

УДК 669.86:536.21

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ АНОМАЛЬНОГО КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В НАКЛОНЯЕМОМ КУБЕ

А. Н. Шарифулин, А. Н. Полудницин*

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 614990 Пермь

* Пермский государственный национальный исследовательский университет, 614990 Пермь
E-mails: albert.sharifulin@gmail.com, panam.48@mail.ru

Экспериментально исследованы бифуркации стационарной конвекции воздуха в подогреваемой снизу кубической полости при контролируемых отклонениях от равновесных условий подогрева вследствие медленного квазистационарного наклона полости на заданный угол α . Установлено, что в надкритическом диапазоне чисел Рэлея Ra при угле наклона полости, не превышающем 7° , возможно существование двух устойчивых стационарных режимов конвекции (нормального и аномального) с циркуляцией в противоположных направлениях. Исследованы трансформации распределения температуры в срединной (по отношению к плоскостям, в которых расположены теплообменники) плоскости при переходе от аномального режима течения к нормальному путем мгновенного поворота всей массы воздуха в полости вокруг вертикальной оси на угол от 90° до 135° . Показано, что такой поворот обусловлен превышением критического значения угла наклона полости $\alpha_{cr}(Ra)$, определенного экспериментально для интервала чисел Рэлея $0 < Ra < 25 Ra_{cr}$, где Ra_{cr} — критическое число Рэлея устойчивости состояния механического равновесия при подогреве снизу.

Ключевые слова: аномальная конвекция воздуха, экспериментальное исследование, наклоняемая кубическая полость, бифуркации.

Введение. Свободная тепловая конвекция в замкнутой полости имеет различные технологические приложения, а также важна для понимания процессов, происходящих в атмосфере и мантии Земли [1, 2]. Как ламинарные, так и турбулентные режимы конвекции при непрерывном изменении внешних параметров испытывают бифуркации, что приводит к изменению структуры конвективного течения и кризисам теплопередачи. В большинстве экспериментальных и теоретических исследований все внешние параметры, за исключением числа Рэлея или числа Грасгофа, полагаются постоянными, а результаты представляются в виде бифуркационных диаграмм — зависимостей одного наиболее характерного параметра состояния системы от числа Рэлея. В случаях, когда условия подогрева таковы, что возможно состояние механического равновесия, реализуется так называемая вилочная, совершенная бифуркация. Если условия подогрева слабо отличаются от равновесных, вилочная бифуркация может сменяться несовершенной бифуркацией. Переход совершенной бифуркации в несовершенную подробно исследован путем аналитических и численных

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-01-00535).

© Шарифулин А. Н., Полудницин А. Н., 2014

расчетов нелинейных надкритических плоских режимов конвекции для бесконечных горизонтальных каналов с круговым [3, 4] и прямоугольным [5–8] сечениями. Контролируемое нарушение равновесных условий подогрева осуществлялось путем поворота полости вокруг оси цилиндра. Показано, что при значениях числа Рэлея $Ra > Ra_{cr}$ в диапазоне значений углов, близких к значению $\alpha = 0$, соответствующему подогреву снизу, помимо нормальных течений, возникающих при любом сколь угодно малом значении $Ra > 0$, реализуются стационарные течения, названные в [8] аномальными и характеризующиеся тем, что вдоль приподнятой с одного края нагретой поверхности воздух движется вниз, а не вверх.

