УДК 539.593

## ВЛИЯНИЕ КИНЕТИКИ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ НА АМПЛИТУДУ ОТКОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

## А. В. Уткин

Институт проблем химической физики РАН, 142432 Черноголовка Московской области E-mail: utkin@icp.ac.ru

Проведено теоретическое исследование влияния кинетики разрушения на характер изменения скорости в откольном импульсе и показано, что учет роста пористости среды при положительном давлении, являющегося следствием инерционного расширения пузырей при кавитации, позволяет объяснить экспериментально наблюдаемое увеличение амплитуды откольного импульса до значений, превышающих максимальное значение скорости свободной поверхности.

Ключевые слова: откольное разрушение, кавитация, кинетика разрушения, ударные волны.

Исследования откольных явлений при отражении ударной волны от свободной поверхности тела [1, 2] позволяют получить информацию о прочностных свойствах материалов в субмикросекундном диапазоне. В этих условиях время разрушения сопоставимо с длительностью действия нагрузки, и откольная прочность не является исчерпывающей характеристикой, т. е. сопротивление разрушению следует рассматривать как функцию скорости деформирования и других параметров состояния. Поэтому экспериментальные данные, в частности профили скорости движения свободной поверхности исследуемых материалов, содержат информацию о кинетических закономерностях разрушения. В работах [3–5] проведен анализ волновых процессов в разрушаемой среде и рассмотрена эволюция импульса сжатия после его отражения от свободной поверхности образца. В частности, определен критерий формирования откольного импульса и показано, что зависимость откольной прочности от скорости деформирования определяется кинетикой разрушения.

Очевидно, кинетика влияет также на форму откольного импульса, причем характер этого влияния может оказаться непредсказуемым. На рис. 1 приведены зависимости скорости свободной поверхности от времени, экспериментально полученные для глицерина и воды в работах [6–8]. Видно, что выход ударной волны на свободную поверхность вызывает скачкообразное увеличение скорости поверхности до значения  $W_0$ , равного удвоенной массовой скорости в ударной волне. Далее наблюдается уменьшение скорости, обусловленное наличием волны разрежения, распространяющейся за ударным скачком. Взаимодействие падающей и отраженной от свободной поверхности волн разрежения приводит к растяжению и разрушению материала, что вызывает релаксацию растягивающих напряжений и формирование волны сжатия, которая выходит на свободную поверхность в виде откольного импульса. Характер изменения скорости свободной поверхности свободной поверхности глицерина (кривая 1) является типичным для многих материалов [9], в частности в откольном

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 08-02-01189a).



Рис. 1. Экспериментально полученные зависимости скорости свободной поверхности от времени:

1 — глицерин [8], 2, 3 — вода (эксперименты 2, 3 соответственно в работах [6, 7]); пунктирная линия — расчетный профиль, соответствующий условиям эксперимента 2 в работах [6, 7]

импульсе максимальное значение  $W_{ms} < W_0$ . Однако это не является обязательным условием, следующим из общих закономерностей динамики разрушения. Например, на рис. 1 видно, что для воды (кривые 2, 3)  $W_{ms} > W_0$ , причем это превышение выходит за пределы допустимой погрешности и воспроизводится от эксперимента к эксперименту. Объяснению столь необычного экспериментального факта и выявлению свойств кинетики разрушения, способных привести к увеличению амплитуды откольного импульса до значения, превышающего значение  $W_0$ , посвящена данная работа.

Закономерности роста одиночной поры. При импульсном растяжении внутри жидкостей возникают отрицательные давления, что приводит к возникновению и росту пузырей — кавитации. Процесс зарождения пузырей в жидкостях описывается моделью гомогенного зародышеобразования [10, 11], а их последующий рост — уравнениями гидродинамики. При этом первая стадия — гомогенное зародышеобразование — определяет максимальные отрицательные давления (откольную прочность), которые могут реализовываться в жидкости в данных условиях [3–5], тогда как форма откольного импульса зависит от кинетики роста пузырей. Поэтому для выяснения физических причин, приводящих к увеличению амплитуды откольного импульса, необходимо рассмотреть процесс роста кавитационного пузырька. В простейшей постановке движение одиночного пузырька в жидкости при отрицательном давлении P на бесконечности описывается уравнением Рэлея [12], из которого следует, что скорость увеличения радиуса пузырька R быстро выходит на постоянное значение, не зависящее от вязкости жидкости, ее поверхностного натяжения и начального радиуса пузырька [13]:

$$R \sim t [-2P/(3\rho)]^{1/2}$$

(t — время;  $\rho$  — начальная плотность жидкости).

