

УДК 533.6 533.5

Эффекты разреженности при обтекании затупленной передней кромки гиперзвуковым потоком*

**М.С. Иванов, Д.В. Хотяновский, А.А. Шершнев, А.Н. Кудрявцев,
А.А. Шевырин, Ш. Ёнемура, Е.А. Бондарь**

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

Email: bond@itam.nsc.ru

Изучено влияние эффектов разреженности в задаче гиперзвукового обтекания профиля с затупленной передней кромкой в режимах течения, когда радиус затупления кромки сопоставим с длиной свободного пробега в набегающем потоке. Течение у цилиндрически затупленной толстой пластины под нулевым углом атаки численно моделировалось в переходном режиме с использованием метода прямого статистического моделирования Монте–Карло, конечноразностного решения кинетического уравнения релаксационного типа (эллипсоидальной статистической модели) и решения уравнений Навье–Стокса. Показано, что при числах Кнудсена по радиусу затупления менее 0,1 уравнения Навье–Стокса могут успешно применяться для описания вязкого течения за ударной волной при учете начальных эффектов разреженности через граничные условия скольжения и температурного скачка на поверхности пластины. При числах Кнудсена около 0,5 эффекты разреженности более заметны, в частности имеет место существенная анизотропия функции распределения, но уравнения Навье–Стокса по-прежнему дают качественно верный результат. Исследован начальный этап развития пограничного слоя в окрестности кромки. В рассмотренном диапазоне чисел Кнудсена вблизи кромки толщина энтропийного слоя сопоставима с толщиной пограничного слоя. По мере удаления от передней кромки наблюдается поглощение энтропийного слоя пограничным слоем. В исследованном диапазоне параметров взаимодействие пограничного и энтропийного слоев приводит к увеличению устойчивости течения.

Ключевые слова: высотная аэротермодинамика космических аппаратов, метод прямого статистического моделирования, скольжение и скачок температуры, модельные кинетические уравнения релаксационного типа.

* Работа выполнена в рамках Государственного контракта №16.740.11.0303 «Проблемы аэротермодинамики гиперзвукового полета» и Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 40 на 2009-2011 гг.; при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты 10-08-01203-а и 11-01-91162-ГФЕН_а), коллаборационного исследовательского проекта IFS «Исследование гиперзвуковых течений около передних кромок малого затупления», Молодежного Лаврентьевского гранта «Высотная аэротермодинамика перспективных космических аппаратов с учетом неравновесных химических реакций», программы фундаментальных исследований №11 Президиума РАН и российско-тайваньского проекта СО РАН–NSC «Численное исследование эффектов разреженности и термохимической неравновесности при гиперзвуковом обтекании космических аппаратов».

© Иванов М.С., Хотяновский Д.В., Шершнев А.А., Кудрявцев А.Н., Шевырин А.А., Ёнемура Ш., Бондарь Е.А., 2011.

ВВЕДЕНИЕ

Космические и гиперзвуковые летальные аппараты с малозатупленными передними кромками благодаря высокому аэродинамическому качеству обладают большой боковой дальностью, что существенно расширяет их возможности как перспективных транспортных систем. Интерес мировых космических агентств к использованию таких передних кромок в конструкции аппаратов сильно возрос после того, как с конца 90-х годов XX века стали доступны новые теплозащитные материалы, такие как жаростойкая керамика, и были проведены их летные испытания. Развитие новых технологий в области аэродинамики и производства материалов для этого нового класса космических и трансатмосферных аппаратов требует понимания особенностей гиперзвуковых течений около аппаратов с передними кромками, имеющими малые радиусы затупления.

Особенностью высокоскоростных течений возле малозатупленных кромок является существенное влияние эффектов разреженности и термической неравновесности даже на тех участках траектории полета, где аппарат в целом обтекается в режиме сплошной среды. В связи со сложностью экспериментального моделирования подобных течений важной задачей является разработка эффективных численных методов для расчетов высокоскоростных течений в окрестности малозатупленных передних кромок.

Течение около передней кромки может влиять на большую область ниже по потоку даже когда эффекты разреженности в окрестности кромки незначительны. В потоке, проходящем через искривленную головную ударную волну, возникает невязкий энтропийный слой, непосредственно прилегающий к поверхности. Ниже по потоку энтропийный слой поглощается растущим вязким пограничным слоем. Взаимодействие энтропийного и пограничного слоев может приводить к существенному изменению характеристик течения. В частности, энтропийный слой сильно влияет на устойчивость пограничного слоя. При малом радиусе затупления точка ламинарно-турбулентного перехода смещается вниз по потоку по сравнению с идеально острой кромкой. Дальнейшее увеличение радиуса затупления приводит к инверсии перехода в пограничном слое, т. е. к смещению точки перехода вверх по потоку [1].

Если эффекты разреженности существенны, то характер течения в окрестности кромки становится еще более сложным: в частности, может существовать область течения, в которой ударная волна сливается с пограничным слоем (см., например, [2] для случая математически острой кромки). В этом случае функция распределения скоростей молекул может быть существенно неравновесной, отсутствует также равновесие между поступательными, вращательными и колебательными степенями свободы молекул. Влияние этих процессов в окрестности передней кромки на развитие пограничного слоя изучено далеко не полностью.

Величина эффектов разреженности и термической неравновесности в данной задаче характеризуется числом Кнудсена, определенным по радиусу кривизны передней кромки R_c : $Kn_R = \lambda_\infty / R_c$, где λ_∞ — длина свободного пробега в набегающем потоке, $\lambda_\infty = \frac{16}{5} \frac{\mu_\infty}{\sqrt{2\pi p_\infty \rho_\infty}}$, плотность, давление и вязкость обозначены через

ρ_∞ , p_∞ и μ_∞ соответственно.

