

Рис. 4. Экспериментальные результаты по изменению скорости распространения пламени в полистирол-воздушной смеси с концентрацией (г/м³):

1 — 69; 2 — 115; 3 — 209.

Выполненное исследование наглядно иллюстрирует ярко выраженную у пылевоздушных (но несущественную у газовых) нестационарность распространения пламени на начальном участке, которая существенно облегчает подавление взрывов.

Поступила в редакцию
4/VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. О. М. Годес, К. К. Ионушас и др. ФГВ, 1973, 9, 2.
2. Р. И. Нигматуллин, П. В. Вайнштейн. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
3. М. А. Гуревич, Г. Е. Озерова, А. М. Степанов. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
4. Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин. Докл. АН СССР, 1971, 190.
5. О. М. Годес, А. Д. Гольцикер и др. Тез. докл. на III Всесоюзном симпозиуме по горению и взрыву. Черногоровка, 1971.
6. О. М. Годес, А. Д. Гольцикер и др. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
7. О. М. Годес, А. Д. Гольцикер, Я. Г. Горбульский. Докл. АН СССР, 1972, 205, 5.
8. R. H. Essenhigh, I. Graba. IX-th Symposium (International) on Combustion. N. Y.—London, 1963.
9. Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин. Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
10. M. A. Field, D. W. Gill a. o. Combustion of pulverized coal, Brit. Coal Utilis. Res. Assos., Leatherhead, 1967.
11. Г. М. Кассель, А. К. Дас-Гупта, С. Гурусвами. В сб. «Вопросы горения», вып. 1. М., ИЛ, 1953.
12. А. С. Ипполитов. ИФЖ, 1961, 4, 10.
13. Б. Е. Неймарк. Изв. ВТИ, 1948, 4; 1951, 10.

УДК 662.612.1

ПРЕДЕЛ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ МОНОФРАКЦИОННОЙ ГАЗОВЗВЕСИ

М. А. Гуревич, Г. Е. Озерова, А. М. Степанов

(Ленинград)

Теоретическому исследованию условий теплового взрыва в газозвеси частиц твердого горючего посвящены работы [1, 2]. В [1] получены и до конца проанализированы критические условия теплового взрыва (самовоспламенения) для случая полного перемешивания монофракционной газозвеси. В [2] такой анализ проделан для полифракционной взвеси.

В последнем разделе работы [1] рассмотрен для монофракционной газозвеси противоположный случай — тепловой взрыв в отсутствие перемешивания. Конечные выводы получены только для предельных случаев малой и большой концентрации частиц (размера слоя). Представляет интерес установить при каких параметрах задачи можно пользоваться полученными в [1] предельными соотношениями.

Как и в [1] рассматривается следующая упрощенная модель.

1. Химическая реакция идет только на поверхности частиц в соответствии с законом Аррениуса; выгорание не учитывается.

2. Тепло реакции отводится теплопроводностью по газу.

3. Концентрация частиц N , размер каждой из них d , плотность газа ρ , массовая доля окислителя в нем n , теплопроводность газа λ одинаковы во всех точках слоя.

Стационарное поле температур газа $T(x)$ определяется уравнением теплопроводности

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + N\pi d^2 \alpha (T_s - T) = 0 \quad (1)$$

и граничными условиями

$$\frac{dT}{dx}(0) = 0, \quad T\left(\frac{L}{2}\right) = T_L. \quad (2)$$

Здесь α — коэффициент теплоотдачи, L — толщина слоя. Температура частицы $T_s = T_s(x)$ связана с локальной температурой газа уравнением

$$qk\rho n \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right) + \alpha(T - T_s) = 0, \quad (3)$$

где q — теплота реакции на единицу массы окислителя; k, E — константы Аррениуса.

В традиционных переменных теории теплового взрыва (разложение функции Аррениуса по Франк-Каменецкому вблизи температуры среды T_L)

$$t = \frac{E(T - T_L)}{RT_L^2}, \quad \theta = \frac{E(T_s - T_L)}{RT_L^2}, \quad \eta = \frac{2x}{L}$$

задача (1), (2), (3) принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 t}{d\eta^2} &= -A(\theta - t) = -AQ, \\ \theta - t &= \delta e^\theta = Q, \\ \frac{dt}{d\eta}(0) &= 0, \quad t(1) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

и содержит два параметра $\delta = \frac{qk\rho n d E}{Nu \lambda R T_L^2} \exp\left(-\frac{E}{RT_L}\right)$, $A = \frac{N\alpha d^2 L^2 \pi}{4\lambda} = \frac{3 Nu}{2} \frac{\rho}{\rho_T} \left(\frac{L}{d}\right)^2 \mu$. Здесь μ — отношение масс твердого горючего и газа.