В рассматриваемой задаче важно учитывать, что после прекращения растяжения, когда давление скачкообразно увеличивается до положительного значения  $P_i$ , продолжается дальнейшее инерционное расширение пузырька до достижения максимального размера  $R_{\text{max}}$ , который при  $-P/P_i \gg 1$  определяется соотношением [13]

$$R_{\rm max} \sim R_* (-P/P_i)^{1/3}$$

где  $R_*$  — радиус пузырька в момент прекращения воздействия отрицательных давлений. Инерционное расширение может быть существенным, что следует учитывать при построении кинетики откольного разрушения. Как правило, это не выполняется и предполагается, что скорость роста пор при разрушении становится равной нулю при положительных давлениях.

Покажем, что рост пористости среды при сжатии, вызванный инерционным расширением пузырей при смене знака давления, может привести к экспериментально наблюдаемому увеличению амплитуды откольного импульса до значений, превышающих максимальные значения скорости свободной поверхности. С этой целью используем простейшую модель движения, которая не описывает реальную динамику роста и взаимодействия пор при отколе, однако позволяет учитывать возможность увеличения пористости при положительном давлении вследствие инерционного расширения пузырьков.

Постановка и решение задачи. Рассмотрим в акустическом приближении эволюцию треугольного импульса сжатия после его отражения от свободной поверхности образца, разрушающегося при отрицательном давлении. В общем случае учет нелинейности может иметь большое значение при анализе явлений, возникающих в результате отражения ударной волны от свободной поверхности [13]. Однако согласно работе [3] в рассматриваемой ниже задаче учет нелинейности не приводит к появлению каких-либо качественных особенностей. Предположим, что разрушение начинается при достижении растягивающими напряжениями критического значения  $P_k$  и характеризуется величиной удельного объема пористой среды  $v_p$ . Полный удельный объем среды равен сумме удельного объема пористой среды  $v_p$  и удельного объема сплошной среды  $v_s$ :  $v = v_p + v_s$ . Система уравнений гидродинамики, замкнутая уравнениями кинетики и состояния, в переменных Лагранжа имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial h} = 0, \qquad \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial h} = 0,$$

$$P = \rho^2 c^2 \left(\frac{1}{\rho} - v + v_p\right), \qquad \rho \frac{\partial v_p}{\partial t} = F(t, h),$$
(1)

где t — время; h — лагранжева координата; u — массовая скорость;  $\rho$ , c — начальные плотность и скорость звука; F — скорость изменения удельного объема пористой среды. В уравнении состояния давление определяется по удельному объему сплошной среды, что позволяет учитывать зависимость скорости звука от пористости. Детальный анализ обусловленных этим явлений, в частности изменения наклона характеристик в плоскости давление — массовая скорость, проведен в работе [4].

На рис. 2 показана картина течения в плоскости t-h. В области I взаимодействие падающей и отраженной волн отсутствует, и зависимость массовой скорости и давления от координат и времени соответствует треугольному импульсу сжатия:

$$u(h,t) = u_0 - k(ct - h), \qquad P(h,t) = \rho c u(h,t).$$

Здесь  $u_0$  — максимальное значение массовой скорости; k — константа, характеризующая длительность импульса  $2h_0$ :

$$h_0 = -c\tau_0 = -u_0/(2k).$$

В области III происходит взаимодействие падающего и отраженного от свободной поверхности (h = 0) импульсов, что приводит к возникновению растягивающих напряжений.



Рис. 2

Рис. 3

Рис. 2. Картина течения в плоскости t-h при отражении треугольного импульса сжатия от свободной поверхности h = 0:

I — область, где взаимодействие падающей и отраженной волн отсутствует; II — область разрушения; III, III\*, IV, IV\* — области, где взаимодействие волн не приводит к разрушению

Рис. 3. Зависимость скорости свободной поверхности от времени при постоянной скорости разрушения:

1 — скорость разрушения больше критической; 2 — скорость разрушения равна критической

Поскольку абсолютное значение растягивающих напряжений не превышает критического значения, среда не разрушается, и решение, удовлетворяющее условию на свободной поверхности, имеет вид

$$u(h,t) = 2(u_0 - kct), \qquad P(h,t) = 2\rho ckh.$$
 (2)