В [9] впервые исследована линейная устойчивость нелинейных режимов конвекции, соответствующих как нормальному, так и аномальному режиму валового течения в бесконечном горизонтальном канале квадратного сечения при подогреве снизу ($\alpha = 0$) и малом угле наклона полости ($\alpha = 0,1^\circ$), по отношению к пространственным возмущениям. Для случая, когда число Прандтля $Pr = 7$, показано, что все ветви несовершенной и совершенной бифуркаций неустойчивы по отношению к пространственным возмущениям, имеющим вид периодических вдоль оси канала поперечных горизонтальных валов. Такие пространственные ячейки ранее экспериментально наблюдались в подогреваемом снизу круговом канале с водой [10]. Экспериментальная реализация совершенной и несовершенной бифуркаций валового течения в длинных горизонтальных каналах затруднена, что обусловлено сложностью подавления ячейчатых пространственных возмущений. Однако в коротком горизонтальном канале, в частности в кубической полости, совершенная и несовершенная бифуркации реализуются. В [11] экспериментально показано, что совершенная бифуркация вилочного типа наблюдается при подогреве снизу и при малом угле наклона полости переходит в несовершенную бифуркацию. В наклонной кубической полости стационарные режимы конвекции имеют квазидвумерный, валовый характер, сходный с описанными выше двумерными нормальными и аномальными режимами конвекции в бесконечных горизонтальных каналах. При малом угле наклона $\alpha \leq 4^\circ$ и умеренных надкритических значениях числа Рэлея в кубической полости, наполненной воздухом [11], наблюдалось два устойчивых валовых режима нормальной и аномальной конвекции. Эти результаты подтверждены в [12] для случая, когда ось наклона проходит через центры противоположных вертикальных граней и совпадает с осями валов нормального и аномального движений. В [11] бифуркационные кривые представлены в виде зависимостей интенсивности вала, характеризваемой перепадом температуры θ , измеряемым термопарой между точками с координатами $x = \pm d/4$ (d — длина ребра куба), от числа Рэлея при фиксированных значениях угла наклона α . В [12] построены бифуркационные кривые $\theta(\alpha)$ для фиксированных значений числа Рэлея.

Полученные в работах [11, 12] режимы течения можно представить в виде схемы (рис. 1). При уменьшении α в момент перехода через значение $\alpha = 0$ нормальное течение, схема которого представлена на рис. 1,а, становится аномальным течением (см. рис. 1,в), которое при достижении значения $\alpha = -\alpha_{cr}$ переходит скачкообразно к нормальному течению с $\theta < 0$ (см. рис. 1,г). Если теперь уменьшать модуль угла наклона, т. е. увеличивать α , то это течение плавно перейдет в аномальное (см. рис. 1,б), которое при достижении значения угла наклона $\alpha = \alpha_{cr}$ скачкообразно, путем резкого перемещения всей массы воздуха в полости, перейдет в первоначальное нормальное течение (см. рис. 1,а). Это означает, что переход от нормального к аномальному режиму и обратно происходит с гистерезисом. В [12] также сделано предположение, что в процессе перехода от аномального режима конвекции (см. рис. 1,б) к нормальному (см. рис. 1,а) в полости возникает вертикальный конвективный вихрь.