Для расчета течений с числами Кнудсена порядка 0,01 и ниже, как правило, применяются традиционные методы вычислительной аэродинамики, основанные на численном решении континуальных уравнений Навье–Стокса (НС или NS). Для чисел Кнудсена, вплоть до 0,1, учет начальных эффектов разреженности может быть произведен путем решения уравнений НС с граничными условиями скольжения

и скачка температуры на поверхности обтекаемого тела [3]. Для еще больших чисел Кнудсена необходимо использовать кинетический подход, основанный на решении уравнения Больцмана. Отметим, что представленные выше границы применимости различных подходов являются приблизительными и в существенной мере зависят от рассматриваемой задачи.

Все существующие в настоящее время детерминистические методы решения уравнения Больцмана чрезвычайно ресурсоемки и в силу этого практически непригодны для моделирования сложных многомерных высокоскоростных течений разреженного газа. Наиболее эффективным подходом при исследовании таких задач является метод прямого статистического моделирования (ПСМ или DSMC) [4], хотя, по сравнению с методами континуальной аэродинамики, он также требует больших затрат машинного времени и, кроме того, страдает от наличия статистического разброса получаемых данных.

Альтернативным подходом, свободным от последнего недостатка, может служить конечно-разностное решение модельного кинетического уравнения, полученного из уравнения Больцмана путем замены интеграла столкновений на простой член релаксационного типа. Хотя такой подход был предложен достаточно давно [5], интерес к нему как к практическому инструменту моделирования сложных многомерных течений заметно вырос именно в последнее время в связи с появлением достаточно мощных ЭВМ.

В настоящей работе численное исследование гиперзвукового течения около затупленной передней кромки проводится на основе всех трех перечисленных подходов. Использование такой комбинированной численной стратегии позволяет не только получить данные о влиянии эффектов разреженности в окрестности передней кромки, но и оценить области применимости в данной задаче континуального подхода и подхода с использованием кинетических уравнений релаксационного типа. Также в работе уделяется внимание взаимодействию пограничного и энтропийного слоев в окрестности передней кромки для чисел Кнудсена, близких к границе применимости континуального подхода.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Расчеты течений одноатомного газа для чисел Маха $M = 5; 10$ около цилиндрически затупленной толстой пластины были проведены при числах Кнудсена по радиусу затупления $Kn_R = 0,1 \div 0,5$ (геометрия показана на рис. 1). Предполагалось, что молекулы газа взаимодействуют между собой как твердые сферы, при таком потенциале взаимодействия коэффициент динамической вязкости газа пропорционален корню квадратному из температуры. Температура пластины предполагалась постоянной и равной температуре набегающего потока. Длина пластины $L = 10R_c$. Отметим, что число Кнудсена по длине пластины для этих параметров лежит в пределах $Kn_L \sim 0,01 \div 0,05$, что обычно относят к области применимости уравнений НС.

Все программы, использованные при проведении расчетов, были разработаны в лаборатории вычислительной аэродинамики ИТПМ СО РАН.

Для решения полных нестационарных уравнений НС сжимаемого газа был использован программный комплекс, основанный на консервативной MUSCL TVD схеме для вычисления конвективных потоков [6] и центрально-разностной аппроксимации диффузионных членов с четвертым порядком точности. Интегрирование по времени выполнялось схемой Рунге–Кутты второго порядка. Для учета начальных эффектов разреженности на поверхности пластины использовались граничные условия скольжения и температурного скачка [3]:

$$u_s = \alpha_u \lambda_s \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_s, \quad T_s - T_w = \alpha_T \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\lambda_s}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s.$$

Здесь индексом s обозначены величины около стенки, u — компонента скорости, касательная к стенке, n — координата по нормали к стенке, γ — показатель адиабаты, Pr — число Прандтля, T — температура газа и T_w — температура стенки. Данные граничные условия могут быть получены из приближенного решения кинетического уравнения в слое Кнудсена в предположении диффузного отражения молекул от поверхности с полной аккомодацией энергии. Соответствующие вычисления дают следующие значения числовых коэффициентов: $\alpha_u = 1,142$ и $\alpha_T = 0,5865$.

Расчеты методом ПСМ были проведены с помощью вычислительной системы SMILE [7].

При конечно-разностном решении уравнения для функции распределения использовалась так называемая эллипсоидальная статистическая модель (ЭСМ или ESM) интеграла столкновений [8]. Известно, что из этой модели, так же, как из оригинального уравнения Больцмана, могут быть выведены уравнения НС с правильным значением числа Прандтля. Производные в координатном пространстве аппроксимировались конечно-разностной WENO схемой 5-го порядка (см., например, [9]). Интегрирование в пространстве скоростей для вычисления макроскопических переменных производилось по правилу Симпсона. Для продвижения по времени применялась схема Рунге–Кутты 2-го порядка. При использовании обоих кинетических методов (ПСМ и ЭСМ) на поверхности пластины накладывались граничные условия диффузного отражения с полной аккомодацией энергии.