Эта задача похожа на задачу о тепловом взрыве в газе (первое из уравнений (4)), но отличается от нее тем, что функция $Q = Q(t)$ терпит разрыв в точке, где $\frac{dQ}{d\theta} = 1$ — на пределе воспламенения одиночной частицы.

Обозначим определяемую этим условием локальную температуру газа $t = t_n$. Разрыв функции $Q = Q(t)$ ведет к разрывному изменению поля температур. Напротив, разрывное изменение поля $t = t(\eta)$ ведет к разрывному изменению поля $\theta = \theta(\eta)$, хотя и нельзя наперед утверждать, что при этом будет выполнено условие воспламенения частиц $t \geq t_n$. В этом смысле нельзя признать удачной формулировку дилеммы, принятую в [1], — что исчезает раньше: стационарный тепловой режим каждой частицы или слоя в целом?

Критическими условиями теплового взрыва будем называть такие условия, при которых хотя бы в одной точке слоя становится невозможным низкотемпературное окисление частиц. Очевидно, что в условиях симметрии такой «контрольной» точкой служит точка $\eta = 0$, $t = t_0$.

Итак, критические условия теплового взрыва определяются соотношением параметров (A, δ) , при котором решение задачи (4) исчезает

и не может существовать вплоть до того, пока не будет выполнено условие $t_0 \geq t_n$. Если может быть найдено решение задачи при любом $t_0 \leq t_n$, условием теплового взрыва считается $t_0 = t_n$.

Решение задачи (4): $I(t_0, \delta) = \sqrt{A}$,

где

$$I = \int_0^{t_0} \left[2 \int_t^{t_0} Q(t) dt \right]^{-1/2} dt, \quad (5)$$

а Q есть функция параметра δ в соответствии со вторым уравнением (4). Для вычисления I удобно перейти к интегрированию по θ , воспользовавшись тем, что

$$dt = \left(1 - \frac{dQ}{d\theta} \right) d\theta = (1 - Q) d\theta \quad (6)$$

(получено дифференцированием второго уравнения (4)). Теперь интеграл (5) преобразуется к виду

$$I(\kappa, \delta) = \int_{\frac{\theta_L}{\kappa}}^1 \left(\frac{1}{\kappa \xi} - 1 \right) \left[(1 - \xi) \left(\frac{2}{\kappa} - 1 - \xi \right) \right]^{-1/2} d\xi, \quad (7)$$

где температура частиц на границах слоя θ_L задана равенством $\theta_L = \delta e^{\theta_L}$ и введен подлежащий вычислению ($I = \sqrt{A}$) параметр $\kappa = \delta e^{\theta_0}$. Заметим, что $\kappa = 1$ соответствует пределу воспламенения частицы (разрыву функции тепловыделения $Q = Q(t)$) в середине слоя.

Если при $(\delta_{кр}, \kappa_{кр})$ производная $\frac{d\delta}{d\kappa}$ меняет знак, то решение задачи существует только при $A < A_{кр}$, где $\sqrt{A_{кр}} = I(\kappa_{кр}, \delta_{кр})$. При $\kappa < 1$ связь между δ и κ непрерывна, и поэтому условие самовоспламенения слоя газозвеси: $\frac{d\delta}{d\kappa} = 0$. Последнее в точности совпадает с условием кризиса, оговоренным в других работах: например $\frac{dI}{dt_0} = 0$ [1] или $\frac{dI}{dc} = 0$ [3].

