

УДК 532.593+532.529+532.528+532.787+550.3

ДИНАМИКА “КОЛЛЕКТИВНОГО” ПУЗЫРЬКА В ПОТОКЕ РАСПЛАВА МАГМЫ ЗА ФРОНТОМ ВОЛНЫ ДЕКОМПРЕССИИ

В. К. Кедринский

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: kedr@hydro.nsc.ru

Выполнен численный анализ особенностей динамики структуры волнового поля и роста “коллективного” пузырька за фронтом волны декомпрессии в “лагранжевом” сечении сформировавшейся зоны кавитации. Рассмотрены два случая, когда диффузия растворенного газа из расплава в зародыши кавитации отсутствует и когда диффузионный поток обеспечивает увеличение массы газа в пузырьках. Показано, что в первом случае формируется практически гладкий фронт волны декомпрессии шириной около 100 м, на котором при переходе через фронт насыщения зоны кавитации зародышами возникают незначительные возмущения. В случае диффузионного процесса при переходе через фронт насыщения состояние расплава принципиально меняется: в окрестности свободной поверхности наблюдаются скачки массовой скорости и вязкости, давление в “коллективном” кавитационном пузырьке в течение достаточно продолжительного промежутка времени не меняется, несмотря на его рост и интенсивную диффузию газа из расплава. Предполагается, что начиная с этого временного интервала диффузионный процесс (а следовательно, и вязкость), по сути, определяют динамику роста кавитационных пузырьков. Показано, что вблизи свободной поверхности формируется скачок давления.

Ключевые слова: волна декомпрессии, структура поля, диффузия, динамика пузырька, фронт насыщения.

Введение. Нестационарные высокоскоростные течения, формирующиеся в результате декомпрессии статически сжатой до высоких давлений магмы, насыщенной газом и кристаллитами, и сопровождающиеся фазовыми переходами, определяют динамику и структуру извержений вулканических систем взрывного типа. Естественно, динамика состояния потока магмы в канале вулкана [1–4], возможные механизмы его разрушения с образованием облаков пепла [5], влияние пузырьковой нуклеации на реологию расплава [6], роль диффузионного роста кавитационных пузырьков [7, 8] неоднократно исследовались в рамках различных математических моделей и экспериментальных постановок. Однако такого рода исследования, особенно при экспериментальном моделировании, часто сводятся к анализу лишь некоторых характеристик состояния магмы без учета их связи с многопараметрическим процессом извержения. Поэтому математическая модель с полной системой уравнений кинетики, описывающая формирование волны декомпрессии и многофазного состояния расплава магмы за ее фронтом, незаменима при анализе взаимозависимых процессов, сопровождающих извержение. Принципиальным оказывается вопрос об адекватности

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 09-01-00500а), а также в рамках Интеграционного проекта СО РАН № 59, Программы Президиума РАН № 12.12 и гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (№ НШ-5770.2010.1).

постановки задачи природным условиям, определяющим состояние вулканической системы взрывного типа до извержения. Как показано в [9], ряд таких вулканических систем можно представлять в виде гидродинамической ударной трубки Гласса — Хьюкрота [10], а процесс декомпрессии сильно сжатого расплава описывать в рамках задачи о распаде произвольного разрыва.

Исследования одномерной динамики состояния кавитирующего расплава магмы, выполненные с использованием многофазной модели [11], показали, что важную роль в кинетике процесса играет динамика кавитационных пузырьков на начальном этапе формирования многофазного состояния расплава. При этом динамика пузырька в кавитирующем расплаве, очевидно, имеет “коллективный” характер и зависит от многих динамических характеристик, в частности от возрастающей амплитуды скачка разгрузки $\Delta p(t)$ во фронте волны декомпрессии и частоты нуклеации зародышей кавитации $J = J^* \exp(-W^*/(k_B T))$, которая по мере формирования фронта волны декомпрессии возрастает за счет уменьшения работы $W^* = 16\pi\sigma^3/(3\Delta p^2)$, затрачиваемой на образование ядер критического размера (σ — поверхностное натяжение; k_B — постоянная Больцмана; T — температура расплава). Это означает, что на всем интервале времени в зоне за фронтом волны декомпрессии за счет диффузии растворенного газа из расплава происходит формирование зародышей (и как следствие увеличение их плотности в единице объема кавитирующей магмы) и увеличение массы газа в кавитационных пузырьках:

$$\frac{dm_g}{dt} = 4\pi R^2 \rho D \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_R = 4\pi R \rho D (C_i - C^{eq}(p_g)).$$

Здесь C — концентрация газа в расплаве, зависящая от радиальной координаты r с началом в центре пузырька; C_i , C^{eq} — равновесные концентрации газа, растворенного в расплаве (при начальном давлении p_i) и пузырьке (при давлении газа p_g) соответственно; D — коэффициент диффузии; ρ — плотность расплава; m_g — масса газа в пузырьке; R — радиус пузырька.