Вычисления были выполнены на расчетных сетках, гарантирующих независимость полученного решения от шага сетки. Для исследования влияния пространственного разрешения проводились серии расчетов на основе уравнений НС на последовательности сгущающихся сеток. В расчетах использовались сетки с числом ячеек, соответственно, вдоль тела и по нормали к телу: 96×30 , 192×60 , 384×120 , 768×240 , 1152×360 . Проведенные вычислительные эксперименты показывают, что, например, в случае $M = 5$, $\text{Kn}_R = 0,1$ адекватное разрешение сетки достигается на сетке 384×120 : при дальнейшем увеличении числа расчетных ячеек распределения параметров течения вдоль линии торможения перед телом, а также распределения коэффициента трения и числа Стантона вдоль поверхности затупленной пластины перестают изменяться. Расчетная сетка сгущалась по нормали к телу, минимальный размер ячейки достигался в непосредственной окрестности передней точки торможения и при использовании сетки 384×120 составлял $\Delta n = 2,3 \cdot 10^{-3}$. Расчеты проводились методом установления по времени. Сходимость численного решения к стационарному состоянию определялась по прекращению изменения невязки полей течения на текущем и предыдущем временном шаге в нормах L_1 , L_2 , и L_∞ . Подробные методические исследования пространственного разрешения и сходимости численного решения проводились на основе уравнений НС в связи с тем, что этот метод является самым экономичным из трех. Например, расчет в случае $M = 5$, $\text{Kn}_R = 0,1$ на сетке 384×120 проводился на одном процессоре ПК в течение суток. В расчетах на более детальных сетках использовалось до 16 процессоров вычислительного кластера.

Пространственные сетки, использованные при решении модельного кинетического уравнения, были сравнимы с теми, что использовались для решения уравнений НС. Так, расчет для $M = 5$, $\text{Kn}_R = 0,1$ проводился на сетке 396×128 ячеек, при этом число узлов в пространстве скоростей составляло 73×73 , так что общее

число точек сетки в четырехмерном фазовом пространстве достигало $2,7 \cdot 10^8$. На 96 процессорах вычислительного кластера расчет потребовал 277 часов.

В расчетах методом ПСМ использовались две независимых прямоугольных сетки: сетка для вычисления газодинамических макропараметров осреднением молекулярных признаков по времени и сетка для моделирования межмолекулярных столкновений. Сетка для макропараметров была равномерной и имела одинаковое разрешение во всех расчетах с размером ячейки $0,05 R_c$ (320×260 ячеек для числа Кнудсена $Kn_R = 0,5$). Для столкновений использовалась существенно более подробная неравномерная сетка, которая автоматически строилась в процессе расчета, при этом размер ячейки определялся локальной длиной свободного пробега λ . В расчетах для $Kn_R = 0,1$ размер столкновительной ячейки составлял во всей расчетной области примерно $0,25 \lambda$, а для $Kn_R = 0,5$ примерно $0,06 \lambda$, т. е. течение разрешалось до масштабов длины существенно меньших локальной длины свободного пробега. Каждая столкновительная ячейка содержала в среднем 8 модельных частиц. Шаг по времени выбирался таким образом, чтобы частица пролетала столкновительную ячейку в среднем за десять шагов. Таким образом, шаг по времени был более чем на порядок величины меньше локального времени между столкновениями во всей расчетной области. На основании рекомендаций к применению метода ПСМ [4] и на личном опыте авторов можно утверждать, что использованные в настоящих расчетах значения параметров более чем достаточны для получения решения, которое не изменяется сколько-либо заметно при дальнейшем сгущении столкновительной сетки, увеличении числа модельных частиц и уменьшении шага по времени. Для одного расчета использовалось до 12 процессоров вычислительного кластера при времени счета до 250 часов.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Во всех представленных ниже результатах данные приводятся, если только это не оговаривается особо, в безразмерном виде. Газодинамические величины отнесены к их значениям в набегающем потоке, продольная X и поперечная Y координаты нормированы на радиус затупления пластины R_c , за начало координат принята точка торможения. Линии на рисунках, обозначенные NS, ESM и DSMC, относятся соответственно к результатам, полученным с помощью уравнений НС, эллипсоидальной статистической модели и метода ПСМ.

На рис. 1 сравниваются поля температуры для числа Маха $M = 5$ и двух значений Kn_R , полученные в расчетах, выполненных на основе трех описанных выше подходов. Поток направлен слева направо. Очевидно хорошее совпадение всех расчетов при $Kn_R = 0,1$. При $Kn_R = 0,5$ наиболее заметны различия в толщине головной ударной волны: в расчетах на основе уравнений Навье–Стокса волна получается заметно тоньше, чем при использовании любого из двух кинетических подходов. То, что уравнения Навье–Стокса при гиперзвуковых числах Маха предсказывают заниженную толщину вязкого ударного перехода, хорошо известно (см. работу [3]). Что касается течения за фронтом головной ударной волны, то здесь поля температур достаточно хорошо согласуются и для $Kn_R = 0,5$. При числе Маха $M = 10$ были получены аналогичные результаты.

Различия во внутренней структуре головной ударной волны отчетливо видны на рис. 2, на котором представлены распределения температуры вдоль линии торможения для $M = 5$ и различных чисел Кнудсена. Распределения при разных числах Маха оказываются качественно подобными. Для $Kn_R = 0,1$ течение вдоль линии торможения можно разделить на набегающий поток, ударную волну,

