,095
6	0,369	-0,818	50	0,125	-0,789	6	0,001	-0,028
7	0,340	-0,814	60	0,114	-0,788			
8	0,318	-0,810						

Соотношения (3.1) и (3.2) легко обобщить для пластины, состоящей из n слоев. Для импульса, прошедшего из 1-го слоя в j -й слой ($1 \leq j \leq n$), а затем вернувшегося (отразившись от K_j) в i -й слой ($1 \leq i \leq j \leq n$), имеем

$$(3.3) \quad \sigma_{12...j}^{IT...T} = \sigma_1^I Z_1^{2(j-1)} Z_2 Z_3 \dots Z_j / [(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) \dots (Z_{j-1} + Z_j)],$$

$$\sigma_{12...j(j-1)...i}^{IT...TRT...T} = \sigma_1^I \frac{2^{2(j-i-1)} Z_2 Z_3 \dots Z_{i-1} Z_i^2 Z_{i+1}^2 \dots Z_{j-1}^2 Z_j (Z_{j+1} - Z_j)}{(Z_1 + Z_2) \dots (Z_{i-1} + Z_i) (Z_i + Z_{i+1})^2 \dots (Z_{j-1} + Z_j)^2 (Z_{j+1} + Z_j)}$$

Из (3.3) при $j = n$ и $i = 1$ получим

$$(3.4) \quad \sigma_{12...n}^{IT...T} = \sigma_1^I 2^{(n-1)} Z_1 Z_2 \dots Z_n / [(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) \dots (Z_{n-1} + Z_n)],$$

$$\sigma_{12...nn(n-1)...1}^{IT...TRT...T} = -\sigma_1^I 2^{2(n-1)} Z_1 Z_2^2 \dots Z_{n-1}^2 Z_n / [(Z_1 + Z_2)^2 \dots (Z_{n-1} + Z_n)^2].$$

Насколько же возможно ослабление импульса растяжения $J_{12...nn(n-1)...1}^{IT...TRT...T}$, реализуемого в многослойной пластине, по сравнению с импульсом растяжения J_{11}^{IR} в однородной пластине? Для ответа на этот вопрос рассмотрим два частных случая.

1. Пусть изменение жесткостей Z_i на каждом слое пластины постоянно и определяется по закону убывающей арифметической прогрессии $\Delta Z_i = \Delta Z = Z_1/n$, а $Z_{i+1} = Z_1 - i\Delta Z = Z_1(n-i)/n$, тогда из (3.4) следует

$$(3.5) \quad \sigma_{12...n}^{IT...T} = \sigma_1^I 2^{n-1} (n-1)! / [(2n-1)!],$$

$$\sigma_{12...nn(n-1)...1}^{IT...TRT...T} = -\sigma_1^I 2^{2(n-1)} n! (n-1)! / [(2n-1)!]^2.$$

В табл. 1 для разных n приведены значения коэффициентов ослабления напряжений относительно σ_1^I , вычисленных по (3.5). При больших n из (3.5), пользуясь формулой Стирлинга, можно получить

$$(3.6) \quad \sigma_{12...n}^{IT...T} \approx 0,5 \sigma_1^I \sqrt{\pi/(n-1)}, \quad \sigma_{12...nn(n-1)...1}^{IT...TRT...T} \approx -\sigma_1^I \pi n / 4(n-1).$$

Из (3.6) следует, что амплитуду импульса сжатия в многослойной пластине можно уменьшить в заданное число раз, а амплитуда импульса растяжения, вернувшегося в первый слой, при достаточно больших n равна $\approx -0,25\pi \sigma_1^I$ (см. данные табл. 1 при $n = 30, 40, 50$ и 60).