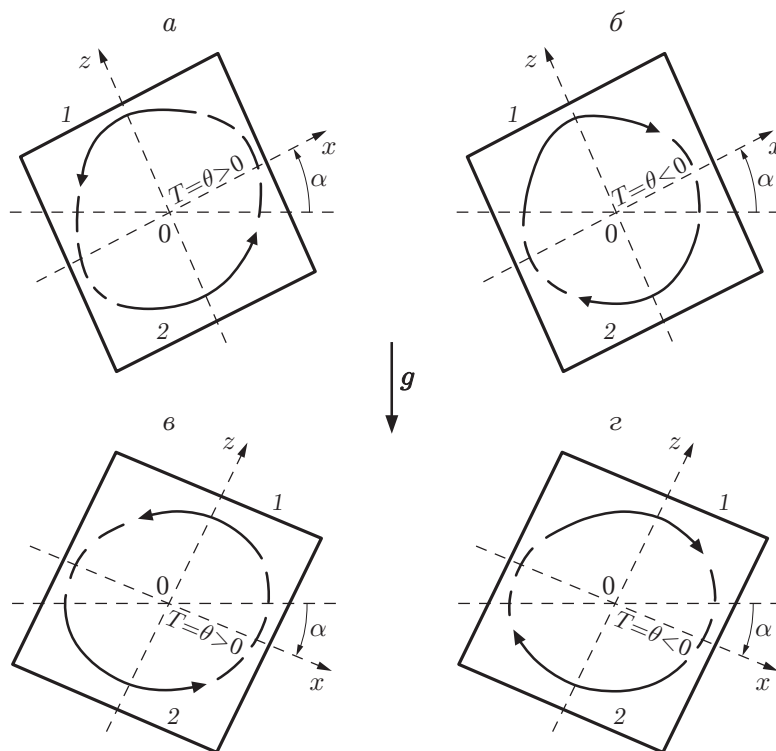


Рис. 1. Схемы нормальных (а, г) и аномальных (б, в) течений в кубической полости: а — $\theta > 0$, $\alpha > 0$, б — $\theta < 0$, $\alpha > 0$, в — $\theta > 0$, $\alpha < 0$, г — $\theta < 0$, $\alpha < 0$; 1 — холодная стенка, 2 — горячая стенка

Целью настоящей работы является экспериментальное определение зависимости критического угла от числа Рэлея $\alpha_{cr}(Ra)$, так называемой бифуркационной кривой, определяющей границы области существования аномального течения (и интервала гистерезиса), а также исследование переходного процесса, возникающего при превышении критического значения угла наклона.

1. Экспериментальная установка и методика измерений. Экспериментальная установка, схема которой показана на рис. 2, представляет собой специальное устройство с наклонным столиком (гониометр). На столик устанавливается кубическая камера с теплообменниками, которую можно поворачивать на угол α вокруг оси y , проходящей через центры противоположных граней. С помощью данного устройства можно изменять угол наклона модели в широком диапазоне значений. Для того чтобы конвективная камера наклонялась с наименьшими возмущениями, столик оборудован электрическим двигателем с редуктором.

Сигналы термоЭДС термопар поступают от кубической полости на входы восьмиканального усилителя-коммутатора “Термодат 38В1”, а затем на USB-порт персонального компьютера, где преобразуются в цифровой вид, удобный для обработки. Длина d ребра камеры модели равна 4 см, толщина стенок — 3 мм.

Все грани куба изготовлены из меди. К верхней и нижней граням плотно прижаты медные теплообменники, температура которых поддерживалась постоянной: $T_{cold} = T_r - \Delta T/2$, $T_{hot} = T_r + \Delta T/2$ (ΔT — перепад температур теплообменников; T_r — комнатная температура). Высокая теплопроводность стенок обеспечивает однородное распределение температуры на гранях, соприкасающихся с теплообменниками, и линейное распределение вдоль оси z с постоянным градиентом температуры на остальных гранях. Для того

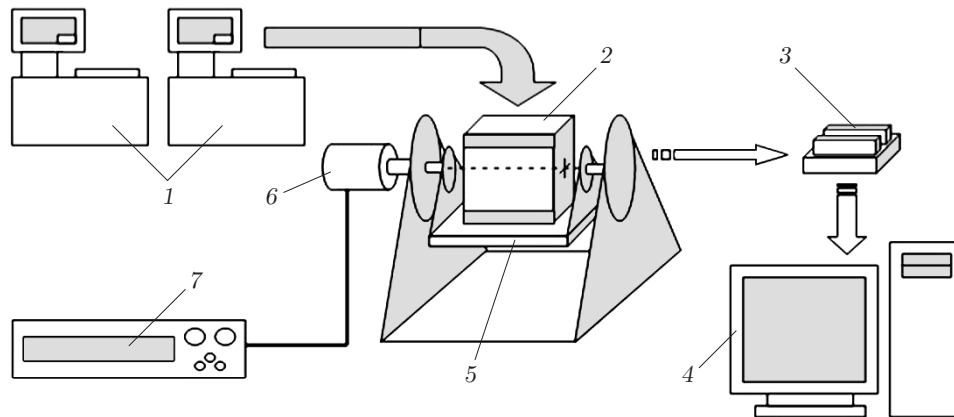


Рис. 2. Схема экспериментальной установки:

1 — ультрагермостаты VT-12, 2 — лабораторная кубическая модель, 3 — восьмиканальный усилитель-коммутатор “Термодат 38В1”, 4 — персональный компьютер, 5 — наклонный столик, 6 — электродвигатель ДПМ-30-К3-01, 7 — источник питания Б5-71/1м