Среди указанных выше динамических характеристик особую роль играет объемная вязкость расплава $\mu = \mu^* \exp[E_\mu(C)/(k_B T)]$, которая является функцией концентрации C растворенного в нем газа и резко возрастает в результате потери этого газа $E_\mu(C) = E_\mu^*(1 - k_\mu C)$, обусловленной процессом диффузии (E_μ^* , k_μ — энергия активации и эмпирический коэффициент соответственно; индекс “*” соответствует “сухой” магме). Нетрудно заметить, что при постановке задачи о динамике одиночного пузырька в магме система, включающая уравнение диффузии, уравнение состояния газа $4\pi p_g R^3/3 = m_g k_B T/M$ и уравнение Рэлея $R\ddot{R} + 3\dot{R}^2/2 = [p_g(R) - p]/\rho - 4\mu\dot{R}/(\rho R)$, остается незамкнутой: неизвестна динамика таких характеристик, как концентрация растворенного в расплаве газа, вязкость расплава и давление p в окрестности пузырька, которые в свою очередь зависят от кавитационного процесса. Все эти процессы оказываются самосогласованными, поэтому динамика “коллективного” пузырька должна рассматриваться в зависимости от динамики состояния магмы за фронтом волны декомпрессии.

Целью данной работы является анализ особенностей процесса непрерывного роста “коллективного” кавитационного пузырька с увеличивающейся массой газа в поле волны декомпрессии в “лагранжевом” сечении сформировавшейся кавитационной зоны и, в частности, той его стадии, на которой динамика состояния пузырька определяется в основном диффузией и возросшей на несколько порядков вязкостью окружающего его кристаллизующегося расплава магмы.

Динамика насыщения кавитационной зоны зародышами. Динамика состояния магмы в волнах декомпрессии в поле силы тяжести исследовалась в рамках математической модели механики многофазных сред. Модель включает систему уравнений Иорданского — Когарко — ван Вингаардена для средних давления, плотности и массовой скорости,

в которую входят уравнение Навье — Стокса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right),$$

уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} = 0,$$

уравнения кинетики для частоты нуклеации и зависимости вязкости от концентрации C растворенного газа, а также уравнения состояния

$$p = B \left[\left(\frac{\rho}{(1-k)\rho_{l0}} \right)^n - 1 \right]$$

для пузырьковой смеси и газа, уравнение Рэлея, уравнения диффузии и температуры

$$\frac{dT}{dt} = \operatorname{Ku} \frac{dX}{dt} - \frac{4\pi}{3} \operatorname{Ku}' N_b z_0^3 \frac{dm_g}{dt},$$

уравнения динамики кристаллитов и их объема соответственно:

$$v_{cr} = \Delta T,$$

$$X = \frac{4\pi}{3} N_{cr} v_{cr0}^3 t_0^3 \left(\int_0^t v_{cr} d\tau \right)^3.$$

Здесь v_{cr0} , t_0 , z_0 — характерные параметры скорости, времени и линейного размера соответственно; Ku , Ku' — числа Кутателадзе в случаях кристаллизации и десорбции соответственно; B , n — константы; N_{cr} — плотность кристаллитов в объеме; ρ_{l0} — начальная плотность жидкого компонента.

Используется понятие толщины диффузионного слоя r_d вокруг зародыша кавитации радиусом R , в котором частота нуклеации существенно меньше, чем вдали от зародыша, и, следовательно, диффузионный процесс в слое “направлен” преимущественно на увеличение массы газа в пузырьках. Вводятся параметр $\chi = r_d/R$, объем диффузионного слоя $V_D = 4\pi(\chi^3 - 1)R^3/3$, относительный объем, занятый диффузионными слоями,

$X_D = 1 - \exp\left(-\int_0^\tau J(t')V_D(t-t')dt'\right)$, условие завершения нуклеации $X_D \rightarrow 1$ и плот-

ность насыщения зоны ядрами кавитации $N_b = \int_0^\tau J(t')(1 - X_D(t'))dt'$. Физическая модель

диффузионного слоя позволяет “управлять” диффузионными потоками путем изменения параметра χ , а также фиксировать по порядку величины конечную плотность насыщения расплава кавитационными зародышами, сопоставляя эти значения с оценкой плотности числа (по массовой концентрации растворенного газа) потенциальных ядер кавитации в расплаве, имеющей порядок 10^{27} м^{-3} , и оценкой их конечного числа по плотности пор в образцах лавы, равной $10^{10} \div 10^{12} \text{ м}^{-3}$.

Численный анализ показал, что плотность насыщения кавитационной зоны ядрами кавитации и начальные скачки радиусов кавитационных пузырьков зависят от заданной ширины диффузионного слоя. Действительно, с увеличением толщины диффузионного слоя в интервале $\chi = 5 \div 50$ плотность насыщения зоны кавитационными зародышами N_b уменьшается: при $\chi = 5, 10, 50$ $N_b = 5 \cdot 10^{10}, 5 \cdot 10^9, 8 \cdot 10^7 \text{ м}^{-3}$ соответственно (значения N_b приведены с точностью до порядка). Кроме того, с увеличением толщины диффузионного

Динамика насыщения расплава кавитационными зародышами

| t , мс | N_b , м^{-3} | t , мс | N_b , м^{-3} |
|----------|-------------------------|----------|--------------------------|
| 23 | $10^{-7} \div 1$ | 27 | $1 \div 10^6$ |
| 24 | $10^{-3} \div 1$ | 28 | $1 \div 5 \cdot 10^8$ |
| 25 | $1 \div 3$ | 29 | $1 \div 5 \cdot 10^{10}$ |
| 26 | $1 \div 8 \cdot 10^3$ | | |

слоя в том же интервале χ за тот же период времени (приблизительно 30 мс) начальные размеры пузырьков также уменьшаются и в окрестности свободной поверхности оказываются равными 10,00, 6,25 и 1,25 мкм при $\chi = 5, 10, 50$ соответственно.