2. Рассмотрим другой частный случай, когда жесткости Z_i последующих слоев убывают по геометрической прогрессии со знаменателем $q = 1/n$, т. е. $Z_i = Z_1 q^{i-1}$. Тогда справедливо следующее:

$$(3.7) \quad \sigma_{12...n}^{IT...T} = \sigma_1^I [2/(n+1)]^{n-1}, \quad \sigma_{12...nn(n-1)...1}^{IT...TRT...T} = -\sigma_1^I (n [2/(n+1)]^2)^{n-1}.$$

В табл. 2 для разных n приведены значения коэффициентов ослабления напряжений, вычисленных по (3.7). Удовлетворить условию (3.7) нелегко, поскольку, например, последний в трехслойной пластине слой должен иметь $Z_3 \approx 10^{-1} Z_1$, а в пятислойной пластине $Z_5 \approx 10^{-3} Z_1$.

Задача 2 (задача проектирования). Пусть в трехслойной пластине первичные импульсы растяжения, последовательно возвращающиеся в первый слой от K_1, K_2 и K_3 , имеют одинаковую амплитуду, т. е.

$$(3.8) \quad \sigma_{11}^{IR} = \sigma_{1221}^{ITRT} = \sigma_{12321}^{ITTRTT} = \sigma^R.$$

Каким условиям в этом случае должны удовлетворять жесткости слоев Z_i ?

Таблица 3

Трехслойная пластина	1	2	3	Степень ветвления и характер импульсов напряжений
	$Z_2 = 0,666Z_1$ $Z_3 = 0,333Z_1$	$Z_2 = 0,5Z_1$ $Z_3 = 0,25Z_1$	$Z_2 = 0,354Z_1$ $Z_3 = 0,084Z_1$	
σ_1^I	1	1	1	Первичные импульсы сжатия
σ_{12}^{II}	0,800	0,500	0,523	
σ_{123}^{ITT}	0,533	0,250	0,199	
σ_{11}^{IR}	-0,200	-0,500	-0,477	Первичные импульсы растяжения
σ_{122}^{ITR}	-0,266	-0,250	-0,323	
σ_{1221}^{ITRT}	-0,320	-0,375	-0,477	
σ_{1233}^{ITTR}	-0,533	-0,250	-0,199	
σ_{12332}^{ITTRT}	-0,711	-0,375	-0,322	
σ_{123321}^{ITTRTT}	-0,853	-0,562	-0,477	
σ_{111}^{IRR}	0,200	0,500	0,477	Вторичные импульсы сжатия
σ_{12211}^{ITRTR}	0,320	0,375	0,477	
$\sigma_{1233211}^{ITTRTTR}$	0,853	0,562	0,477	
σ_{1222}^{ITRR}	-0,053	-0,125	-0,154	Вторичные импульсы растяжения
σ_{12223}^{ITRRT}	-0,035	-0,062	-0,059	
σ_{12333}^{ITTRR}	-0,177	-0,125	-0,123	
σ_{123322}^{ITTRTR}	-0,142	-0,187	-0,154	Третичные импульсы сжатия
σ_{12222}^{ITRRR}	0,017	0,062	0,095	
σ_{122221}^{ITRRRT}	0,021	0,093	0,141	

Из (3.3) для $i = 1$ и для $j = 1, 2, 3$ имеем

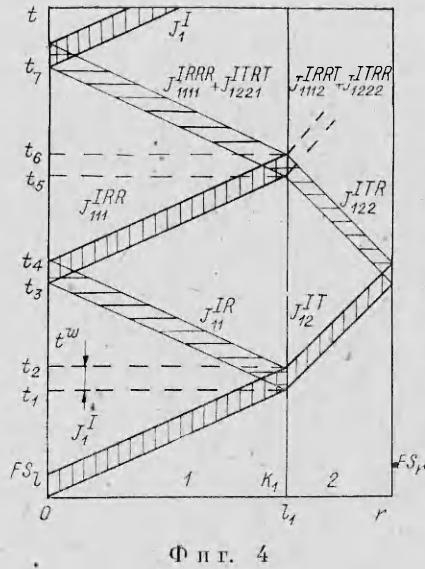
$$(3.9) \quad \sigma_{11}^{IR} = \sigma_1^I (Z_2 - Z_1) / (Z_1 + Z_2), \quad \sigma_{1221}^{ITRT} = \sigma_1^I 2^2 Z_1 Z_2 (Z_3 - Z_2) / [(Z_1 + Z_2)^2 (Z_2 + Z_3)],$$

$$\sigma_{123321}^{ITTRTT} = -\sigma_1^I 2^4 Z_1 Z_2 Z_3 / [(Z_1 + Z_2)^2 (Z_2 + Z_3)^2].$$

