

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ  
ПОВЕДЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ  
ФУНКЦИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА  
ДЛЯ ПРОДОЛЬНОЙ ПУЛЬСАЦИИ СКОРОСТИ  
В РАЗВИТОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ В ТРУБЕ**

П. Г. Заец, А. Т. Онуфриев, М. И. Пилипчук,  
Н. А. Сафаров, Р. А. Сафаров

Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный

**1. Постановка задачи.** Один из способов замыкания системы уравнений для описания турбулентного потока состоит в использовании соотношения между корреляционными моментами четвертого и второго порядка по гипотезе о равенстве нулю кумулянтов четвертого порядка [1, 2]:

$$\langle u_i u_j u'_m u'_n \rangle - \langle u_i u_j \rangle \langle u'_m u'_n \rangle = M_{ij}^{mn} - M_{ij} M^{mn} \cong M_i^m M_j^n + M_i^n M_j^m \quad (1.1)$$

(нижние индексы относятся к первой временной точке, верхние — ко второй). Та же гипотеза может быть выражена через соотношение для преобразований Фурье, соответствующих моментам четвертого и второго порядка [2, 3]:

$$E_{ij}^{mn}(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} E_{im}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') E_{jn}(\mathbf{k}') d\mathbf{k}' + \int_{-\infty}^{\infty} E_{in}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') E_{jm}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') d\mathbf{k}'.$$

Истинное распределение плотности вероятностей пульсаций скорости заменяется на модельную функцию плотности вероятностей, которая все же может являться хорошей аппроксимацией для вычисления некоторых моментов, если область ее отрицательных значений практически не влияет на результаты вычисления этих моментов.

Экспериментальная проверка гипотезы Миллионщикова проводилась в [4] для изотропного потока за решеткой. Было получено, что экспериментальные данные удовлетворяют этой гипотезе с отклонениями в пределах ошибки измерений.

Цель данной работы — сопоставление экспериментальных зависимостей для развитого турбулентного потока в трубе.

**2. Экспериментальная установка и измерительная аппаратура.** Канал установки представляет собой прямолинейную круглую трубу диаметром  $d = 0,06$  м. Первая часть канала длиной 6 м неподвижна и служит для формирования развитого симметричного турбулентного потока, соответствующего заданному числу Рейнольдса. Вторая часть канала длиной 1,5 м может вращаться относительно продольной оси. Поток создается подачей воздуха из магистрали высокого давления через нагреватель и ресивер с сужающимся соплом (профилированным по зависимости Витошинского), обеспечивающим степень поджатия потока 1:12. Комнатная температура в потоке поддерживается в пределах отклонений до  $0,1^\circ$ . Контроль температуры потока осуществляется термопарой, подключенной к вольтметру ВК 2-20.