Динамика структуры волнового поля, процесс формирования зоны кавитации и основные характеристики состояния расплава исследовались в рамках постановки задачи о распаде произвольного разрыва на контактной границе между сжатой под высоким давлением магмой, лавовой пробкой и открытым в атмосферу каналом. При разрушении пробки вдоль столба магматического расплава (начальная высота $H = 1$ км) в направлении очага вулкана распространяется волна декомпрессии, структура которой формируется по мере развития процессов нуклеации в насыщенном растворенным газом расплаве. Расчеты проводились при следующих начальных условиях: давление в очаге вулкана $p_{ch} = 170$ МПа, температура $T = 1150$ К, начальная плотность расплава магмы $\rho_0 = 2300$ кг/м³, начальное значение массовой доли растворенного газа $C_0 = 5,7$ %. Распределение основных параметров вдоль столба определяется силой тяжести. Численный анализ проводился при значении $\chi = 5$.

Кавитационный пузырек при постоянной массе газа. Чтобы оценить роль диффузионных процессов в динамике состояния кавитирующей магмы и волнового поля, исследование целесообразно начать (в отличие от принятой в [12] модели), задав условие, “запрещающее” диффузию растворенного в магме газа из диффузионного слоя в “собственные” зародыши кавитации после их возникновения. Несмотря на то что частота нуклеации J возрастает по экспоненциальному закону, ее значение на начальной стадии формирования фронта волны декомпрессии несущественно, так как показатель экспоненты обратно пропорционален квадрату перепада давления на фронте. Поэтому расчет процесса нуклеации начинался с момента времени, когда давление на фронте падало на 60 МПа. В этот момент (через $22 \div 23$ мс после распада разрыва) для растворенного в расплаве газа мгновенно “включалось” условие пересыщения и начинался диффузионный процесс. На графиках $p_g(t)$ и $p(t)$ (рис. 2, 3, 6, 7) этот процесс задержки выделен пунктиром и, по сути, означает, что процесс нуклеации запускается сразу с высокой частотой J (см. выражение для работы W^* на с. 42).

В таблице представлена зависимость плотности насыщения зародышами зоны кавитации в сечении, расположенном в окрестности свободной поверхности столба магмы, от времени. Следует отметить, что полное насыщение наступает приблизительно через 29 мс, плотность насыщения достигает значения $N_b \approx 5 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}$. Заметим также, что по мере движения фронта волны декомпрессии зона насыщения зародышами непрерывно увеличивается.

На рис. 1, 2 для момента времени $t = 0,25$ с представлены распределения основных характеристик состояния магмы в “лагранжевом” сечении ($z = 900$ м): профили давления на фронте волны декомпрессии $p(z)$ и массовой скорости $U(z)$; динамика давления $p_g(t)$ и концентрации $C_g(t)$ газа внутри “коллективного” кавитационного пузырька; распределение плотности насыщения $N_b(z)$ зоны кавитационными пузырьками и распределение в этой зоне их радиусов; динамика радиуса “коллективного” пузырька $R_b(t)$ и вязкости $\mu(t)$ расплава. Понятие “коллективного” пузырька связано с усреднением в соответствующем

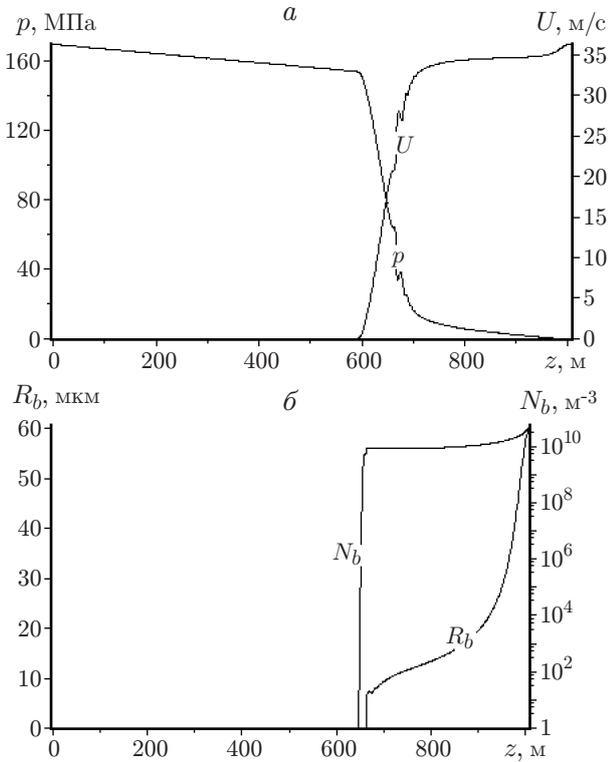


Рис. 1

Рис. 1. Распределения основных характеристик состояния магмы в “лагранжевом” сечении:

a — давление на фронте волны декомпрессии $p(z)$ и массовая скорость $U(z)$; b — концентрация зародышей кавитации $N_b(z)$ и радиус пузырьков $R_b(z)$