Решая совместно (3.8) и (3.9) относительно Z_2 и Z_3 , получим $Z_2 = 0,354 Z_1$, $Z_3 = 0,084 Z_1$, а $\sigma^R = -0,477 \sigma_1^I$, т. е. амплитуда импульсов растяжения, проходящих в первый слой, будет составлять 47,7% по сравнению с амплитудой входного импульса сжатия. При решении аналогичной задачи для четырехслойной пластины получены следующие соотношения жесткостей: $Z_2 = 0,426 Z_1$, $Z_3 = 0,151 Z_1$, $Z_4 = 0,036 Z_1$, а $\sigma^R = -0,4 \sigma_1^I$. Этот результат показывает, что подбором числа слоев пластины с заданными свойствами можно удовлетворить наперед заданному условию $\sigma_i^R < \sigma_i^*$ и предотвратить опасность откольного разрушения. В табл. 3 приведены коэффициенты ослабления первичных, вторичных и некоторых третичных импульсов напряжений для трехслойных пластин, в которых жесткости слоев, составляющих пластины, изменяются: 1) по закону убывающей арифметической прогрессии; 2) по закону убывающей геометрической прогрессии; 3) по закону, полученному при рассмотрении задачи 2. Анализ данных табл. 3 показывает, что наиболее равномерное и максимальное ослабление первичных импульсов растяжения имеет место для третьего случая. Вторичные и третичные импульсы растяжения малы, и их амплитуда не превышает 10—20% по сравнению с σ_1^I .

4. Двухслойная пластина. Ранее было отмечено, что при ударном нагружении слоистых пластин подбором длин слоев l_i можно добиться того, чтобы образующие вторичные импульсы сжатия ослабляли действие встречных растягивающих импульсов в каких-либо отдельных слоях или в местах соединений слоев. Рассмотрим следующую задачу.

Таблица 4



Фиг. 4

σ	σ/σ_1^I	
	$Z_1 > Z_2$	$Z_2 = 0,5 Z_1$
σ_{12}^{IT}	$2Z_2/(Z_1 + Z_2)$	0,666
σ_{11}^{IR}	$(Z_2 - Z_1)/(Z_1 + Z_2)$	-0,333
σ_{111}^{IRR}	$(Z_2 - Z_1)/(Z_1 + Z_2)$	0,333
σ_{122}^{ITR}	$-2Z_2/(Z_1 + Z_2)$	-0,666
σ_{1221}^{ITRT}	$-4Z_1Z_2/(Z_1 + Z_2)^2$	-0,888
σ_{1111}^{IRRR}	$-(Z_2 - Z_1)^2/(Z_1 + Z_2)^2$	-0,111
$\sigma_1^{\Sigma R}$	-1	-1
σ_{1222}^{ITRR}	$-2Z_2(Z_1 - Z_2)/(Z_1 + Z_2)^2$	-0,222
σ_{1112}^{ITRT}	$-2Z_2(Z_2 - Z_1)/(Z_1 + Z_2)^2$	0,222
$\sigma_2^{\Sigma R}$	0	0
$\sigma_{1,2}^s$	$2Z_2/(Z_1 + Z_2)$	0,666
$\sigma_{1,2}^R$	$-2Z_2/(Z_1 + Z_2)$	-0,666

Задача. Пусть ударно нагружается двухслойная пластина с $Z_1 > Z_2$ и длины слоев l_1 и l_2 подобраны так, что время прохождения импульса напряжений длительностью t^w в слоях одинаково, т. е. $\Delta t_1 = \Delta t_2$ ($\Delta t_i = l_i/a_i$, $i = 1, 2$). Кроме того, для определенности будем считать, что $t^w < \Delta t_1$. Какие растягивающие напряжения будут испытывать слои пластины и контактная граница K_1 ? Задачу можно сформулировать иначе, а именно: можно ли подбором l_1 и l_2 обеспечить минимально возможный уровень растягивающих напряжений на границе K_1 .