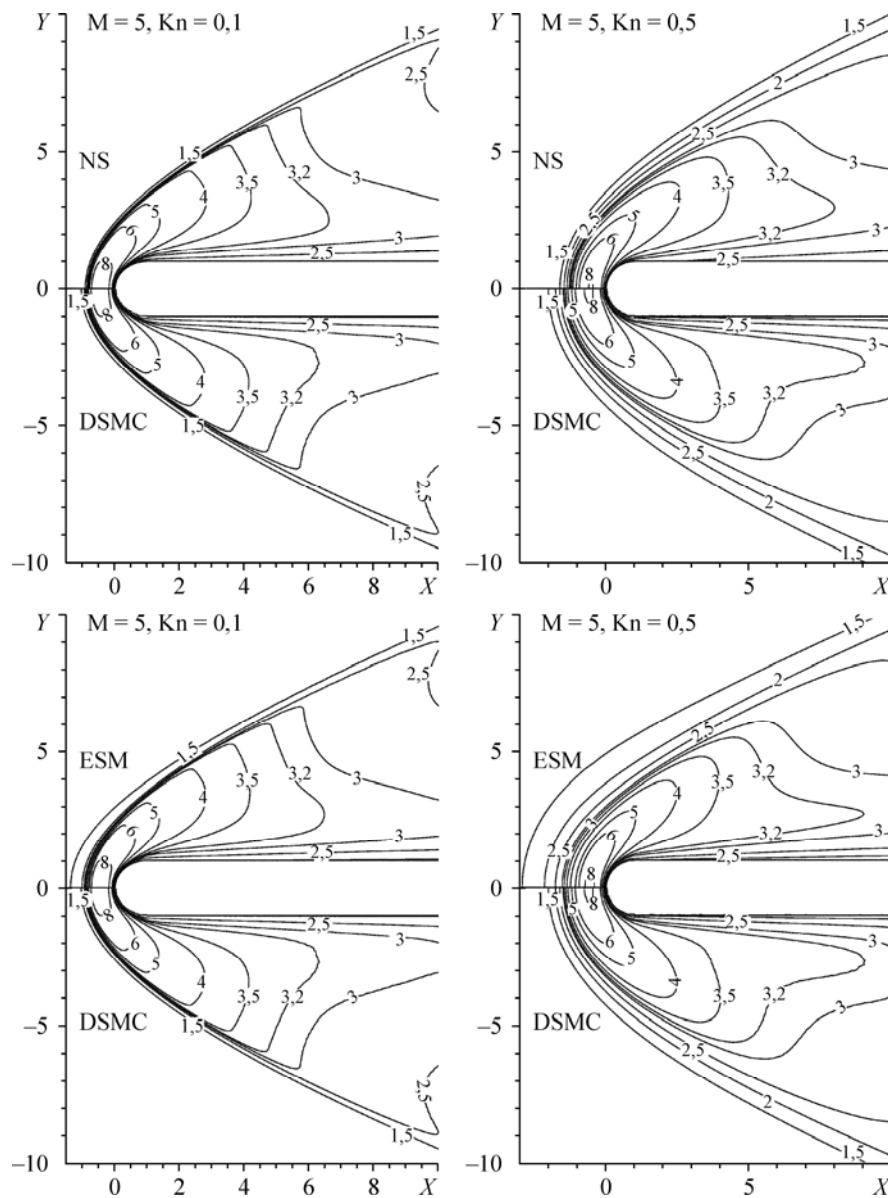


Рис. 1. Сравнение полей температуры, полученных в расчетах, выполненных на основе различных моделей: NS и DSMC (верхний ряд), ESM и DSMC (нижний ряд). $M = 5$, $Kn_R = 0,1$ (левая колонка); $0,5$ (правая колонка).

область непосредственно за ударной волной с умеренным градиентом температуры (вязкий ударный слой) и пограничный слой, непосредственно примыкающий к точке торможения. Отличие между непрерывным и кинетическими подходами наблюдается только внутри фронта волны. Особенностью эллипсоидальной модели является длинный “хвост” распределения перед фронтом ударной волны, хотя толщина волны, определенная по максимальному наклону профиля, оказывается близкой к той, что получается при ПСМ. Это связано с тем, что в данной модели частота столкновений молекул принимается не зависящей от их относительной скорости.

При большем числе Кнудсена $Kn_R = 0,5$ ударная волна сливается с пограничным слоем. Кинетические подходы предсказывают существенно большую толщину волны, чем непрерывный. При этом течение вблизи кромки существенно

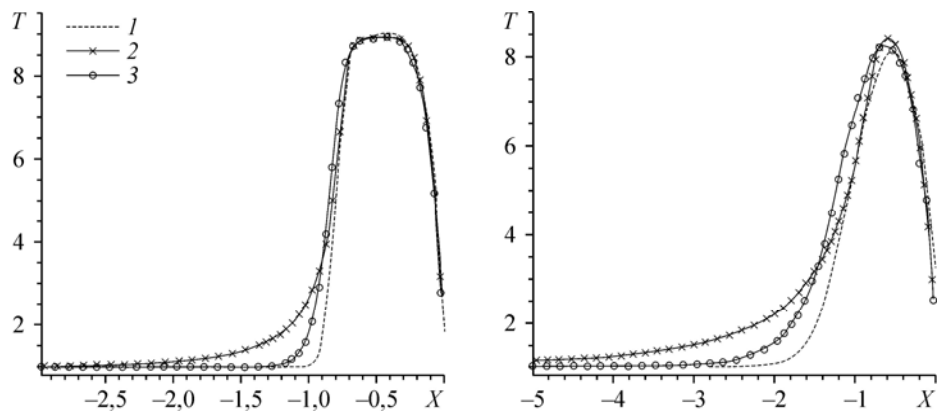


Рис. 2. Распределение температуры вдоль линии торможения для $M = 5$, $Kn_R = 0,1$ (слева), $0,5$ (справа).
1 — NS, 2 — ESM, 3 — DSMC.

неравновесно. На рис. 3 показано поле отношения температуры в продольном направлении к полной температуре — параметра, характеризующего анизотропию функции распределения по скоростям. Для $Kn_R = 0,5$ практически во всей области течения в окрестности передней кромки функция распределения существенно неравновесна, что связано с наличием толстой ударной волны, а также нарушением равновесия вблизи холодной стенки, где функции распределения молекул, падающих на стенку и отраженных от нее, сильно отличаются друг от друга.