Интеграл (7) сводится к табличным и выражается через элементарные функции. Поэтому нахождение зависимости $\delta = \delta(\kappa)$ при произвольно выбранном значении A сводится к решению трансцендентного уравнения

$$I(\kappa, \delta) = \sqrt{A}. \quad (8)$$

Поскольку интересовались только критическими условиями воспламенения, вычисления производились в следующем порядке. Из (8) дифференцированием была выражена производная $\frac{d\delta}{d\kappa}$:

$$\frac{\kappa}{\delta} \frac{d\delta}{d\kappa} = \frac{1 - \kappa}{2 - \kappa} \left\{ 2 - \theta_L + \sqrt{\frac{(\kappa - \theta_L)(2 - \theta_L - \kappa)}{\kappa(2 - \kappa)}} \left[\ln(1 - \kappa) + \ln \frac{\theta_L}{\kappa} - \ln \left(2 - \kappa - \frac{\theta_L}{\kappa} + \sqrt{(2 - \kappa) \left(1 - \frac{\theta_L}{\kappa} \right) (2 - \kappa - \theta_L)} \right) \right] \right\}. \quad (9)$$

Задавшись значением $\kappa_{кр}$ ($0 < \kappa_{кр} < 1$), решением на ЭВМ трансцендентного уравнения $\frac{d\delta}{d\kappa} = 0$ (9) находили соответствующее значение $(\theta_L)_{кр}$.

Затем вычисляли $\delta_{кр} = (\theta_L e^{-\theta_L})_{кр}$. По записанному в явном виде равенству (8) вычислили $A_{кр}$. Результаты вычислений сведены в таблицу, а также показаны кривой ∞ на рис. 1 и обсуждаются ниже.

Конкретные расчеты были проделаны, начиная с $\kappa_{кр} \approx 1 - 10^{-3}$, чему соответствовало $A_{кр} \approx 10^{-2}$; при этом всегда удавалось получить решение.

Области $A \gg 1$ соответствует большая концентрация частиц горючего, толстый слой. Действительно, как получено в [1], в этой области

справедливо соотношение $A_{кр} \delta_{кр} \approx 0,88$. Отклонение $\varepsilon = \frac{0,88}{(A \delta_{кр})} - 1$ при $A=10$ составляет 26%, а при $A=100$ $\varepsilon=3,5\%$.

Область $A \ll 1$ — малая концентрация частиц, тонкий слой. Уже было сказано, что вопреки предсказаниям [1], даже при $\kappa_{кр}$ очень близких к единице удавалось найти $A_{кр}$. Это означает, что в численных расчетах не удалось обнаружить случаев, где кризис теплового режима обусловлен разрывом функции тепловыделения (воспламенением частиц). Кроме того, при $\kappa > \kappa_{кр}$ никогда не удавалось, найти решений с $\kappa \in (\kappa_{кр}, 1)$; это означает, что кризис теплового режима всегда влечет за собой воспламенение частиц взвешенных в газе частиц.

Покажем, что при любых $A \neq 0$ кризис теплового режима действительно достигается при $\kappa < 1$. Пользуясь формулой (9), рассмотрим

$\lim_{\kappa \rightarrow 1-0} \frac{d\delta}{d\kappa}$. Так как при $\kappa=1$ в (9) конечны все слагаемые в фигурных скобках, кроме $\ln(1-\kappa)$,

$$\lim_{\kappa \rightarrow 1-0} \frac{d\delta}{d\kappa} = \delta \lim_{\kappa \rightarrow 1-0} (1-\kappa) \ln(1-\kappa) = -0.$$

Производная $\frac{d\delta}{d\kappa}$ при $\kappa > 1 \approx 1$ отрицательна. Но поскольку она, очевидно, положительна при $\kappa \ll 1$ (т. е. при $\delta \ll \frac{1}{e}$), функция $\delta = \delta(\kappa)$ непрерывно имеет максимум при $\kappa < 1$. Это имеет место при любых A , кроме предельного случая $A=0$.

Поскольку условием воспламенения считается воспламенение частиц в середине слоя, можно ожидать более точных результатов, если с самого начала выполнить разложение Франк-Каменецкого не вблизи

$A_{кр}$	$\delta_{кр}$	$\kappa_{кр}$	$A_{кр}$	$\delta_{кр}$	$\kappa_{кр}$
0,12	0,349	0,991	4	0,135	0,437
0,16	0,343	0,983	10	0,070	0,245
0,25	0,331	0,963	25	0,0315	0,104
0,64	0,286	0,869	50	0,0168	0,055
1,00	0,255	0,788	100	0,0085	0,028

температуры газа на внешней границе слоя (наименьшей из характерных температур), а вблизи температуры частицы в середине слоя. Были выполнены соответствующие расчеты, которые, естественно, оказались несколько более громоздкими, чем в предыдущем случае. Столь же естественно получилось более простым исследование знака производной $\frac{d\delta}{d\kappa}$ вблизи $\kappa=1$. Значение $\delta_{кр}$ при заданном A получались несколько больше, но эта разница становилась заметной лишь при малых значениях параметра. Так, даже при $A=0,1$ она была немного меньше 10%.