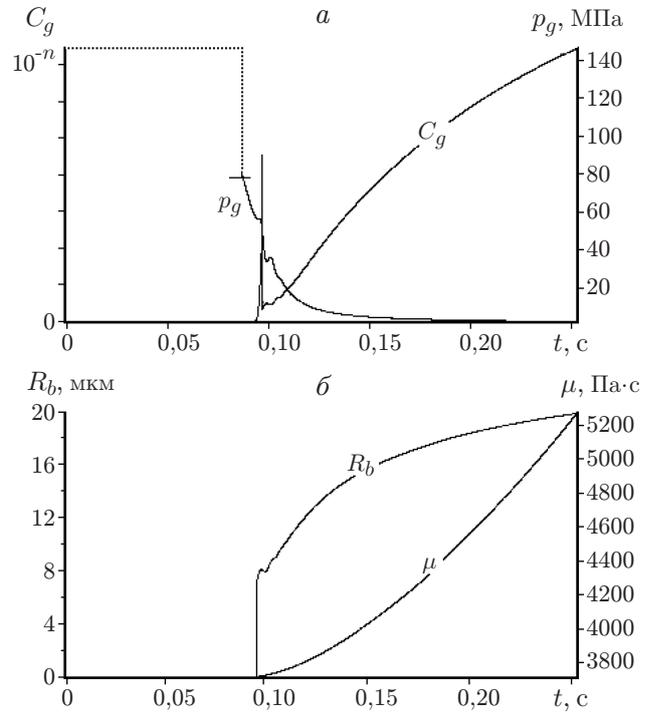


Рис. 2

Рис. 2. Динамика состояния магмы в “лагранжевом” сечении:

a — давление $p_g(t)$ и концентрация $C_g(t)$ газа в пузырьке; b — радиус пузырька $R_b(t)$ и вязкость расплава $\mu(t)$

сечении размеров, давления и концентрации газа, оказавшегося в пузырьках в момент фазового перехода, по мере роста плотности насыщения N_b .

На рис. 1, a видно, что через 0,25 с после начала распространения волны декомпрессии подножие фронта волны p приближается к отметке $z = 600$ м, ширина фронта составляет приблизительно 100 м, поле массовых скоростей практически однородно (в среднем $U \approx 35$ м/с) с незначительным положительным градиентом в окрестности свободной поверхности. К моменту времени $t = 0,25$ с фронт волны декомпрессии $p(z)$ является практически сформировавшимся (см. рис. 1, a), фронт зоны насыщения зародышами (амплитуда фронта приближенно равна 10^{10} м^{-3}) зафиксирован на глубине около 650 м (см. рис. 1, b). При этом согласно расчетным данным распределение плотности зародышей $N_b(z)$ при $z \geq 800$ м имеет положительный градиент в направлении к свободной поверхности, в окрестности которой $N_b \approx 6 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}$ (см. рис. 1, b). Нетрудно заметить, что в этой же области ($z \approx 800 \div 1000$ м) наблюдается значительное падение давления на фронте волны декомпрессии и как следствие четко выраженный градиент в распределении радиуса “коллективного” пузырька $R_b(z)$.

На рис. 2, a показана динамика давления газа $p_g(t)$ в пузырьке в “лагранжевом” сечении $z = 900$ м (сплошная линия) с момента образования зародыша. Согласно расчету

процесс насыщения сечения зародышами имеет экспоненциальный характер и происходит в течение приблизительно 6 мс. Однако период формирования фронта полной нуклеации, в течение которого, по сути, осуществляется основной процесс накопления зародышей (от 10^8 до 10^{10} м^{-3}), составляет приблизительно 1 мс. Как показал расчет, в этом миллисекундном интервале в “лагранжевом” сечении при плотности насыщения, близкой к максимальному значению, наблюдается резкий рост концентрации газа C_g (см. скачок функции $C_g(t)$ на рис. 2,а), обусловленный формированием зародышей, который заканчивается одновременно с завершением формирования фронта насыщения зоны зародышами. В этот момент по известному значению N_b проводится усреднение по радиусам пузырьков и давлению газа, оказавшегося в них в результате фазового перехода. Процесс усреднения завершается образованием “коллективного” пузырька с начальным радиусом, приближенно равным 8 мкм (см. скачок функции $R_b(t)$ при $t \approx 0,094$ с на рис. 2,б).

Расчет показал, что поведение давления газа $p_g(t)$ (см. рис. 2,а) сначала в одиночном, а затем и в “коллективном” пузырьке определяется динамикой среднего волнового поля в окрестности пузырька и влиянием вязкости $\mu(t)$ окружающего его расплава. Заметим, что, несмотря на очень незначительную потерю растворенного в расплаве газа, его вязкость $\mu(t)$ в рассматриваемом сечении является характеристикой, чувствительной к этому процессу: в данном интервале она возросла с 3700 до 5300 Па·с (см. рис. 2,б). Как и следовало ожидать, в рамках принятого “запрета”, в соответствии с которым растворенный в расплаве газ в результате диффузии расходуется только на формирование зародышей, значение концентрации газа $C_g(t)$ в “коллективном” пузырьке очень мало ($n \geq 4$) (см. рис. 2,а) по сравнению с концентрацией растворенного в расплаве газа даже в том случае, если за время насыщения данного сечения плотность числа зародышей достигает значения порядка 10^{10} м^{-3} . Поэтому концентрация газа в пузырьке практически не оказывает влияния на его динамику, а последующее увеличение массовой концентрации газа $C_g(t)$ в сечении (см. рис. 2,а) определяется продолжающимся в диффузионной зоне слабоинтенсивным процессом нуклеации и ростом плотности зародышей $N_b(z)$.