Распределения безразмерных поверхностных параметров — коэффициента давления C_p , коэффициента трения C_f и числа Стантона St для $M = 5$ и $Kn_R = 0,5$ представлены на рис. 4. Данные безразмерные параметры выражаются через размерные поверхностные характеристики и размерные параметры набегающего потока следующим образом:

$$C_p = \frac{P_n - P_\infty}{\rho_\infty V_\infty^2 / 2}, \quad C_f = \frac{\tau}{\rho_\infty V_\infty^2 / 2}, \quad St = \frac{q}{\rho_\infty V_\infty \frac{\gamma}{\gamma - 1} R(T_0 - T_w)},$$

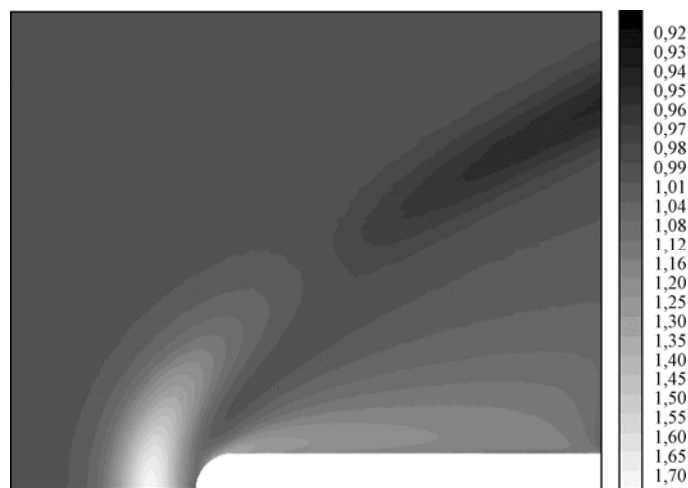


Рис. 3. Поле параметра T_x/T (DSMC). $M = 5$, $Kn_R = 0,5$.

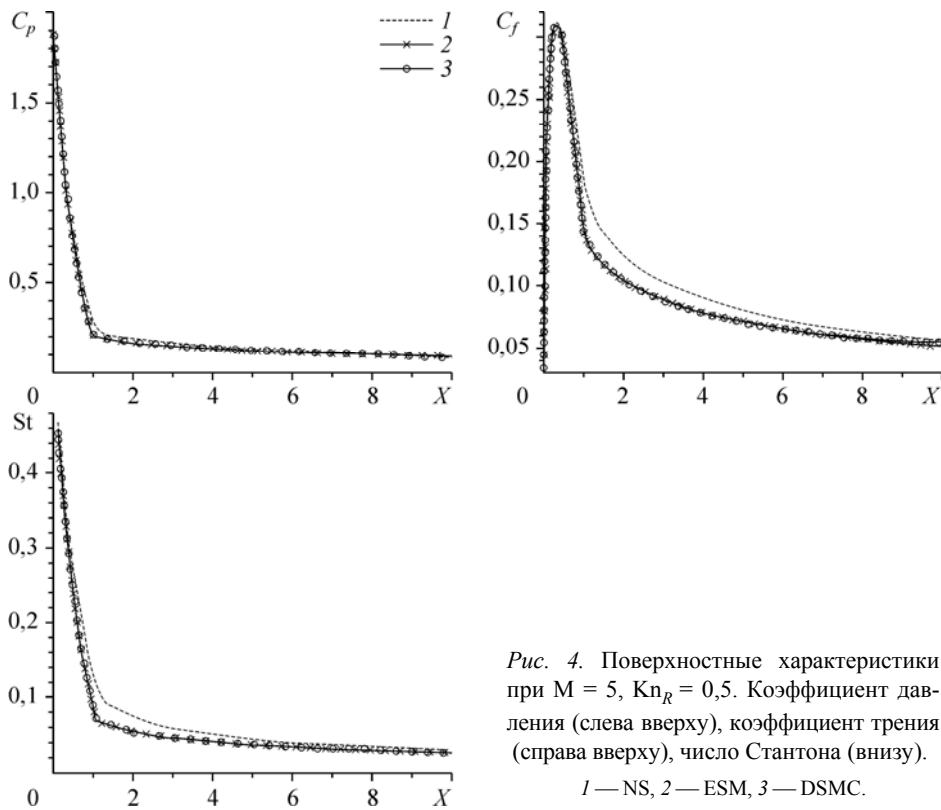


Рис. 4. Поверхностные характеристики при $M = 5$, $Kn_R = 0,5$. Коэффициент давления (слева сверху), коэффициент трения (справа сверху), число Стантона (внизу).

1 — NS, 2 — ESM, 3 — DSMC.

где ρ_∞ , V_∞ , p_∞ — плотность, скорость и давление в набегающем потоке, T_0 — температура торможения, R — индивидуальная газовая постоянная, а p_n , τ , и q — нормальное и касательное напряжения и поток тепла на поверхности.

Распределения C_p для всех подходов находятся в хорошем соответствии друг с другом, что демонстрирует малую чувствительность данной характеристики к эффектам разреженности. Однако для коэффициента трения C_f и числа Стантона St континуальный подход предсказывает существенно более высокое (более чем на 20 %) значение на участках поверхности вблизи точки сопряжения цилиндра с плоской пластиной. При уменьшении числа Кнудсена результаты расчетов с использованием различных подходов приближаются друг к другу. При $Kn_R = 0,1$ распределения для всех трех методов хорошо совпадают на большей части поверхности пластины, при этом вблизи точки сопряжения континуальный подход предсказывает завышение значений C_f и St , не превышающее 5 % (данный результат не представлен на рисунках). При увеличении числа Маха ($M = 10$) результаты качественно не меняются. В целом, на уровне поверхностных параметров уравнения Навье–Стокса с граничными условиями скольжения и скачка температуры дают верный результат (близкий к полученному кинетическими методами) при $Kn_R = 0,1$ и ниже.