Для измерения скорости потока использовалась термоанемометрическая аппаратура

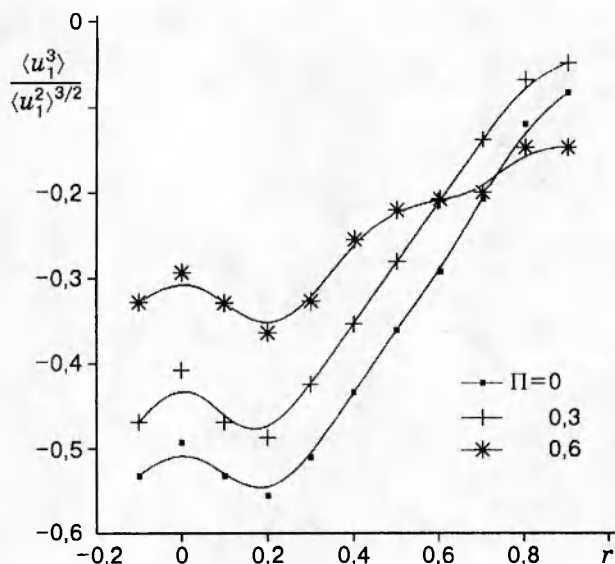


Рис. 1

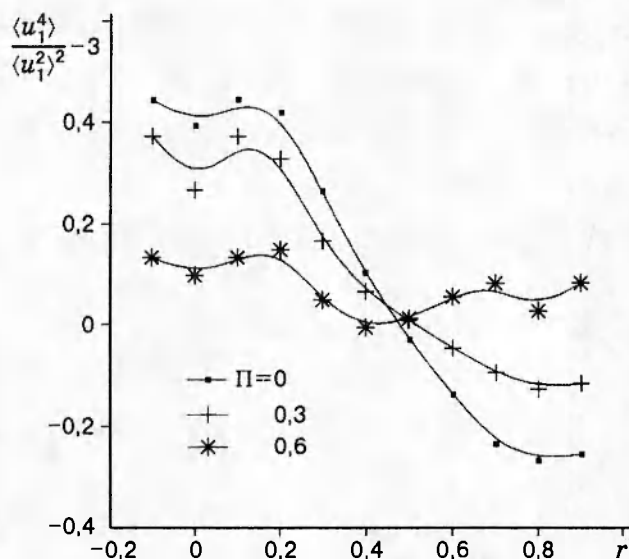


Рис. 2

фирмы DISA серии М. Проводилась линейризация сигнала. Однониточный датчик 55P11 (длина нити 1,25 мм, диаметр 5 мкм) располагался на разных расстояниях от оси вдоль горизонтального радиуса  $\bar{r}$  поперечного сечения трубы. Нить датчика направлена вертикально вдоль окружной составляющей скорости потока. Чувствительность датчика к компоненте скорости вдоль нити мала. Поэтому учитывается сигнал только от нормальной относительно нити датчика составляющей скорости. Нить датчика устанавливалась на расстоянии 15 мм от выходного сечения внутрь трубы  $x_1$ .

Регистрация временных реализаций сигналов осуществлялась на цифровой магнитофон, и обработка проводилась на ЭВМ Plugimat-S. Для получения одного значения временных корреляционных функций использовалось 153000 отсчетов сигнала при частоте дискретизации 10 кГц.

Ниже приводятся данные при значении средней скорости на оси  $U_0 = 10$  м/с. Число Рейнольдса  $Re = U_0 d / \nu = 4,2 \cdot 10^4$ , кинематический коэффициент вязкости  $\nu = 1,42 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с. Степень закрутки потока характеризуется параметром  $\Pi = V_\varphi^0 / U_0$ , где  $V_\varphi^0$  — окружная скорость вращения стенки трубы.

Для контроля измерены одноточечные моменты продольной пульсации скорости для моментов разных порядков. Результаты сопоставлены с имеющимися в литературе данными: для моментов второго порядка с данными [5–10], третьего — [5, 7, 9], четвертого — [5, 7], пятого и шестого — [7]. Сопоставление, а также экспериментальные результаты в виде таблиц и графиков приведены в [11–13].

Для измерения окружной компоненты средней скорости и напряжения трения в незакрученном потоке использовался  $x$ -образный датчик.

С увеличением закрутки потока профили продольной скорости становятся все более наполненными, что связано с уменьшением турбулентного трения. Значения окружной скорости являются незначительными в центральной части потока и резко возрастают вблизи стенок трубы. Увеличение закрутки приводит к уменьшению величины всех моментов, коэффициентов асимметрии и эксцесса практически во всем сечении потока в пределах

Π = 0								
τ	$\langle U \rangle$ , м/с	$\langle u_1^2 \rangle$ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	T	10 <sup>4</sup> η, м	10 <sup>3</sup> λ, м	10 <sup>2</sup> Λ, м	f <sub>η</sub> , Гц	f <sub>Λ</sub> , Гц
0	10	0,128	3,39	1,71	2,64	0,97	9300	163
0,2	9,78	0,178	3,42	1,63	2,81	1,22	9500	127
0,4	9,33	0,286	3,10	1,46	2,88	1,53	10200	97
0,6	8,69	0,425	2,86	1,28	2,65	1,53	10800	91
0,8	7,76	0,579	2,73	1,08	2,25	1,28	11400	96
0,9	6,98	0,670	2,75	0,94	1,81	0,93	11800	119