Приближение сплошной среды. Уравнение (1) с очевидностью справедливо лишь в том случае, когда среднее расстояние между частицами много меньше толщины слоя: $N^{-1/3} \ll L$. Из этого неравенства и определения параметра A легко получается, что весь проведенный выше анализ

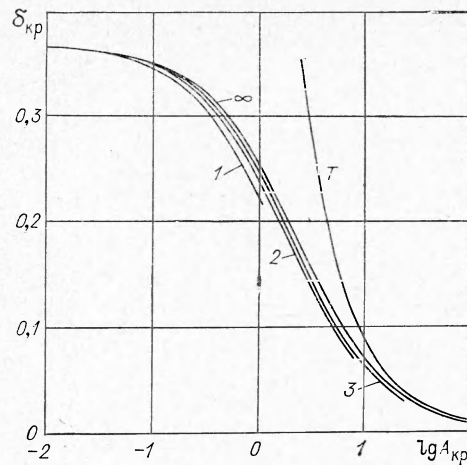


Рис. 1. Зависимость между параметрами δ и A на пределе самовоспламенения газовзвеси. Кривая T — расчет по формуле $(A\delta)_{кр} = 0,88$.

пригоден лишь тогда, когда

$$A \gg \left(\frac{\rho \mu}{\rho_T} \right)^{1/3}, \quad (10)$$

т. е. для заданного состава смеси лишь для достаточно больших значений параметра A .

Однако, в неравенстве (10) не оговорено, что именно означает значок «много больше» для расчета предела воспламенения с некоторой заданной точностью. Можно надеяться, что это ограничение окажется не слишком жестким. При малых A тепловыделение в слое мало, температуры газа в середине и на границе слоя различаются мало (в том числе и на пределе воспламенения) и не очень важны ошибки в расчете поля температур. Такая уверенность усиливается тем обстоятельством, что исходная задача (4) при $A=0$ естественно переходит в задачу о воспламенении одиночной частицы.

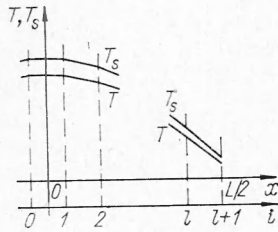


Рис. 2. Дискретная модель.

Для проверки описанные выше результаты сравнивались с решением следующей задачи. Внутри плоского слоя толщиной L (рис. 2) помещаются на равных расстояниях $H = \frac{L}{2l+1}$ $2l$ плоских тепловых источника, каждый с тепловыделением на единицу площади $g_0 = g_1, g_2, \dots, g_i, \dots, g_l$, зависящим от локальной температуры газа T_i . Уравнение теплового баланса для любых двух соседних слоев $(i-1, i)$ и $(i, i+1)$ записывается в виде

$$-\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{i-1,i} + g_i = -\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{i,i+1}$$

или

$$2T_i - T_{i-1} - T_{i+1} = \frac{Hg_i}{\lambda}. \quad (11)$$

Среднее тепловыделение g_i находилось из представления, что частицы во взвеси образуют кубическую решетку с периодом H . Тогда $\left(\frac{2l}{L}\right)^2$ — среднее число частиц на единицу поверхности и, следовательно,

$$g_i = \left(\frac{2l}{L}\right)^2 \alpha \pi d^2 (T_{si} - T_i). \quad (12)$$

Сохраняется уравнение теплового баланса частицы (3); учитывается, что концентрация частиц $N = \left(\frac{2l}{L}\right)^3$; используется разложение Франк-

Каменецкого; осуществляется переход к безразмерным переменным, принятым ранее; учитывается определение параметра A . После этих операций задача (3), (11), (12) сводится к решению системы трансцендентных уравнений

$$\left. \begin{aligned} 2t_i - t_{i-1} - t_{i+1} &= \frac{2A}{(2l+1)l} (\theta_i - t_i), \\ \theta_i - t_i &= \delta e^{\theta_i}, \quad i = 1, 2, \dots, l, \\ t_0 = t_1, \quad t_{l+1} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

которая совпадает с простейшей разностной схемой решения исходной задачи (4). Получается простое правило: приближение сплошной среды применимо до тех пор, пока простейшая разностная схема с шагом, примерно равным среднему расстоянию между частицами, дает удовлетворительное решение «сплошной» задачи.