чтобы движение воздуха в комнате не искажало распределение температуры в модели, последняя изолирована пенопластом толщиной 1 см. Конструкция установки позволяет производить наклон модели как с постоянными угловыми скоростями от $(3,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-3}$ до $(7,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-2}$ рад/с, так и ступенчато с шагом, равным $0,5^\circ$. В настоящей работе приводятся результаты, полученные при пошаговом наклоне. При $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ в полости реализуются условие механического равновесия и, возможно, состояние покоя. При $\alpha = \pi$ это состояние устойчиво для любых значений числа Рэлея $Ra = g\beta d^3 \Delta T / (\nu\chi)$ (β , ν , χ — коэффициент теплового расширения, кинематическая вязкость и температуропроводность соответственно), а при $\alpha = 0$, т. е. при подогреве снизу, механическое равновесие теряет устойчивость при превышении критического значения числа Рэлея $Ra_{cr} = 6796$ [13]. Для воздуха при комнатной температуре $T_r = 20^\circ\text{C}$ и перепаде температур теплообменников $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ при выбранной для эксперимента длине ребра куба $d = 4$ см это критическое значение достигается с погрешностью не более 1 %, поэтому в условиях настоящего эксперимента выполняется эмпирическое соотношение

$$\Delta T \approx r,$$

где $r = Ra / Ra_{cr}$ — нормированное число Рэлея (параметр надкритичности). При этом использовались следующие значения величин: $T_r = 20^\circ\text{C}$, $\nu = 0,15 \text{ см}^2/\text{с}$, $\beta = 1/293 \text{ К}$, $Pr = \nu/\chi = 0,71$ [14].

1.1. *Методика распознавания крупномасштабного движения воздуха.* Структура движения распознавалась путем обработки показаний четырех дифференциальных термомпар, расположенных в сечении куба, находящегося в плоскости $z = 0$, в точках с координатами $(x, y) = (\pm d/4, \pm d/4)$. С использованием значений термомпар, получаемых в режиме реального времени, можно определить перепады температур Δ_X и Δ_Y между этими точками, обусловленные наличием поля температур $T(x, y, z, t)$:

$$\begin{aligned} \Delta_X^+(t) &= T(d/4, d/4, 0, t) - T(-d/4, d/4, 0, t), \\ \Delta_X^-(t) &= T(d/4, -d/4, 0, t) - T(-d/4, -d/4, 0, t), \\ \Delta_Y^-(t) &= T(-d/4, d/4, 0, t) - T(-d/4, -d/4, 0, t), \\ \Delta_Y^+(t) &= T(d/4, d/4, 0, t) - T(d/4, -d/4, 0, t). \end{aligned}$$

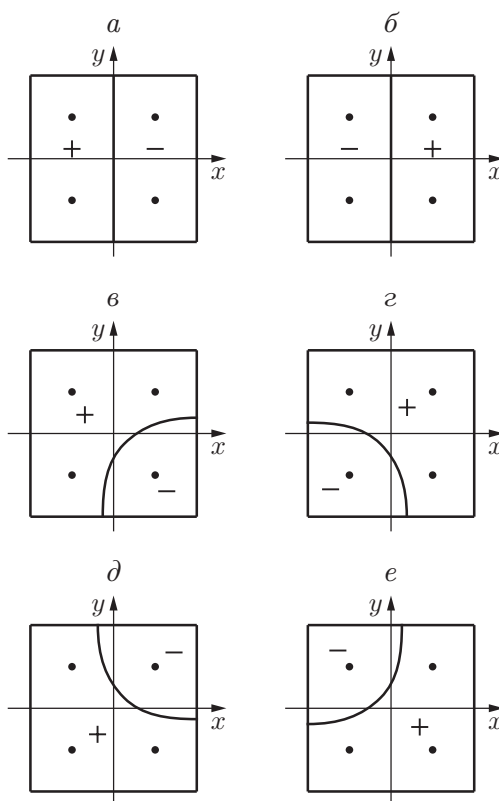


Рис. 3. Положение зон в сечении $z = 0$:
 точки — положения спаев термопар; а-е — режимы течения 1-6

Здесь нижний индекс соответствует оси системы координат, параллельно которой ориентирована термопара, верхний — положению центра термопары относительно начала координат на другой оси.