Π = 0,3							
τ	$\langle U \rangle$ , м/с	$\langle u_1^2 \rangle$ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	T	10 <sup>4</sup> η, м	10 <sup>3</sup> λ, м	10 <sup>2</sup> Λ, м	$\langle V_\varphi \rangle$ , м/с
0	10	0,059	3,27	2,03	2,72	0,85	0
0,2	9,88	0,090	3,33	1,89	2,85	1,05	
0,4	9,40	0,166	3,07	1,59	2,74	1,20	0,15
0,6	8,64	0,276	2,95	1,30	2,33	1,08	0,40
0,8	7,32	0,407	2,87	1,04	1,82	0,82	1,0
0,9	6,28	0,496	2,88				1,5

Π = 0,6							
τ	$\langle U \rangle$ , м/с	$\langle u_1^2 \rangle$ , м <sup>2</sup> /с <sup>2</sup>	T	10 <sup>4</sup> η, м	10 <sup>3</sup> λ, м	10 <sup>2</sup> Λ, м	$\langle V_\varphi \rangle$ , м/с
0	10,3	0,035	3,10	2,34	2,81	0,77	0
0,2	10,2	0,050	3,15	2,20	2,96	0,93	
0,4	9,90	0,086	2,99	1,85	2,82	1,03	0,14
0,6	9,11	0,152	3,06	1,42	2,20	0,82	0,51
0,8	7,62	0,286	3,03	1,01	1,46	0,50	1,51
0,9	6,38	0,390	3,08	0,80	1,02	0,30	2,7

относительной величины радиуса от 0 до 0,8. Графики зависимости асимметрии по радиусу трубы представлены на рис. 1 при разных значениях параметра закрутки. На рис. 2 показаны зависимости коэффициента эксцесса. Аналогично поведение моментов пятого и шестого порядка. Распределения вероятностей приближаются к гауссовским. Согласование данных вполне удовлетворительно и указывает косвенно на приемлемую точность проведенных измерений.

**3. Временные корреляционные функции.** Измерены временные корреляционные функции четвертого (вида  $M_{11}^{11}(\bar{r}, \bar{x}_1, \tau)$ ) и второго порядка. Использование гипотезы Миллионщикова непосредственно в соотношении между корреляционными функциями, как известно, допускает ошибку при  $\tau = 0$  из-за отличия истинного значения коэффициента эксцесса в неоднородном и неизотропном потоке от гауссовского. Но в спектральном виде гипотеза может быть использована лишь для преобразования Фурье от кумулянтной функции, т. е. для выражения (1.1). Поэтому делается попытка и для моментных функций использовать гипотезу Миллионщикова в несколько измененном виде. Выражение  $M_{11}^{11}(\tau) - (M_{11}(0))^2$  нормируется на значение при  $\tau = 0$ , соответствующее приближению выражение для правой части  $2(M_1^1(\tau))^2$  нормируется на приближенное же выражение  $(T_0 - 1)(M_{11}(0))^2 = 2(M_{11}(0))^2$ . Здесь  $T = \langle u_1^4 \rangle / \langle u_1^2 \rangle^2$ , а для гауссовского распределения  $T_0 = 3$ . Тогда можно найти  $[M_{11}^{11}(\tau)]_0$  по измеренным значениям моментов второго порядка  $M_1^1(\tau)$  и коэффициента эксцесса в рассматриваемой точке:

$$[M_{11}^{11}(\tau)]_0 - (M_{11}(0))^2 \cong (T - 1)(M_1^1(\tau))^2. \tag{3.1}$$

Погрешность при промежуточных значениях  $\tau$ , или, что то же самое, при промежуточ-