Согласно (2) скорость свободной поверхности после выхода на нее ударной волны скачкообразно возрастает до значения  $W_0 = 2u_0$  (рис. 3), а затем линейно уменьшается до момента времени  $t = 2\tau_k$ . В дальнейшем характер изменения скорости свободной поверхности определяется характером разрушения материала в области II, которое начинается при  $h = h_k$ ,  $t = \tau_k = -h_k/c$ , когда давление достигает порогового значения  $P_k$ . Течение в области II определяется в результате решения системы (1) с граничными условиями при  $h = h_k$ ,  $h \to -\infty$  и начальными условиями на ( $C_-$ )-характеристике, проходящей через начало координат.

В работах [3–5] приведено решение в области II для некоторых кинетических соотношений.

Рассмотрим простейший случай постоянной скорости разрушения. Пусть  $F = 1/\tau_{\mu}$  ( $\tau_{\mu}$  — характерное время процесса разрушения). В области II решение имеет вид [4]

$$P(h,t) = 2\rho c k h + \rho c^{2} (t - h/c - 2\tau_{k})/(4\tau_{\mu});$$

$$u(h,t) = 2(u_{0} - kct) + c(t + 3h/c + 2\tau_{k})/(4\tau_{\mu}).$$
(3)

На профиле скорости свободной поверхности (см. рис. 3) при  $t = 2\tau_k$  имеет место излом и далее, при  $2\tau_k \leq t \leq 4\tau_k$ , скорость свободной поверхности изменяется по закону

$$\frac{W}{W_0} = 1 - \frac{t}{2\tau_0} + \frac{c}{2W_0} \frac{t - 2\tau_k}{\tau_\mu}$$

Согласно [3–5] формирование откольного импульса (кривая 1 на рис. 3) наблюдается только в случае, если скорость разрушения ( $\dot{v}_p = 1/(\rho \tau_{\mu})$ ) более чем в четрые раза превышает скорость расширения удельного объема в разгрузочной части падающего импульса ( $\dot{v} = k/\rho$ ). Кривая 2 на рис. 3 соответствует критическим условиям, при выполнении которых скорость свободной поверхности после начала разрушения остается постоянной ( $W_s$  — скорость свободной поверхности в момент выхода на нее откольного импульса).

После начала разрушения давление в области II увеличивается и начиная с некоторого момента становится положительным. Граница, на которой изменяется знак давления P, определяется из соотношения (3):

$$t = 2\tau_k + h(1 - 8k\tau_\mu)/c.$$
 (4)

На рис. 2 пунктирная линия BD построена по соотношению (4). Ниже этой линии давление в области II является отрицательным, выше — положительным. При условии формирования откольного импульса ( $k\tau_{\mu} < 4$ ) скорость свободной поверхности увеличивается и достигает значения  $W_{ms} = W_0$  в момент времени  $t_{ms}$  (см. рис. 3), соответствующий приходу ( $C_+$ )-характеристики ABC (см. рис. 2), которая проходит через точку B, лежащую на пересечении линии (4) с ( $C_-$ )-характеристикой и имеющую координаты ( $t_*, h_*$ ):

$$t_* = \tau_k / (1 - 4k\tau_\mu), \qquad h_* = -c\tau_k / (1 - 4k\tau_\mu), \qquad t_{ms} = 2t_*.$$

Таким образом, постоянная скорость разрушения, являющаяся следствием инерционного роста кавитационных пузырей при положительных давлениях, приводит к тому, что при  $t > t_{ms}$  амплитуда откольного импульса становится больше  $W_0$ . Рассмотренная модель разрушения является максимально упрощенной, что позволяет показать возможность реализации условий, при которых  $W_{ms} \ge W_0$ . Однако определить максимальные значения амплитуды откольного импульса не представляется возможным, поскольку скорость свободной поверхности увеличивается до бесконечности. Этого можно избежать, если учесть зависимость скорости роста пор от давления.

Пусть  $F = -(P - P_i)/(\rho^2 c^2 \tau_{\mu})$ , где  $P_i > 0$  — пороговое значение давления, определяющее возможность роста пор при положительном давлении.