Аналогично тому, как это делалось для «сплошной» задачи, исключим из уравнений (13) все t_i , тогда получим

$$2\theta_i - \theta_{i-1} - \theta_{i+1} = \delta \left\{ 2 \left[1 + \frac{A}{l(2l+1)} \right] e^{\theta_i} - e^{\theta_{i-1}} - e^{\theta_{i+1}} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, l; \quad (14)$$

$$\theta_0 = \theta_1, \quad \theta_{l+1} = \delta e^{\theta_{l+1}}.$$

Легко видеть, что для задачи о воспламенении газозвеси даже грубая дискретность не ведет к очень большим отклонениям. Если в (14) положить $l=1$ («две частицы на толщине слоя»), получается

$$\theta_1 = \left(1 + \frac{2}{3} A \right) \delta e^{\theta_1}, \quad \text{откуда} \quad \delta_{кр} = \frac{1}{\left(1 + \frac{2}{3} A \right) e}. \quad (15)$$

Это совпадает, конечно, с решением «сплошной» задачи при $A \rightarrow 0$, а при $A \gg 1$ также дает $A\delta_{кр} = \text{const}$, но произведение это равно 0,55 вместо 0,88. Соотношение (15) показано на рис. 1, 1. Кризис воспламенения для задачи (14) определяется условием $\frac{d\theta_i}{d\delta} = \infty$. Дифференцировав эту систему по δ , получим систему уравнений («точка» означает $\frac{d}{d\delta}$)

$$2 \left\{ 1 - \left[1 + \frac{A}{l(2l+1)} \right] \delta e^{\theta_i} \right\} \dot{\theta}_i - (1 - \delta e^{\theta_{i-1}}) \dot{\theta}_{i-1} - (1 - \delta e^{\theta_{i+1}}) \dot{\theta}_{i+1} = 0, \quad (16)$$

$$\dot{\theta}_0 = \dot{\theta}_1, \quad \dot{\theta}_{l+1} = 0$$

$i = 1, 2, \dots, l$

линейных относительно $\dot{\theta}_i$, с коэффициентами, зависящими от A , δ и всех θ_i . Все $\dot{\theta}_i$ обращаются в бесконечность, если определитель однородной системы (16) Δ_i равен нулю.

Условие

$$\Delta_i = 0 \quad (17)$$

дополняет систему (14) и позволяет вычислить искомую связь $\delta_{кр} = \delta_{кр}(A)$. На рис. 1 номер кривой совпадает с принятым для ее расчета числом l («числом частиц на толщине полуслоя»). Видно, что уже при небольшом числе интервалов $2l+1$ решение задачи (14), (17) практически совпадает с решением исходной задачи (4). Это означает, что ограничения, налагаемые возможностью использовать приближение сплошной среды для рассматриваемой здесь задачи практически несущественны.

При оценке расхождений, получаемых для величины $\delta_{кр}$ при различных приближениях, следует учитывать и тот очевидный факт, что сравнительно большим изменениям $\delta_{кр}$ соответствуют весьма малые изменения предельной температуры среды, так как

$$\frac{d\delta}{\delta} \approx \frac{E}{RT_L} \cdot \frac{dT_L}{T_L}.$$

Последнее означает, что с точки зрения практических возможностей контроля и регулировки температуры редко существенно точное вычисление $\delta_{кр}$, важна, скорее, приближенная его оценка.

Поступила в редакцию
25/IV 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин. ФГВ, 1969, 5, 1.
2. М. А. Гуревич, Г. Е. Озерова, А. М. Степанов. ФГВ, 1971, 7, 1.
3. М. А. Гуревич, Б. И. Сотниченко. Сб. «Тепло- и массоперенос». Т. 4. Минск, «Наука и техника», 1966, стр. 197.