На рис. 3 показана динамика различных характеристик в “лагранжевом” сечении в интервале времени $t = 0,0875 \div 0,1200$ с (на временной оси имеется разрыв, что позволяет представить расчетные данные на ранней стадии процесса). Из рис. 3,а следует, что в момент времени $t \approx 0,0875$ с за формирующимся фронтом волны декомпрессии $p(t)$ в

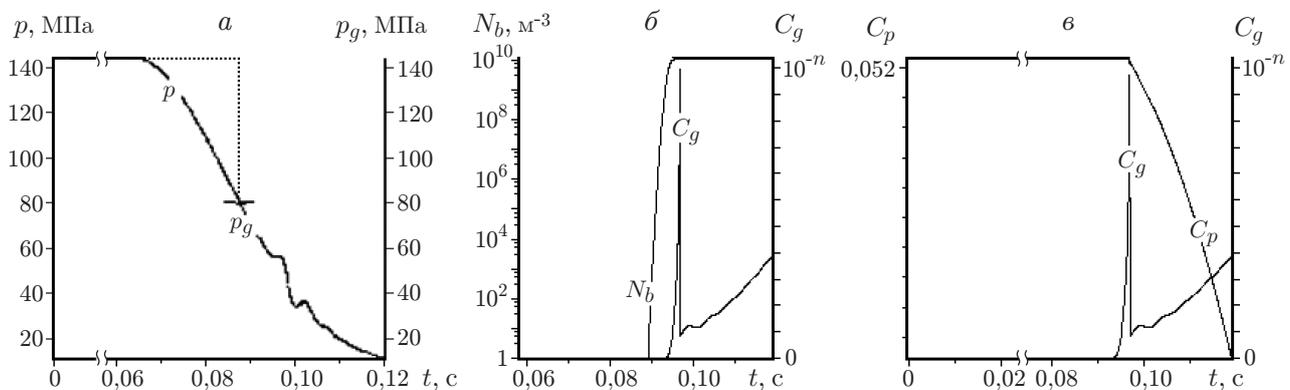


Рис. 3. Динамика состояния магмы в “лагранжевом” сечении:

а — давление в пузырьке $p_g(t)$ и в расплаве $p(t)$; б — плотность насыщения “лагранжева” сечения зародышами $N_b(t)$ и концентрация газа в пузырьке $C_g(t)$; в — концентрация газа в пузырьке $C_g(t)$ и в расплаве $C_p(t)$

“лагранжевом” сечении начинается фазовый переход (давление p_g резко уменьшается со 144 до 84 МПа) и соответственно процесс нуклеации. В момент времени $t \approx 0,0925$ с плотность насыщения зоны зародышами достигает значения, несколько превышающего значение $N_b = 10^{10} \text{ м}^{-3}$, при $t \approx 0,094$ с регистрируется скачок функции $C_g(t)$ (см. рис. 3,б). На рис. 3,в представлены зависимости от времени массовых концентраций газа $C_g(t)$ в “лагранжевом” сечении и $C_p(t)$ в расплаве. Несмотря на то что приведенные зависимости имеют качественный характер, их корреляция очевидна.

Влияние диффузии: состояние магмы и динамика “коллективного” пузырька с возрастающей массой газа. На рис. 4 представлены результаты расчета динамики давления и массовой скорости в расплаве магмы с учетом роста массы газа в пузырьках за счет диффузии растворенного газа из расплава. Видно, что профили среднего давления и массовой скорости в расплаве существенно отличаются от представленных на рис. 1,а. В частности, за фронтом волны декомпрессии на участке столба магмы длиной около 300 м ($z = 500 \div 800$ м) к моменту времени $t = 0,33$ с сформировалась зона с практически постоянной массовой скоростью $U \approx 20$ м/с. Затем скорость резко увеличивается, достигая на свободной поверхности значения $U = 150$ м/с. При этом форма профиля массовой скорости, по сути, сформировавшегося к моменту $t = 0,11$ с, не меняется на всем исследованном временном интервале.

На профиле давления выделяются зона, в которой давление во фронте волны декомпрессии уменьшается практически по линейному закону, и зона перехода через фронт волны насыщения с осцилляционным участком, которые соответствуют описанному выше процессу формирования фронта волны декомпрессии в отсутствие диффузии газа в кавитационные пузырьки. Далее профиль давления значительно меняется: участок столба магмы достаточно большой протяженности занимает третья зона, в которой распределение среднего давления в расплаве $p(z)$ имеет четко выраженный максимум. В рассматриваемом временном интервале значение p_{max} существенно увеличивается (с 60 до 80 МПа). По мере приближения к свободной поверхности столба магмы давление в расплаве плавно уменьшается.