Решение в области II (см. рис. 2) при  $P_i = 0$  получено в работе [3]. В общем случае это решение находится аналогично: из системы уравнений (1) исключаются величины v,  $v_p$  и проводится замена независимых переменных:

$$T = t + h/c, \qquad x = h.$$

Применяя к данной системе двух уравнений в частных производных преобразование Лапласа по T, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений, общее решение которой, ограниченное при  $x \to -\infty$  и обеспечивающее непрерывность  $(J_{-})$ -инварианта Римана при  $x = x_k$ , имеет вид

$$\hat{P}(x,s) = \frac{2k\rho c}{s} \Big[ -2c\tau_{\mu} + \frac{s}{\Delta} \Big( \frac{1}{\lambda_{1}} \exp\left(\lambda_{1}(x-x_{0})\right) - \frac{1}{\lambda_{2}} \exp\left(\lambda_{2}(x-x_{0})\right) \Big) \Big] \theta(x-x_{0}) + a \exp\left(\lambda_{1}x\right) + \frac{P_{i}}{2c\tau_{\mu}s} \Big( 2c\tau_{\mu} - \frac{s}{\lambda_{1}\Delta} \exp\left(\lambda_{1}(x-x_{0})\right) \Big),$$
(5)  
$$\hat{u}(x,s) = \frac{2k}{2} \Big( 2(x-x_{0}+c\tau_{\mu}) - \frac{1}{\lambda_{1}} \exp\left(\lambda_{1}(x-x_{0})\right) - \frac{1}{\lambda_{1}} \exp\left(\lambda_{2}(x-x_{0})\right) \Big) \theta(x-x_{0}) - \frac{1}{\lambda_{1}} \exp\left(\lambda_{2}(x-x_{0})\right) \Big) \theta(x-x_{0}) - \frac{1}{\lambda_{1}} \exp\left(\lambda_{2}(x-x_{0})\right) \Big) \theta(x-x_{0}) - \frac{1}{\lambda_{1}} \exp\left(\lambda_{1}(x-x_{0})\right) \Big) \theta(x-x_{0}) - \frac{1}{\lambda_$$

$$i(x,s) = \frac{1}{s} \left( 2(x-x_0+c\tau_\mu) - \frac{1}{\lambda_1} \exp\left(\lambda_1(x-x_0)\right) - \frac{1}{\lambda_2} \exp\left(\lambda_2(x-x_0)\right) \right) \theta(x-x_0) - \frac{1}{\rho cs} a \exp\left(\lambda_1 x\right) - \frac{P_i}{2\rho c^2 \tau_\mu s} \left( 2c\tau_\mu - \frac{1}{\lambda_1} \exp\left(\lambda_1(x-x_0)\right) \right),$$

где

$$\lambda_{1,2} = (-s \pm \Delta)/c, \qquad \Delta = \sqrt{s(s + 1/\tau_{\mu})}$$

$$a = -\frac{2\rho k}{\lambda_2} \Big[ 2x_k + 4c\tau_\mu + \frac{c}{s} + \frac{c}{\Delta} \Big( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \exp\left(\lambda_1(x_k - x_0)\right) - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \exp\left(\lambda_2(x_k - x_0)\right) \Big) \Big] \exp\left(-\lambda_1 x_k\right) + \frac{P_i}{2c^2\tau_\mu\lambda_2} \Big( 4c\tau_\mu + \frac{c\lambda_2}{\lambda_1\Delta} \exp\left(\lambda_1(x_k - x_0)\right) \Big) \exp\left(-\lambda_1 x_k\right),$$

s — переменная Лапласа;  $\hat{u}$ ,  $\hat{P}$  — образы Лапласа массовой скорости и давления. Константа a находится из условия непрерывности  $(J_{-})$ -инварианта Римана при  $x = x_k$ . В областях III\*, IV\* и т. д. (см. рис. 2) функциональная зависимость  $J_{-}$  от координат и времени различная, и в каждой последующей области инвариант определяется лишь после нахождения решения в предыдущей области. Приведенное значение константы a определено в интервале  $0 \leq T \leq 2\tau_k$ , где справедливо решение (5).