На фиг. 4 представлена $r-t$ диаграмма нагружения такой двухслойной пластины. При переходе через контактную поверхность импульс J_1^I разделяется на импульс сжатия J_{12}^{IT} и импульс растяжения J_{11}^{IR} (см. на фиг. 4 моменты времени t_1 и t_2 , импульсы сжатия и растяжения отмечены соответственно вертикальной и горизонтальной штриховкой). Импульс сжатия J_{12}^{IT} при отражении от K_2 трансформируется в импульс растяжения J_{122}^{ITR} , движущийся к поверхности K_1 . Импульс растяжения J_{11}^{IR} при отражении от K_0 преобразуется в импульс сжатия J_{111}^{IRR} , также движущийся к K_1 (см. моменты времени t_3 и t_4). Процесс взаимодействия импульсов J_{111}^{IRR} и J_{122}^{ITR} с границей K_1 начинается в момент t_5 и оканчивается в t_6 . Импульс сжатия J_{111}^{IRR} на K_1 расщепляется на проходящий импульс сжатия J_{1112}^{ITRR} и отраженный импульс растяжения J_{1111}^{IRRR} . Импульс растяжения J_{122}^{ITR} , проходя в первый слой, усиливается, преобразуясь в импульс J_{1221}^{ITRT} , а во второй слой отражается вторичный импульс растяжения J_{1222}^{ITRR} . В табл. 4 приведены коэффициенты ослабления напряжений импульсов через жесткости Z_1 и Z_2 и их числовые значения при $Z_2 = 0,5 Z_1$. Обратим внимание на следующее: при произвольных Z_1 и Z_2 сумма вторичных импульсов сжатия J_{1112}^{ITRR} и растяжения J_{1222}^{ITRR} , движущихся во втором слое, равна нулю (на фиг. 4 этот суммарный импульс показан штриховыми линиями); в то же время в первом слое сумма первичного импульса растяжения J_{1221}^{ITRT} и третичного импульса растяжения J_{1111}^{IRRR} равна импульсу растяжения с напряжением $\sigma_1^{\Sigma R} = -\sigma_1^I$, который начинает действовать с момента $t \geq t_5 + t^w/2$ (см. фиг. 4). В дальнейшем при отражении от свободной поверхности K_0 импульс $J_1^{\Sigma R}$ преобразуется в импульс сжатия и, начиная с момента t_7 , волновая картина будет аналогична рассмотренной. На границе склейки слоев K_1 от момента t_1 до t_2 в течение времени t^w будут действовать сжимающие напряжения с амплитудой $\sigma_{1,2}^s$, а от t_5 до t_6 на K_1 и в четырехугольнике близ K_1 будет действовать растягивающее напряжение $\sigma_{1,2}^R$. При иной геометрии двухслойной пластины, когда момент прохождения импульса сжатия через K_1 не совпадал бы с моментом прохождения импульса растяжения J_{122}^{ITR} , на контактной границе K_1 будет действовать растя-