Однако на профиле давления выделяется еще одна, четвертая зона, расположенная в непосредственной близости к свободной поверхности столба кавитирующей магмы, где ее состояние имеет ряд особенностей. Во-первых, именно в этой зоне наблюдается скачок массовой скорости практически на порядок (см. рис. 4). Во-вторых, падение давления в третьей зоне достаточно резко замедляется на границе с четвертой зоной, где формируется площадка с некоторым средним давлением, которое растет и в момент $t = 0,37$ с превы-

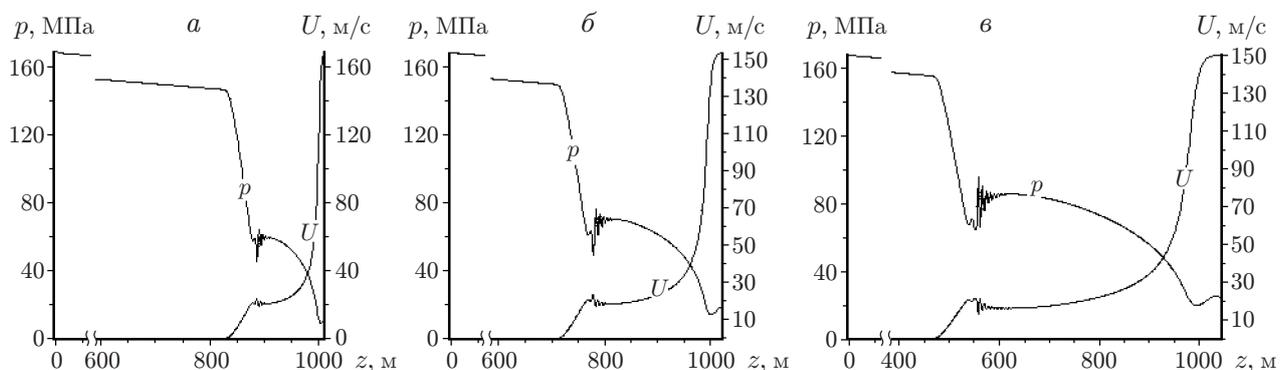


Рис. 4. Распределение давления и массовой скорости потока магмы в вулканическом канале в различные моменты времени:

а — $t = 0,11$ с; б — $t = 0,18$ с; в — $t = 0,33$ с

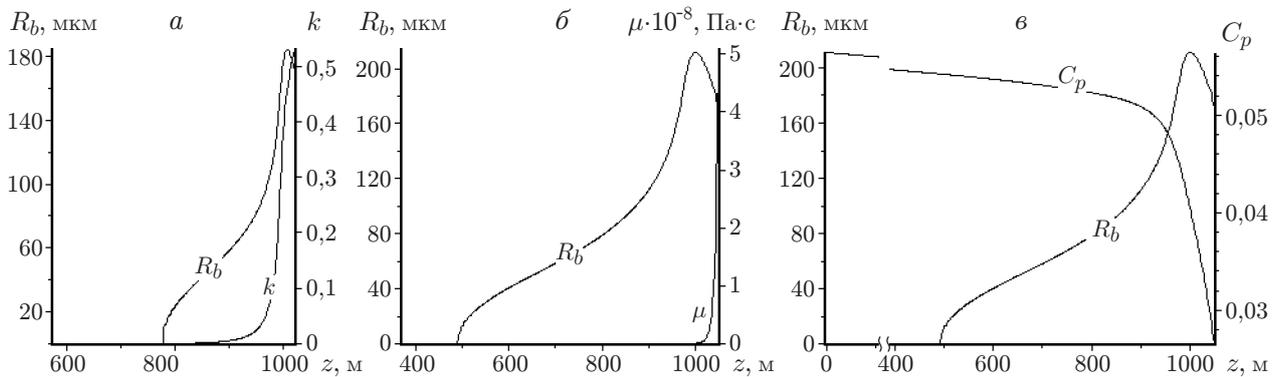


Рис. 5. Влияние объемной концентрации газовой фазы k при $t = 0,11$ с (*а*), вязкости расплава μ при $t = 0,37$ с (*б*) и концентрации растворенного в магме газа C_p при $t = 0,37$ с (*в*) на распределение радиусов пузырьков R_b за фронтом насыщения

шает 20 МПа. В-третьих, в этой зоне наблюдается резкий скачок концентрации газовой фазы до значений $k > 0,5$ (рис. 5, *а*), а также скачок вязкости μ (рис. 5, *б*), значение которой увеличивается на несколько порядков и достигает $5 \cdot 10^8$ Па·с. Очевидно, что замедление роста кавитационных пузырьков обусловлено увеличением вязкости расплава. Согласно расчетным данным в интервале $t = 0,11 \div 0,37$ с максимальный радиус этих пузырьков увеличился незначительно (со 190 до 210 мкм), а в четвертой зоне (вследствие гигантского скачка вязкости) распределение $R_b(z)$ имеет даже отрицательный градиент. Рост вязкости определяется значительной потерей объема растворенного в расплаве газа: его массовая концентрация резко уменьшается от значения $C_p = 0,052$ до значения $C_p = 0,026$ (см. рис. 5, *в*). Анализ влияния диффузионных процессов на динамику роста кавитационного пузырька за фронтом волны декомпрессии показал, в частности, что к моменту времени $t \approx 0,25$ с радиус пузырька с учетом диффузии в него газа более чем в три раза превышает радиус пузырька без учета диффузии.