При $Kn_R = 0,5$ наблюдается заметное отличие континуального и кинетического подходов и в поперечных профилях газодинамических величин. На рис. 5. показаны профили плотности и продольной скорости в сечении $X_c = 10$. Очевидно, что уравнения Навье–Стокса предсказывают существенно большую величину максимума плотности за ударной волной, чем кинетические подходы. Достаточно большие отличия наблюдаются и в профилях давления и температуры (на рисунке

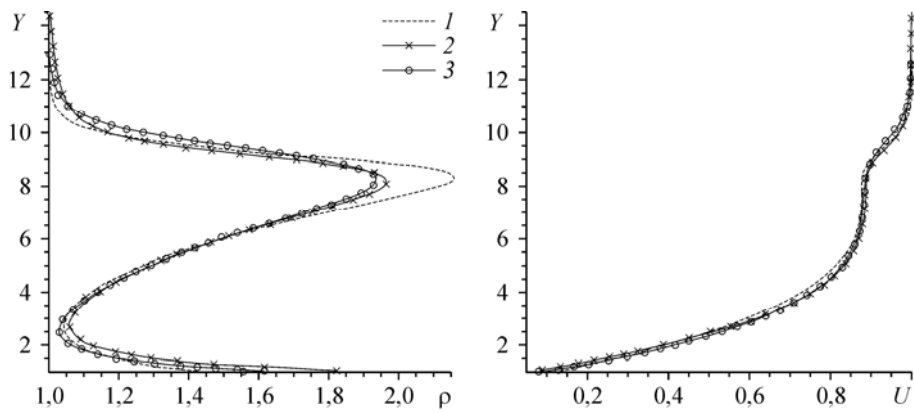


Рис. 5. Профили плотности (слева) и продольной скорости (справа) в сечении $X = 10$ для $M = 5$, $Kn_R = 0,5$.

1 — NS, 2 — ESM, 3 — DSMC.

не представлены). Исключение составляют только профили продольной скорости, очень близкие во всех трех подходах (см. рис. 5).

В рассматриваемых условиях нельзя говорить о невязком энтропийном слое, так как течение за фронтом головной ударной волны является существенно неравновесным и вязким (в случае $Kn_R = 0,5$ вязкий фронт ударной волны и пограничный слой даже сливаются). Процесс формирования энтропийного слоя для случая меньшего числа Кнудсена продемонстрирован на рис. 6, где поля и профили параметров для случая затупленной пластины при $Kn_R = 0,1$ сравниваются с теми же величинами для острой пластины.

Разумеется, затупление пластины приводит к существенному усилению головной ударной волны, что, в частности, проявляется в снижении числа Маха за ее фронтом и увеличении энтропии. Безразмерная энтропия, представленная на рисунках, выражается через нормированные давление и плотность на значения

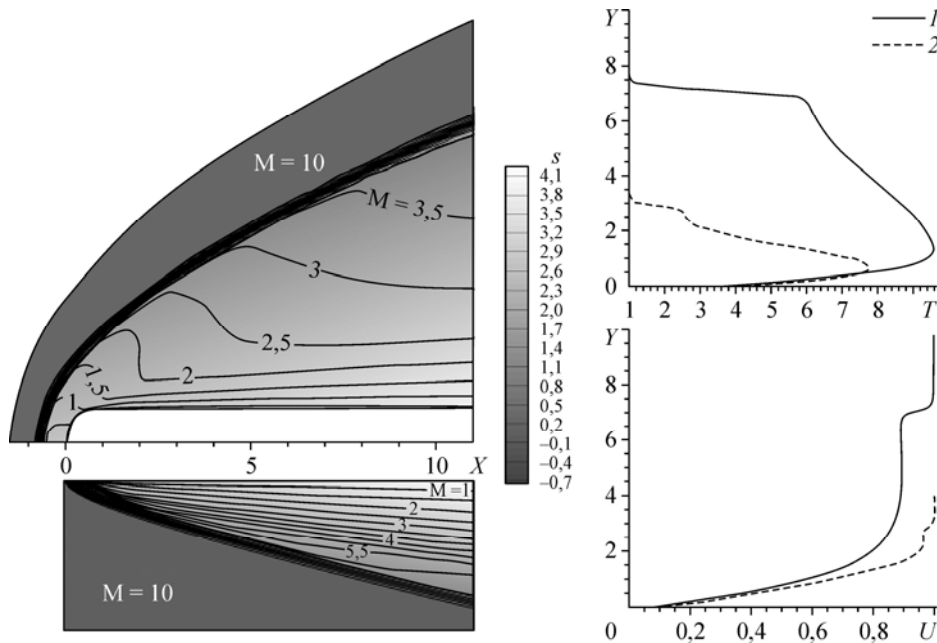


Рис. 6. Поля энтропии, числа Маха, профили температуры и скорости для затупленной (1) и острой (2) пластин (NS, $M = 10$, $Kn_R = 0,1$).