Некоторые результаты можно найти непосредственно из (5), не переходя к оригиналам. Например, используя известное свойство преобразования Лапласа [14]  $\lim_{s\to\infty} (s\hat{G}(s)) = G(0)$ , находим давление справа от скачка вдоль ( $C_{-}$ )-характеристики (см. рис. 2) в виде

$$P = -4k\rho c^2 \tau_{\mu} + P_i + \left[4k\rho c^2 \tau_{\mu} \left(1 - \frac{\tau_k}{2\tau_{\mu}}\right) - P_i\right] \exp\left(\frac{h - h_k}{2c\tau_{\mu}}\right)$$
(6)

(рассматривается случай  $h \ge h_0$ , представляющий наибольший интерес). Из соотношения (6) следует, что после начала разрушения в точке  $h_k$ ,  $\tau_k$  давление вдоль  $(C_-)$ -характеристики продолжает уменьшаться, если начальная скорость разрушения ( $\dot{v}_p = -(P_k - P_i)/(\rho^2 c^2 \tau_{\mu})$ ) более чем в четыре раза превышает скорость расширения удельного объема в разгрузочной части падающего импульса ( $\dot{v} = k/\rho$ ), и начинает увеличиваться в противоположном случае, в обоих случаях стремясь к величине  $-4k\rho c^2 \tau_{\mu} + P_i$ . Знак этой величины определяется соотношением между характерным временем разрушения и пороговым значением давления, при котором начинается схлопывание пор. Следовательно, как и в рассмотренном выше случае постоянной скорости разрушения, можно предположить, что при определенных параметрах кинетики амплитуда откольного импульса может превышать максимальное значение скорости свободной поверхности.

С учетом того что  $(J_+)$ -инвариант сохраняет постоянное значение вдоль  $(C_+)$ -характеристик в неразрушенной части образца, найдем скорость свободной поверхности образца при  $2\tau_k \leq t \leq 4\tau_k$ . Значение  $(J_+)$ -инварианта на свободной поверхности равно  $\rho cu(0,t)$ , а при  $h = h_k$  из решения (5) в области разрушения следует

$$\frac{\hat{J}_{+}(s,x_{k})}{\rho c} = \frac{4k}{s} \left( x_{k} - x_{0} \right) + \frac{4k\lambda_{1}}{s\lambda_{2}} \left( x_{k} + 2c\tau_{\mu} - \frac{P_{i}}{2\rho ck} \right) + \frac{2kc\lambda_{1}}{s^{2}\lambda_{2}} + \frac{8k}{c\lambda_{2}^{2}} \exp\left(\lambda_{2}(x_{k} - x_{0})\right).$$

Используя известные формулы обращения и свойства преобразования Лапласа [14, 15], для скорости свободной поверхности при  $2\tau_k \leq t \leq \tau_k$  получаем

$$\frac{u(0,t)}{W_0} = 1 - \frac{1}{\delta_0} \left[ 1 + (1 - 2\delta_\mu + \delta_i)F_1(z) - \delta_\mu F_2(z) - 2\delta_\mu F_3(z) \right],\tag{7}$$

где

$$F_{1}(z) = \exp(-z) \left[ I_{0}(z) + I_{1}(z) \right] - 1,$$

$$F_{2}(z) = \exp(-z) \left[ 2z(I_{0}(z) + I_{1}(z)) + I_{0}(z) \right] - z - 1,$$

$$F_{3}(z) = \exp(-z + z_{k}) \int_{z_{k}}^{z-z_{k}} \left[ I_{0}(z - z_{k} - \xi) + \left(1 - \frac{1}{z - z_{k} - \xi}\right) I_{1}(z - z_{k} - \xi) \right] \times I_{0}(\sqrt{\xi^{2} - z_{k}^{2}}) d\xi \,\theta(z - 2z_{k}),$$

$$z = \frac{t - 2\tau_k}{2\tau_\mu}, \qquad z_k = \frac{x_k - x_0}{2c\tau_\mu} = \frac{\tau_0 - \tau_k}{2\tau_\mu}, \qquad \delta_0 = \frac{\tau_0}{\tau_k},$$

 $\delta_{\mu} = \tau_{\mu}/\tau_k$  — скорость разрушения;  $\delta_i = -P_i/P_k$  — пороговое значение давления, при котором начинается схлопывание пор;  $I_0$ ,  $I_1$  — модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков. Заметим, что функция  $F_3$  отлична от нуля только в том случае, когда длительность импульса нагрузки меньше значения  $4\tau_k$ . Как правило, это условие не выполняется, и соотношение (7) значительно упрощается, поскольку u(0,t) явно выражается через модифицированные функции Бесселя.