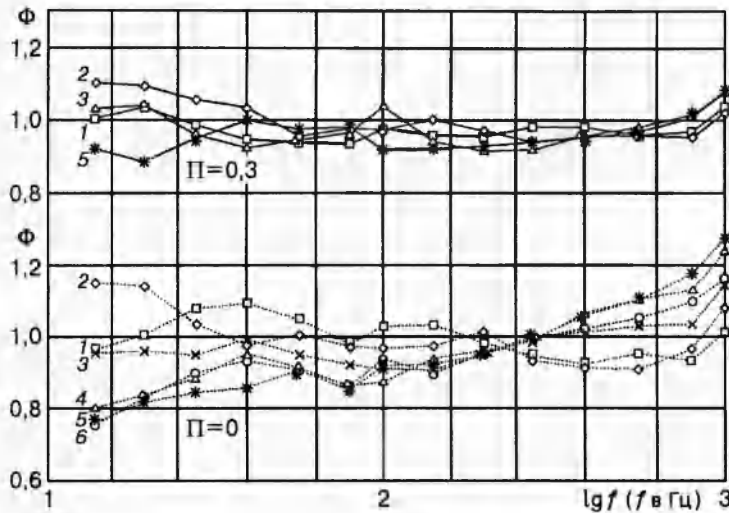


Рис. 3

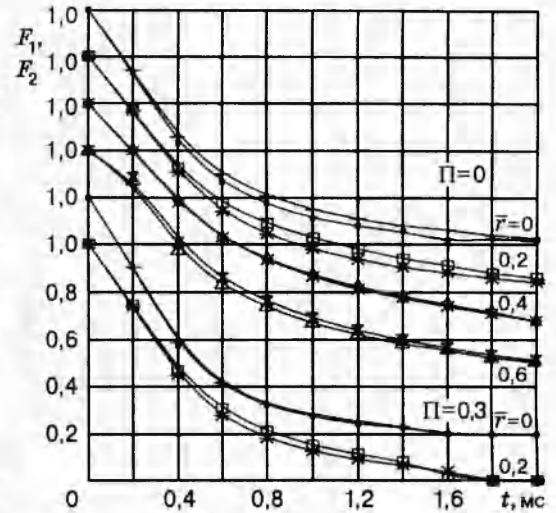


Рис. 4

ных значениях частоты, соответствующих энергосодержащему интервалу спектра, можно определить по зависимостям для спектральных распределений. На рис. 3 в нормированном виде показаны спектральные распределения по частоте при  $\bar{r} = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 0,9$  (линии 1-6) и  $\Pi = 0$  и  $0,3$  для моментов четвертого порядка  $M_{11}^{11}(\tau) - (M_{11}(0))^2$ :

$$\Phi = \frac{E_{11}^{11}(f)}{(T-1) \int_{-\infty}^{\infty} E_{11}(f-f') E_{11}(f') df'}$$

Данные о потоке приведены в таблице. Используется гипотеза Тейлора: волновое число  $k = 2\pi f / \langle U \rangle$ ,

$$\hat{k} = k\eta = \frac{2\pi f}{\langle U \rangle} \eta = j/j_\eta, \quad j_\eta = \frac{\langle U \rangle}{2\pi\eta}, \quad f_\Lambda = \frac{\langle U \rangle}{2\pi\Lambda}$$

( $\Lambda$  — продольный интегральный корреляционный масштаб,  $\lambda$  — тейлоровский микромасштаб,  $\eta$  — колмогоровский микромасштаб). Видно, что в пределах отклонения  $\pm 10\%$  в энергосодержащем интервале частот спектральные распределения в таком нормированном виде, определенные экспериментально и в результате расчета по формуле (3.1) с использованием приближения Миллионщикова, достаточно приемлемо согласуются между собой. В потоке на выходе вращающегося участка трубы, как видно из данных для одноточечных функций на рис. 1, коэффициент эксцесса  $(T-3)$  уменьшается в 3-4 раза и погрешность при определении момента четвертого порядка также снижается.

На рис. 4 для точек по радиусу  $\bar{r} = 0; 0,2; 0,4; 0,6$  (при  $\Pi = 0$  и  $0,3$ ) представлены зависимости от времени для измеренных функций  $F_1$  и  $F_2$  ( $F_2$  — приближенная зависимость, показанная верхней кривой в каждой серии):

$$F_1 = \frac{(M_1^1(\tau))^2}{(M_{11}(0))^2}, \quad F_2 = \frac{M_{11}^{11}(\tau) - (M_{11}(0))^2}{M_{11}^{11}(0) - (M_{11}(0))^2}$$

С уменьшением величины  $(T-3)$  различие в кривых снижается. Большая относительная разница сохраняется при больших значениях времени, где значения самих функций малы.