Вязкое сопротивление магмы и постоянный приток газа, диффундирующего из расплава в пузырьки, обусловили рост давления в них (рис. 6) и соответственно в магме (см. рис. 4). На рис. 6 показана динамика основных характеристик состояния газа в “коллективном” пузырьке в различных временных интервалах. Анализ рис. 6 позволяет выделить две основные особенности динамики величин p_g и C_g . Прежде всего это резкое увеличение концентрации газа в пузырьке C_g , которая в момент времени $t = 0,11$ с (см. рис. 6, *а*)

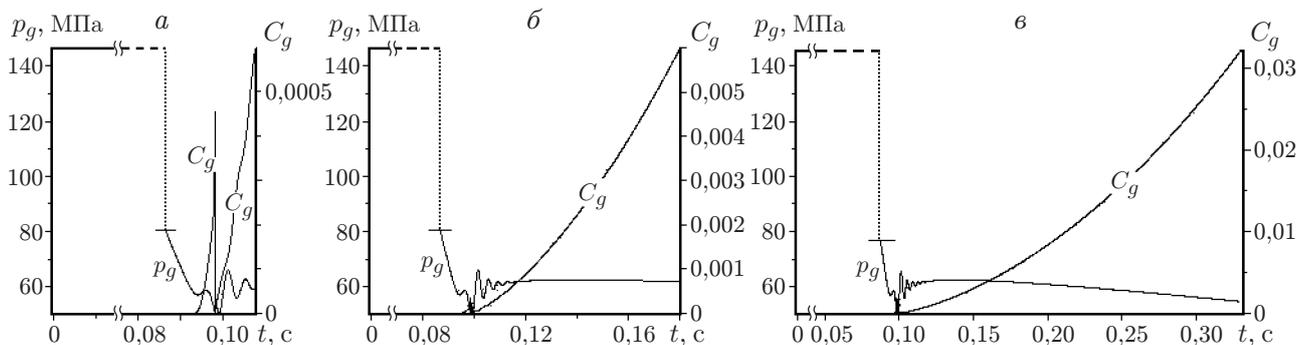


Рис. 6. Динамика давления p_g и концентрации C_g газа в кавитационном пузырьке в “лагранжевом” сечении:

а — $t = 0,0875 \div 0,1100$ с; *б* — $t = 0,0875 \div 0,1800$ с; *в* — $t = 0,0875 \div 0,3700$ с

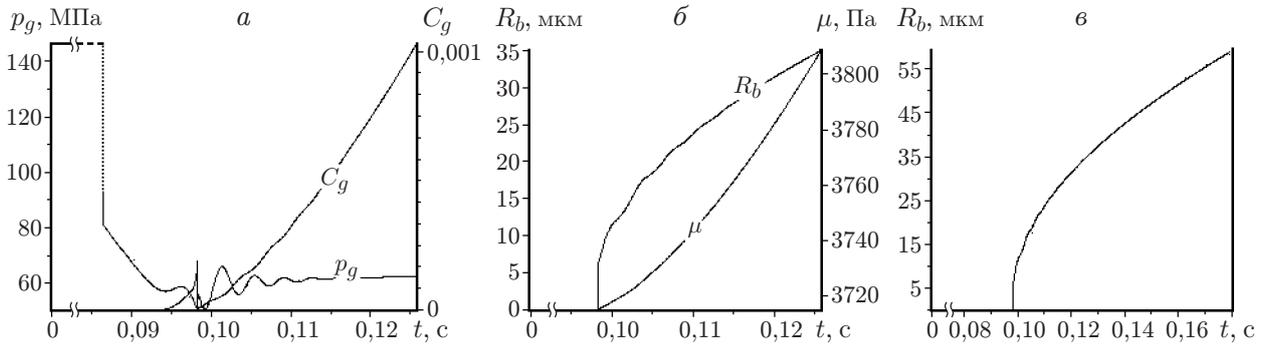


Рис. 7. Тонкая структура зависимостей $p_g(t)$, $C_g(t)$, $R_b(t)$, $\mu(t)$:
 а, б — $t = 0,0875 \div 0,1250$ с; в — $t = 0,0875 \div 0,1800$ с

составляла очень малую долю концентрации газа, поступающего за счет диффузии (изменения ее значения возможны лишь в четвертом знаке), при $t = 0,18$ с значение C_g составило более 10 % максимально возможного значения концентрации в данном сечении (см. рис. 6,б), а при $t = 0,37$ с — более 50 % (см. рис. 6,в).

Второй особенностью, обусловленной влиянием динамики C_g , является практически постоянное давление газа в пузырьке ($p_g \approx 62$ МПа) в интервале времени $t = 0,11 \div 0,18$ с, несмотря на значительный рост “коллективного” пузырька (функция $R_b(t)$ на рис. 7) и массы газа в нем (функция $C_g(t)$ на рис. 6,б). В дальнейшем, как следует из рис. 6,в, несмотря на продолжающийся интенсивный приток газа в пузырек, эффект стабилизации давления ослабевает: к моменту времени $t = 0,24$ с давление газа снижается до значения $p_g = 60$ МПа ($R_b = 80$ мкм), а к моменту времени $t = 0,33$ с — до значения $p_g \approx 55$ МПа, при этом радиус пузырька R_b составляет 105 мкм. Стабилизация давления газа p_g и последующее его незначительное уменьшение при одновременном увеличении объема пузырька в пять раз свидетельствуют об определяющей роли диффузии газа и роста вязкости расплава в динамике “коллективного” пузырька.