в набегающем потоке следующим образом: $s = \ln(p/\rho^\gamma)$. Профили продольной скорости показывают, что толщина пограничного слоя для обоих случаев близка, при этом, однако, область с высоким значением энтропии в случае затупленной пластины существенно толще. Это демонстрирует присутствие энтропийного слоя, простирающегося вниз по потоку, начиная с дозвуковой области перед фрон-

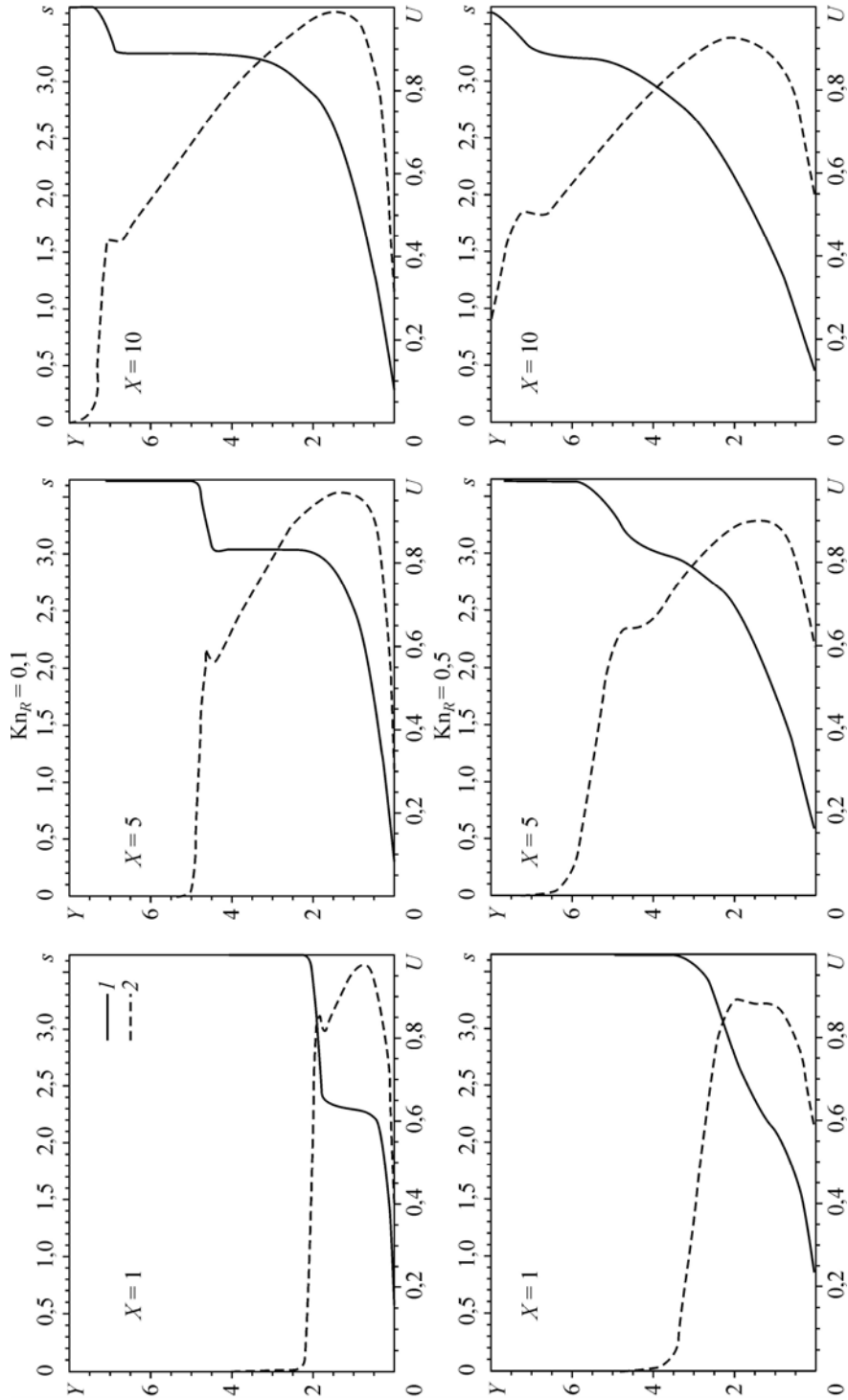


Рис. 7. Профили скорости (1) и энтропии (2) на различных расстояниях от передней кромки (NS, M = 10).

тальной частью затупленной пластины. Отметим, что в обоих случаях при движении вниз по потоку наблюдается небольшой рост энтропии, связанный с вязкой диссипацией. При этом непосредственно вблизи стенки энтропия понижается, что связано с передачей тепла от потока к холодной стенке.

На рис. 7 представлены профили продольной скорости и энтропии для нескольких поперечных сечений, позволяющие проследить за процессом развития пограничного слоя вдоль тела и его взаимодействием с энтропийным слоем. В случае меньшего числа Кнудсена пограничный слой отчетливо виден как область большого градиента скорости возле стенки. На больших расстояниях от стенки наблюдается область невязкого течения с постоянной скоростью, простирающаяся вплоть до ударной волны. В случае большего числа Кнудсена на малых расстояниях от кромки пограничный слой и ударная волна сливаются друг с другом (режим вязкого ударного слоя). Образование зоны невязкого безградиентного течения выше границы пограничного слоя происходит только при $X \approx 10$. Профиль энтропии при обоих значениях числа Кнудсена немонотонен. При $Kn_R = 0,1$ он имеет два максимума: один — внутри ударной волны, второй связан с самим энтропийным слоем. В случае $Kn_R = 0,5$ второй максимум появляется лишь при достаточном удалении от кромки. Графики при $Kn_R = 0,5$ показывают процесс постепенного поглощения энтропийного слоя, толщина которого остается приблизительно постоянной, растущим пограничным слоем. Более детальное изучение этого явления требует проведения расчетов для пластин существенно большей длины, чем исследованные в данной статье.