В случае если воздух в полости неподвижен, температура в плоскости $z = 0$ постоянна и совпадает с комнатной (далее будем называть ее равновесной), показания всех термопар являются нулевыми.

С помощью термопар можно определить границы зон в сечении $z = 0$, отмеченных на рис. 3 знаком “+” или “-”, в которых температура выше или ниже равновесной. Положение и форма этих зон позволяют судить о направлении крупномасштабного движения воздуха в полости. Так, если показания термопар, расположенных параллельно оси y , равны нулю, т. е. $\Delta_Y^- = \Delta_Y^+ = 0$, а показания термопар, расположенных вдоль оси x , равны между собой и положительны (отрицательны), т. е. $\Delta_X^- = \Delta_X^+ = \Delta_X > 0$ ($\Delta_X^- = \Delta_X^+ = \Delta_X < 0$), то распределению температур соответствует рис. 3,б (рис. 3,а), а движение воздуха имеет характер стационарного вала с осью, совпадающей с осью y и направлением циркуляции, показанным на рис. 1,а,г (рис. 1,б,в). С использованием этой методики можно также идентифицировать течения с осью вала, совпадающей с осью x (см. [11]). Установлено шесть режимов течения, соответствующих расположению температурных зон, показанных на рис. 3.

1.2. *Компенсация механического несовершенства модели.* Как показали эксперименты, используемая камера является механически несовершенной: при ее горизонтальном расположении в полости даже при докритических числах Рэлея наблюдается слабое валовое течение. По-видимому, это несовершенство обусловлено неидеальностью теплового контакта граней полости между собой и отклонением формы полости от кубической. Для

компенсации этого несовершенства ось y наклонялась на заданный угол β_0 , который был определен следующим образом. При фиксированном перепаде температур $\Delta T = 15^\circ\text{C}$ и горизонтальном расположении оси x угол наклона β оси y плавно изменялся в интервале от 30° до -30° . В этих экспериментах наблюдались распределения температуры, сходные с представленными на рис. 3, в, г распределениями, которые при постепенном увеличении (уменьшении) угла β в окрестности значения $\beta = 0$ скачкообразно с гистерезисом переходили одно в другое. Среднее значение угла β в интервале гистерезиса было принято в качестве β_0 . Описанные ниже эксперименты проведены при отклонении оси y от горизонтали на угол $\beta_0 = 4,3^\circ$. Поворот камеры на угол α вокруг оси y также сопровождается сложным гистерезисом, описанным ниже. При $\Delta T = 15^\circ\text{C}$ середине интервала гистерезиса соответствует значение $\alpha_0 = 5,5^\circ$. В дальнейшем угол α отсчитывался от этого значения.

2. Обсуждение экспериментальных результатов. Эксперименты по получению в полости аномального конвективного течения и определению границ области его существования в плоскости параметров (Ra, α) осуществлялись следующим образом. При угле наклона $\alpha = -\alpha_{\max}$ ($\alpha_{\max} = 30^\circ$) для фиксированных перепадов температуры на теплообменниках $\Delta T = 2,5, 5, 10, 15, 20, 25^\circ\text{C}$ получено нормальное одноваловое стационарное течение. Затем осуществлялось пошаговое увеличение угла наклона α до значения $\alpha = 0^\circ$, соответствующего горизонтальному положению полости, и далее до значения $\alpha = \alpha_{\max}$. По мере приближения к горизонтальному положению происходило постепенное изменение показаний термопар, свидетельствующее об эволюции распределения зон, представленного на рис. 3, а, к распределению зон, представленному на рис. 3, в.

При достижении в интервале положительных углов значения $|\alpha| = \alpha_{cr}(\text{Ra})$ происходил быстрый переход от распределения, приведенного на рис. 3, в, к распределению, соответствующему валу с нормальным направлением циркуляции (см. рис. 3, а). Далее эксперимент повторялся в обратном порядке, т. е. осуществлялось пошаговое уменьшение угла наклона до первоначального значения $\alpha = -\alpha_{\max}$. При этом, если $|\alpha| = \alpha_{cr}(\text{Ra})$, наблюдался и фиксировался поворот вала.