Отличие же моментов  $M_{11}^{11}(\tau)$  и  $[M_{11}^{11}(\tau)]_0$  находится в пределах 20 % при  $\Pi = 0$  ( $\bar{r} = 0$  и 0,8) и снижается до 5 % при режимах течения с вращением участка трубы.

Таким образом, получено, что:

- при вращении трубы коэффициенты асимметрии и эксцесса, характеризующие отклонение функции распределения от гауссовской, по абсолютной величине уменьшаются;
- моменты четвертого порядка в развитом турбулентном потоке в трубе отличаются от аппроксимаций Миллионщикова в меру отличия эксцесса от гауссовского значения;
- попытка представления спектральных зависимостей для временных корреляционных функций в частном примере при нормировке с использованием реальных значений эксцесса в потоке приводит к приближенному представлению временного корреляционного момента четвертого порядка с применением временного корреляционного момента второго порядка и реального значения коэффициента эксцесса в виде выражения с правильными предельными значениями при нулевом и большом значении времени и с погрешностью в промежуточном интервале порядка  $10 \div 20$  %.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17632) и частичной поддержке по программе «Физмат» Госкомвуза РФ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Миллионщиков М. Д. К теории однородной изотропной турбулентности // Докл. АН СССР. 1941. Т. 32, № 9. С. 611–614; Изв. АН СССР. Сер. География и геофизика. 1941. Т. 5, № 4–5. С. 433–446.
2. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1967. Т. 2.
3. Heisenberg W. Zur Statistischen Theorie der Turbulenz // Z. Phys. 1948. Bd 124, N 7–12. S. 628–657.
4. Uberoi M. S. Quadruple velocity correlations and pressure fluctuations in isotropic turbulence // J. Aeron. Sci. 1953. V. 20, N 3. P. 197–204.
5. Ибрагимов М. Ч., Субботин В. И., Таранов Г. С. Пульсации скорости, температуры и их корреляционные связи при турбулентном течении воздуха в трубе // Инж.-физ. журн. 1970. Т. 19, № 6. С. 1060–1069.
6. Lawn C. J. The determination of the rate of dissipation in turbulent pipe flow // J. Fluid Mech. 1971. V. 48. P. 447–505.
7. Букреев В. И., Зыков В. В., Костомаха В. Ф. Одномерные законы распределения вероятности флуктуаций скорости при турбулентном течении в круглой трубе // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1975. Т. 13, вып. 3. С. 3–9.
8. Perry A. E., Abell C. J. Scaling laws for pipe flow turbulence // J. Fluid Mech. 1975. V. 67, pt 2. P. 257–271.
9. Schildknecht M., Miller J. A., Meier G. E. The influence on the structure of turbulence in fully developed pipe flow // J. Fluid Mech. 1979. V. 90, pt 1. P. 67–107.
10. Борисенко А. И., Костиков О. Н., Чумаченко В. И. Экспериментальное исследование турбулентных характеристик потока во вращающемся канале // Инж.-физ. журн. 1973. Т. 24, № 6. С. 1103–1107.
11. Заец П. Г., Онуфриев А. Т., Пилипчук М. И., Сафаров Р. А. Одноточечные моменты продольной компоненты скорости в закрученном турбулентном потоке в трубе. М., 1983. Деп. в ВИНТИ 15.06.93, № 3694–83.

12. Заец П. Г., Онуфриев А. Т., Пилипчук М. И., Сафаров Р. А. Двухточечные корреляционные функции четвертого порядка для продольной скорости в турбулентном течении во вращающейся относительно оси трубе. М., 1984. Деп. в ВИНТИ 24.05.84, № 3831-84.
13. Пилипчук М. И. Исследования статистических характеристик продольной компоненты скорости турбулентного потока во вращающейся трубе: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: МФТИ, 1986.

*Поступила в редакцию 4/IV 1995 г.,  
в окончательном варианте — 11/VII 1995 г.*

---