Как отмечалось во введении, взаимодействие пограничного и энтропийного слоев может оказывать существенное влияние на устойчивость течения. Известно, что когда в профиле течения присутствует так называемая обобщенная точка перегиба, т. е. точка, в которой $\frac{d}{dY} \left(\rho \frac{dU}{dY} \right) = 0$, где U — компонента скорости в направлении X , то такое течение неустойчиво уже в невязком приближении [10]. В частности, обобщенная точка перегиба имеется в автомодельном профиле сверхзвукового пограничного слоя. На рис. 8 показаны профили скорости, плотности и образованной из них величины $\rho(dU/dY)$ в сечении $X = 8$, полученные при решении уравнений НС для острой и затупленной ($Kn_R = 0,1$) пластин при $M = 10$. Видно,

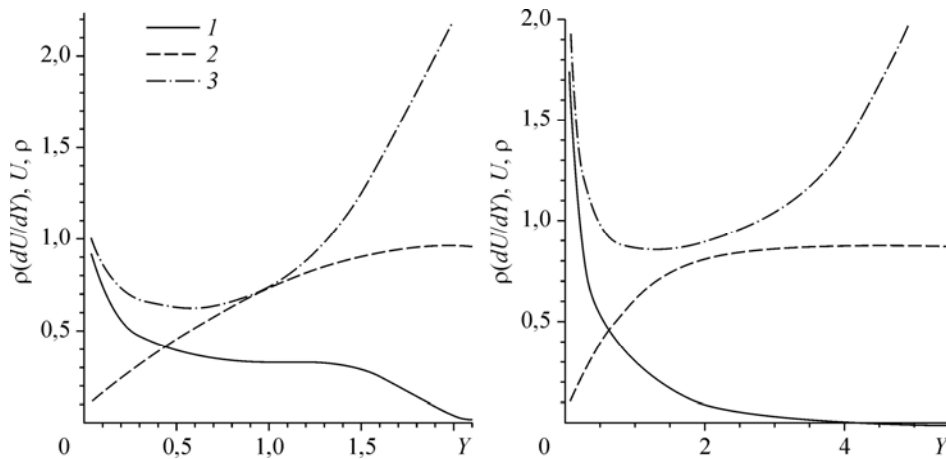


Рис. 8. Профили скорости, плотности и величины $\rho(dU/dY)$ в сечении $X = 8$ для острой (слева) и затупленной (справа) пластин ($NS, M = 10, Kn_R = 0,1$).

1 — $\rho(dU/dY)$, 2 — U , 3 — ρ .

что для острой пластины обобщенная точка перегиба находится примерно на расстоянии $Y = 1,1$ от поверхности пластины, вблизи внешней части пограничного слоя. В случае затупленной пластины обобщенная точка перегиба отсутствует. Таким образом, можно заключить, что при тех параметрах течения, что исследованы в данной статье, затупление передней кромки приводит к увеличению устойчивости пограничного слоя.

ВЫВОДЫ

Проведено численное моделирование гиперзвукового течения разреженного газа у цилиндрически затупленной толстой пластины под нулевым углом атаки с использованием трех различных подходов: метода прямого статистического моделирования Монте–Карло, эллипсоидальной статистической модели и на основе решения континуальных уравнений Навье–Стокса. Показано, что при числах Кнудсена по радиусу затупления менее 0,1 уравнения Навье–Стокса могут успешно применяться для описания вязкого течения за ударной волной при учете начальных эффектов разреженности через граничные условия скольжения и температурного скачка на поверхности пластины. При числах Кнудсена около 0,5 эффекты разреженности более заметны, в частности, имеет место существенная анизотропия функции распределения, как следствие, существуют заметные количественные отличия результатов, полученных при решении уравнений Навье–Стокса и при численном моделировании на основе кинетического подхода.

Возникновение головной ударной волны на затупленной пластине приводит к образованию энтропийного слоя, который в рассматриваемом диапазоне параметров нельзя считать невязким. При числах Кнудсена около 0,5 энтропийный слой находится внутри области неравновесного течения, в которой сливаются ударная волна и пограничный слой. При числах Кнудсена около 0,1 ударная волна отделена от пограничного слоя и между ними находится зона невязкого течения. По мере роста пограничного слоя наблюдается поглощение им энтропийного слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Stetson K.F., Rushton G.H. Shock tunnel investigation of the boundary layer transition at $M = 5,5$ // AIAA J. 1967. Vol. 5, No 5. P. 899–906.
2. Huang A.B., Hartley D.L. Kinetic theory of the sharp leading edge problem in supersonic flow // Phys. Fluids. 1969. Vol. 12, No 1. P. 96–108.
3. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967. 440 с.
4. Bird G.A. Molecular gas dynamics and direct simulation of gas flows. Oxford: Clarendon Press, 1994. 476 p.
5. Шахов Е.М. Метод исследования движений разреженного газа. М.: Наука, 1974. 207 с.
6. Yamamoto S., Daiguji H. Higher-Order-Accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier–Stokes equations // Computers and Fluids. 1993. Vol. 22, No 2/3. P. 259–270.
7. Ivanov M.S., Markelov G.N., Gimelshein S.F. Statistical simulation of reactive rarefied flows: numerical approach and applications // AIAA Paper. 1998. No 98-2669.
8. Holway L.H. New statistical models for kinetic theory: methods of construction // Phys. Fluids. 1966. Vol. 9, No 9. P. 1658–1673.
9. Кудрявцев А.Н., Поплавская Т.В., Хотяновский Д.В. Применение схем высокого порядка точности при моделировании нестационарных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование. 2007. Т. 19, № 7. С. 39–55.
10. Бетцов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. М.: Мир, 1971. 350 с.

Статья поступила в редакцию 3 марта 2011 г.