На рис. 4 представлены полученные таким образом показания четырех термопар при значении перепада температуры теплообменников $\Delta T = 5^\circ\text{C}$ в случае изменения угла наклона от $\alpha = -\alpha_{\max}$ до $\alpha = \alpha_{\max}$ и от $\alpha = \alpha_{\max}$ до $\alpha = -\alpha_{\max}$. Видно, что в интервале $-25^\circ \leq \alpha \leq -15^\circ$ показания Y -термопар $\Delta_Y^- = \Delta_Y^+ \approx 0$, а показания X -термопар отрицательны и практически совпадают. Это означает, что распределение температур в плоскости $z = 0$ соответствует представленному на рис. 3, а, а конвективное течение имеет вид вала, симметричного относительно плоскости $y = 0$. Ось вала совпадает с осью y . Увеличение α до значения $\alpha = 1^\circ$ приводит к формированию распределения, представленного на рис. 3, в. Поскольку $\Delta_Y^- \approx \Delta_X^+ \approx 0$, $\Delta_Y^+ \approx -\Delta_X^- > 0$, распределение температур симметрично относительно плоскости $y = -x$, а конвективный вал перпендикулярен этой плоскости. Таким образом, можно считать, что при изменении угла наклона от $\alpha = -30^\circ$ до $\alpha = 1^\circ$ вал плавно повернулся на угол, равный 45° , и деформировался. Дальнейшее изменение угла наклона на 1° приводит к скачкообразному изменению показаний термопар (см. рис. 4, а). В полости устанавливается распределение температуры, соответствующее рис. 3, г и получающееся при повороте распределения, представленного на рис. 3, в, на угол, равный 90° . Пошаговое увеличение угла наклона до значения $\alpha = 25^\circ$ приводит к тому, что распределение температуры плавно эволюционирует (см. рис. 3, б). При этом ось вала выпрямляется и он поворачивается на угол, равный 45° .

При пошаговом уменьшении угла наклона до $\alpha = -25^\circ$ процесс повторяется, но скачкообразный переход от режима 4 к режиму 3 (см. рис. 3) происходит в области отрицательных углов ($\alpha = -1^\circ$), когда режим 4 является аномальным. Таким образом, существует область углов $|\alpha| \leq 1^\circ$, в которой в зависимости от предыстории устанавливается либо