гивающее напряжение $\sigma_{1,2}^R = \sigma_{1221}^{TRT}$ (см. табл. 4). По сравнению с однородной пластиной с $Z = Z_1$, в которой импульс растяжения с $\sigma_{11}^{TR} = -\sigma_1^I$ формируется у правой свободной поверхности пластины, в двухслойной пластине импульс растяжения с σ_1^{TR} формируется в первом слое близ контактной поверхности K_1 , и здесь же возможно образование откольного разрушения. Это важное обстоятельство дает возможность применять защитные слои не только с тыльной стороны нагружаемого образца [13], но и со стороны нагружения, при этом передний буферный слой должен иметь большую жесткость. Этот вывод соответствует данным, полученным в [1], при рассмотрении влияния расположения жесткой и мягкой прокладок на разрушение мишени. Отметим здесь также очень интересный экспериментальный факт разрушения близ контактной поверхности для контейнера из двух пластин из одинакового материала равной толщины, который приведен и обсуждается в [14]. Полное восстановление импульса растяжения с $\sigma_1^{TR} = -\sigma_1^I$ в первом слое возможно только для двухслойной пластины; пользуясь соотношениями (2.7)–(2.11) и схемой формирования волн напряжений (см. фиг. 3), нетрудно найти σ_1^{TR} для многослойной пластины при $n > 2$.

Акустический анализ, приведенный в данной работе, удобен (ввиду его достаточной простоты) для понимания и оперативного прогнозирования формирующейся волновой картины при ударном или взрывном нагружении многослойных пластин. Для более полного описания волновых процессов, происходящих в слоистых средах, необходимо привлекать упругопластические модели с использованием уравнений состояния материалов слоев, справедливых в широком диапазоне интенсивности ударных волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Качан М. С., Тришин Ю. А. Растягивающие напряжения в мишени при соударении твердых тел.— ПМТФ, 1977, № 4.
2. Качан М. С., Киселев Ю. В., Тришин Ю. А. Взаимодействие ударных волн с контактной границей соударяющихся тел.— ФГВ, 1975, № 5.
3. Лаптев В. И., Тришин Ю. А. Увеличение начальной скорости и давления при ударе по неоднородной преграде.— ПМТФ, 1974, № 6.
4. Забабахин Е. И. Ударные волны в слоистых системах.— ЖЭТФ, 1965, т. 49, вып. 2.
5. Козырев А. С., Костылева В. Е., Рязанов В. Т. Кумуляция ударных волн в слоистых средах.— ЖЭТФ, 1969, т. 56, вып. 2.
6. Нестеренко В. Ф., Фомин В. М., Ческидов П. А. Затухание сильных ударных волн в слоистых материалах.— ПМТФ, 1983, № 4.
7. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
8. Ахмадеев Н. Х., Нигматулин Р. И. Моделирование откольного разрушения при ударном деформировании. Анализ схемы мгновенного откола.— ПМТФ, 1981, № 3.
9. Ахмадеев Н. Х. Исследование откольного разрушения при ударном деформировании. Модель повреждаемой среды.— ПМТФ, 1983, № 4.
10. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982.
11. Балчан, Коуэн. Метод разгона плоских пластин до большой скорости.— Приб. для науч. исследований, 1964, № 8.
12. Энфинсен. Оптимальное проектирование многослойных конструкций.— ПМ, 1967, № 3.
13. Высокоскоростные ударные явления. М.: Мир, 1973.
14. Дерibas А. А., Захаренко И. Д. и др. Плоское соударение металлических пластин равной толщины.— ФГВ, 1983, № 5.

Поступила 7/ХII 1983 г.

УДК 624.073

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЛОСКОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ ДВУХСЛОЙНОГО ОСНОВАНИЯ

В. И. АВИЛКИН, Е. В. КОВАЛЕНКО

(Москва)

Приведен асимптотический анализ плоской контактной задачи теории упругости для двухслойного основания, позволяющий выбрать ту или иную модель верхнего, относительно тонкого слоя (покрытия), в зависимости от соотношения физико-механических и геометрических величин покрытия и ложеента (упругая полуплоскость).

1. Рассмотрим упругую полуплоскость ($y \leq 0$) с коэффициентом Пуассона ν_2 и модулем сдвига G_2 . Предположим, что на поверхности полуплоскости лежит относительно тонкий* слой $0 \leq y \leq h$ (ν_1, G_1), жестко соединенный с ней. Пусть в верхнюю

* Слой будем называть тонким, если безразмерный параметр $\lambda = ha^{-1} \ll 1$, где $2a$ — участок нагружения полосы.