На рис. 4, 5 приведены построенные по формуле (7) профили скорости при различных значениях параметров  $\delta_{\mu}$ ,  $\delta_i$ , определяющих кинетику разрушения, и заданном импульсе сжатия  $\delta_0 = 5$ . Табличные значения функций Бесселя взяты из справочника [15]. Поскольку скорость свободной поверхности обратно пропорциональна величине  $\delta_0$ , изменение длительности импульса сводится лишь к изменению масштаба по оси абсцисс, поэтому рис. 4, 5 являются универсальными. В начальный момент времени профиль скорости повторяет форму исходного импульса сжатия. В момент времени  $t = 2\tau_k$  на свободной поверхности появляются признаки начала разрушения материала, и в этой точке наблюдается излом. Условие формирования откольного импульса определяется начальной скоростью разрушения и следует непосредственно из выражения (7). Действительно, при  $2\tau_k \leq t \leq \tau_k$ производная от скорости по времени равна



$$\frac{d}{dt}\left(\frac{u(0,t)}{W_0}\right) = \frac{1}{2\tau_0} \left[ \left(\frac{1+\delta_i}{\delta_\mu} - 2\right) \exp\left(-z\right) \frac{I_1(z)}{z} + F_1(z) \right].$$
(8)

Рис. 4. Профили скорости свободной поверхности при фиксированном пороговом значении давления, при котором начинается схлопывание пор ( $\delta_i = 0,5$ ), и различных значениях скорости разрушения:

$$1 - \delta_{\mu} = 1.75 \cdot 10^{-2}, \ 2 - \delta_{\mu} = 10^{-3}, \ 3 - \delta_{\mu} = 10^{-4}$$

Рис. 5. Профили скорости свободной поверхности при фиксированной скорости разрушения  $\delta_{\mu} = 10^{-2}$  и различных пороговых значениях давления, при которых начинается схлопывание пор:

$$1 - \delta_i = 0, 2 - \delta_i = 0, 4, 3 - \delta_i = 0, 5$$

В частности, при  $t = 2\tau_k + 0$  имеем

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{u(0, 2\tau_k)}{W_0} \right) = \frac{1}{4\tau_0} \left( \frac{1+\delta_i}{\delta_\mu} - 2 \right) = \frac{1}{8\tau_0} \left( \frac{\dot{v}_p}{\dot{v}} - 4 \right),$$

т. е., как и при постоянной скорости разрушения, откольный импульс наблюдается только в случае, когда начальная скорость разрушения  $\dot{v}_p$  более чем в четыре раза превышает скорость расширения удельного объема в разгрузочной части падающего импульса  $\dot{v}$  (см. рис. 4, 5). В данном случае наибольший интерес представляет исследование характера зависимости максимальных значений скорости  $W_{ms}$ , которые достигаются в откольном импульсе, от параметров кинетики разрушения. На рис. 4 пороговое значение давления  $P_i$ , при превышении которого рост пор прекращается, является фиксированным и равно  $P_i = -0.5P_k$  ( $\delta_i = 0.5$ ), а начальные значения скорости разрушения различны. Видно, что существует такое критическое значение начальной скорости разрушения (кривая 1 на рис. 4), при котором  $W_{ms} = W_0$ . Дальнейшее увеличение скорости разрушения (кривые 2, 3 на рис. 4) приводит к тому, что значение  $W_{ms}$  становится больше  $W_0$ . Аналогичный результат получаем и в случае, если скорость разрушения фиксированна, а пороговое значение давления, при котором начинается схлопывание пор, возрастает. На рис. 5 представлены профили скорости при  $\delta_{\mu}=10^{-2}$  и различных значениях  $P_i.$  При  $\delta_i=0$ (кривая 1) амплитуда откольного импульса меньше  $W_0$ , что обычно и наблюдается в экспериментах. Однако существует критическое пороговое значение давления (кривая 2), при котором  $W_{ms} = W_0$ . При дальнейшем увеличении этого значения  $W_{ms} > W_0$  (кривая 3 на рис. 5).