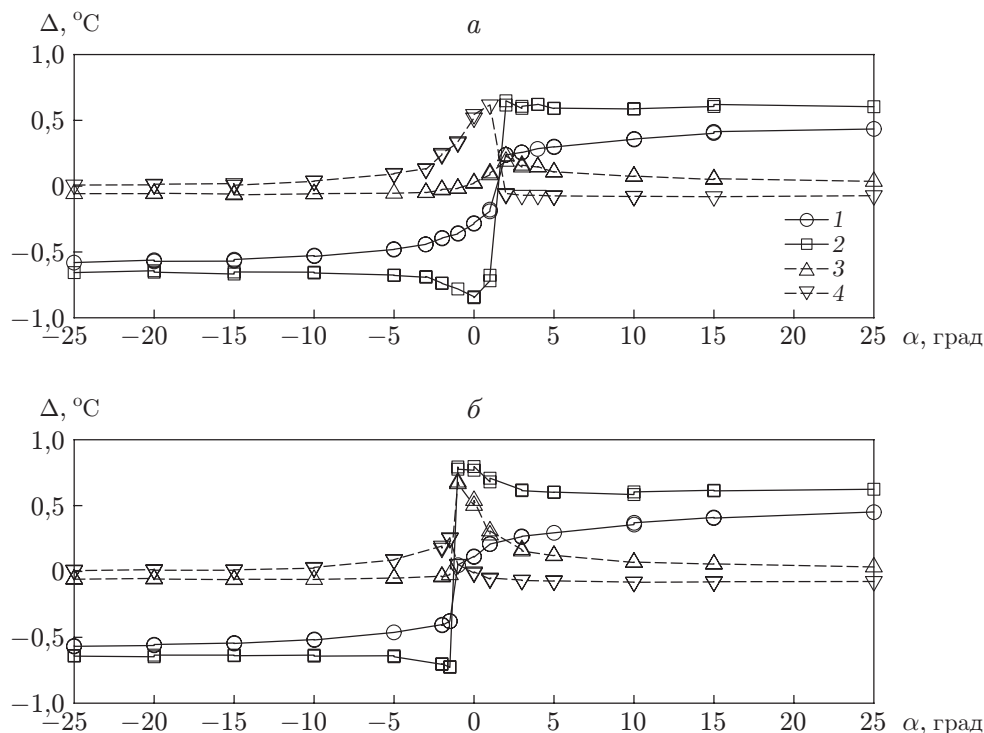


Рис. 4. Зависимость стационарных показаний термопар в центральном сечении куба от угла наклона α при $\Delta T = 5^{\circ}\text{C}$:

a — изменение угла наклона от отрицательных значений до положительных, b — изменение угла наклона от положительных значений до отрицательных; 1, 2 — показания термопар Δ_X^+ , Δ_X^- соответственно, 3, 4 — показания термопар Δ_Y^- , Δ_Y^+ соответственно

режим 4, либо режим 3. Вследствие симметрии задачи наряду с рассмотренной сменой режимов $1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 2$ при изменении угла наклона от $\alpha = -\alpha_{\max}$ до $\alpha = \alpha_{\max}$ должна была происходить смена режимов $1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 2$, а при изменении угла наклона от $\alpha = \alpha_{\max}$ до $\alpha = -\alpha_{\max}$ наряду со сменой режимов $2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ должна была происходить смена режимов $2 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 1$. Однако при многократных повторениях эксперимента наблюдались лишь переходы, представленные на рис. 4.

Бифуркационные диаграммы, полученные при $\Delta T = 2,5; 10,0^{\circ}\text{C}$, подобны бифуркационным диаграммам, приведенным на рис. 4. Дальнейшее увеличение перепада температур приводит к существенному изменению характера бифуркаций. На рис. 5 представлены зависимости показаний термопар от угла наклона α при $\Delta T = 15^{\circ}\text{C}$. Результаты сравнения рис. 4, a и рис. 5, a показывают, что при изменении α от $\alpha = -\alpha_{\max}$ до $\alpha = \alpha_{cr}$ имеют место лишь количественные различия показаний термопар. Видно, что в данном случае, в отличие от рассмотренного выше случая $\Delta T = 5^{\circ}\text{C}$, валовое течение сохраняется практически до значения $\alpha = 0$. При увеличении α до значения α_{cr} , как и в случае $\Delta T = 5^{\circ}\text{C}$, при $z = 0$ поле температур, соответствующее режиму 1 течения (см. рис. 3), эволюционирует к полю температур, соответствующему режиму 3. Превышение значения α_{cr} приводит к установлению режима 2, а не режима 4, как в случае $\Delta T = 5^{\circ}\text{C}$. Это означает, что при переходном процессе конвективный вал повернулся на угол, равный не 90° , а 135° . Как и в случае $\Delta T = 5^{\circ}\text{C}$, при изменении α от $\alpha = \alpha_{\max}$ до $\alpha = -\alpha_{\max}$ на участке от α_{\max} до $-\alpha_{cr}$ режим 2 сменяется режимом 4, а при $\alpha = -\alpha_{cr}$ в результате переходного процесса устанавливается режим 1.