Как отмечено выше, в кинетической составляющей математической модели присутствует уравнение Рэлея. Ясно, что в рамках такой кинетики численный аналог модели существенно усложняется вследствие необходимости учета в рассматриваемой задаче мелкомасштабных временных (микросекундный диапазон) и пространственных (микрометровый диапазон) величин. Кроме того, именно уравнение Рэлея определяет неравновесный характер динамики пузырька в расплаве в том временном интервале, в котором важную роль играют ускорение и инерционная компонента течения. По-видимому, это влияние проявляется в осцилляционном характере функций $p_g(t)$, $C_g(t)$ и $R_b(t)$ (см. рис. 7,а,б). В целом при анализе динамики пузырька в сложных силовых полях, формирующихся в расплаве (в том числе под влиянием развивающейся кавитации), вопрос о возможности на каком-либо этапе исключить уравнение Рэлея из схемы расчета, используя полученные с помощью исходной модели данные в качестве начальных для расчета по существенно упрощенной модели, остается открытым.

Заключение. Выполнен численный анализ для случаев, когда диффузия растворенного газа из расплава в кавитационные зародыши отсутствует и когда диффузионный процесс имеет место. Установлено, что в этих случаях динамика структуры волнового поля, процесс формирования кавитационной зоны, динамика состояния расплава в целом и кавитационного пузырька в “лагранжевом” сечении существенно различаются. В первом случае формируется практически гладкий фронт волны декомпрессии шириной приблизительно 100 м, на котором при переходе через фронт насыщения зоны зародышами

кавитации возникают незначительные возмущения. Поле массовых скоростей за фронтом волны декомпрессии в основном постоянное. В случае диффузионного процесса распределения давления и массовой скорости в расплаве, а также в кавитационных пузырьках при переходе через фронт насыщения существенно меняются. В окрестности свободной поверхности наблюдаются скачки массовой скорости и вязкости. Существует временной интервал, в котором давление в “коллективном” кавитационном пузырьке не меняется, несмотря на наличие интенсивной диффузии газа из расплава и значительный рост пузырька. Предполагается, что начиная с этого временного интервала диффузионный процесс (а следовательно, и вязкость), по сути, определяют динамику роста кавитационных пузырьков. Вблизи свободной поверхности формируется скачок давления, что может служить признаком сохранения высокого давления в ячейках структуры кавитирующей магмы при ее переходе в состояние, подобное пене.

Автор выражает благодарность М. Н. Давыдову за адаптацию расчетной схемы, позволяющую расширить спектр начальных условий и возможности численного анализа исследуемого процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Mader H.** Conduit flow and fragmentation // The physics of explosive volcanic eruption / Ed. by J. S. Gilbert, R. S. Sparks. L.: Geol. Soc., 1998. V. 145. P. 51–71. (Spec. publ.).
2. **Navon O., Lyakhovsky V.** Vesiculation processes in silicic magma // The physics of explosive volcanic eruption / Ed. by J. S. Gilbert, R. S. Sparks. L.: Geol. Soc., 1998. V. 145. P. 27–50. (Spec. publ.).
3. **Melnik O. E., Sparks R. S. J.** Nonlinear dynamics of lava dome extrusion // Nature. 1999. V. 402, N 4. P. 37–41.
4. **Бармин А. А., Мельник О. Е.** Гидродинамика вулканических извержений // Успехи механики. 2002. № 1. С. 32–60.
5. **Alidibirov M., Dingwell D.** Magma fragmentation by rapid decompression // Nature. 1996. V. 380. P. 146–148.
6. **Hurwitz S., Navon O.** Bubble nucleation in rhyolitic melts: experiments at high pressure, temperature, and water content // Earth Planet. Sci. Lett. 1994. V. 122. P. 267–280.
7. **Proussevich A. A. et al.** Dynamics of diffusive bubble growth in magmas: isothermal case // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. P. 22283–22307.
8. **Лежнин С. И., Прибатулин Н. А., Сорокин А. Л.** Образование и рост пузырьков в водонасыщенной магме // Динамика сплошной среды / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 2005. Вып. 123. С. 97–106.
9. **Кедринский В. К.** О газодинамических признаках взрывных извержений вулканов. 2. Модель гомогенно-гетерогенной нуклеации, особенности динамики разрушения кавитирующей магмы // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 2. С. 167–177.
10. **Glass I. I., Neuckroth L. E.** Hydrodynamic shock tube // Phys. Fluids. 1963. V. 6, N 4. P. 543–549.
11. **Кедринский В. К., Давыдов М. Н., Чернов А. А., Такаяма К.** Начальная стадия взрывного извержения вулканов: динамика состояния магмы в волнах разгрузки // Докл. АН. 2006. Т. 407, № 2. С. 190–193.
12. **Чернов А. А., Кедринский В. К., Давыдов М. Н.** Спонтанное зарождение пузырьков в газонасыщенном расплаве при его мгновенной декомпрессии // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 2. С. 162–168.