Определим положение  $t_{ms}$  и амплитуду максимума скорости откольного импульса  $W_{ms}$ , приравняв производную (8) к нулю. При высокой скорости разрушения ( $\delta_{\mu} \ll 1$ ), представляющей наибольший интерес, полученные соотношения имеют простой вид:

$$\frac{t_{ms}}{2\tau_k} \simeq \left(\frac{(1+\delta_i)^2 \delta_\mu}{2\pi}\right)^{1/3}.$$
(9)

Подставляя (9) в (7), находим

$$\frac{W_{ms}}{W_0} \simeq 1 + \frac{\delta_i}{\delta_0} - \frac{3}{\frac{\delta_0}{\delta_0}} \Big(\frac{(1+\delta_i)^2 \delta_\mu}{2\pi}\Big)^{1/3}.$$

Критическое пороговое значение давления  $P_i^*$ , при котором начинается схлопывание пор и при превышении которого  $W_{ms} > W_0$ , равно

$$\delta_i^* = -\frac{P_i^*}{P_k} \simeq 3\left(\frac{\delta_\mu}{2\pi}\right)^{1/3}.$$

Простая кинетика разрушения, использованная в данной работе, позволяет не только качественно обосновать основную причину существования завышенных амплитуд откольного импульса, но и удовлетворительно количественно описать экспериментальные данные. На рис. 1 приведены рассчитанный по формуле (7) (пунктирная линия,  $\delta_0 = 8,3$ ,  $\delta_{\mu} = 3,5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\delta_i = 0,5$ ) и экспериментальный (кривая 2) профили скорости. Несмотря на то что всех деталей течения, в частности резкого уменьшения скорости в откольном импульсе после достижения максимума, расчет не отражает, полученное значение амплитуды хорошо согласуется с экспериментально определенной величиной.

Таким образом, проведенное исследование влияния кинетики разрушения на характер изменения скорости свободной поверхности в откольном импульсе показывает, что учет роста пористости среды при положительном давлении объясняет экспериментально наблюдаемое увеличение амплитуды откольного импульса до значений, превышающих максимальное значение скорости свободной поверхности. Рассмотренная модель разрушения учитывает инерционное расширение пузырей при положительных давлениях.

## ЛИТЕРАТУРА

- Канель Г. И. Ударно-волновые явления в конденсированных средах / Г. И. Канель, С. В. Разоренов, А. В. Уткин, В. Е. Фортов. М.: Янус-К, 1996.
- Antoun T. Spall fracture / T. Antoun, L. Seaman, D. R. Curran, G. I. Kanel, S. V. Razorenov, A. V. Utkin. N. Y.: Springer, 2003.
- 3. Уткин А. В. Влияние скорости разрушения на динамику взаимодействия импульса ударной нагрузки с поверхностью тела // ПМТФ. 1992. № 6. С. 82–89.
- 4. Уткин А. В. Влияние начальной скорости разрушения на формирование откольного импульса // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 4. С. 140–146.
- 5. Уткин А. В. Определение констант кинетики откольного разрушения материалов на основе экспериментальных данных // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 6. С. 157–166.
- Богач А. А., Уткин А. В. Прочность воды при импульсном растяжении // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 4. С. 198–205.
- Utkin A. V., Sosikov V. A., Bogach A. A., Fortov V. E. Tension of liquids by shock waves // Proc. of the conf. of the Amer. Phys. Soc. on shock compression of condensed matter, Portland (USA), July 20–25, 2003 / Ed. by M. D. Furnish, Y. M. Gupta, J. W. Forbes. Melville; N. Y.: Amer. Inst. of Phys., 2004. V. 706, iss. 1. P. 765–770.
- 8. Уткин А. В., Сосиков В. А., Богач А. А. Импульсное растяжение гексана и глицерина при ударно-волновом воздействии // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 2. С. 27–33.
- Канель Г. И. Экспериментальные профили ударных волн в конденсированных веществах / Г. И. Канель, С. В. Разоренов, А. В. Уткин, В. Е. Фортов. М.: Физматлит, 2008.
- 10. Зельдович Я. Б. К теории образования новой фазы. Кавитация // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1942. Т. 12, вып. 11/12. С. 525–538.
- 11. Fisher J. C. The fracture of liquids // J. Appl. Phys. 1948. V. 19. P. 1062–1067.
- Rayleigh J. W. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity // Philos. Mag. 1917. V. 34. P. 94–98.
- 13. **Кедринский В. К.** Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
- Лаврентьев М. А. Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. М.: Наука, 1973.
- 15. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М.: Наука, 1973.

Поступила в редакцию 1/VII 2008 г., в окончательном варианте — 18/XI 2009 г.