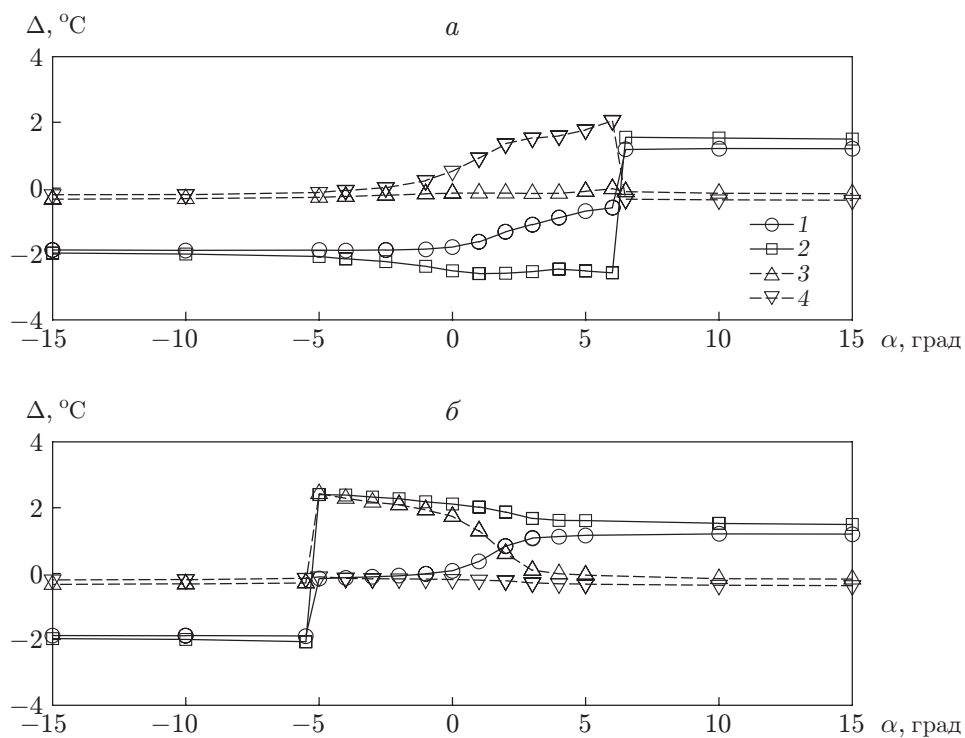


Рис. 5. Зависимость стационарных показаний термопар в центральном сечении куба от угла наклона α при $\Delta T = 15$ °C (обозначения те же, что на рис. 4)

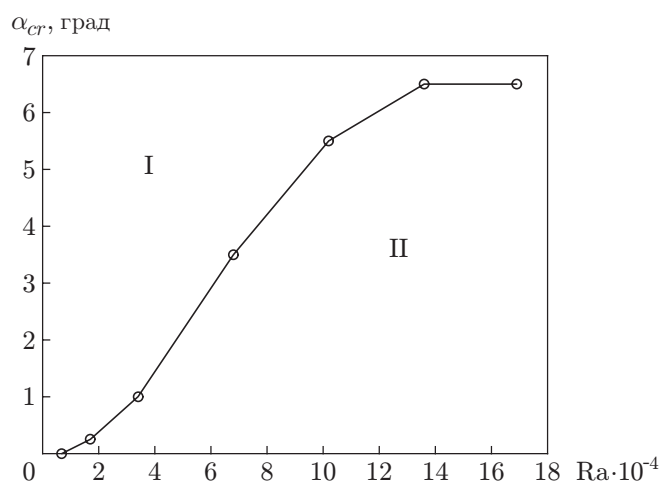


Рис. 6. Бифуркационная кривая, разделяющая области существования нормальных (I) и аномальных (II) течений

Бифуркационные диаграммы, полученные при $\Delta T = 20, 25$ °С, сходны с диаграммами, построенными при $\Delta T = 15$ °С. Бифуркационная кривая, полученная в результате обработки этих диаграмм, представлена на рис. 6. Ранее бифуркационная кривая экспериментально не определялась, строились лишь отдельные бифуркационные диаграммы.

ЗАМЕЧАНИЕ. Теоретические бифуркационные кривые, полученные в [4, 6] путем численного решения полных двумерных уравнений тепловой конвекции, имеют максимум при $Ra \approx 2,5 \cdot Ra_{cr}$. На экспериментальной кривой этот максимум наблюдается при $Ra \approx 25 Ra_{cr}$.

3. Выводы. Таким образом, проведенное экспериментальное исследование показало, что в области надкритических значений числа Рэлея при углах отклонения полости от горизонтали, меньших критического, наряду с нормальным ячеистым конвективным течением, при котором воздух вдоль наклоненного и нагретого дна полости движется вверх, существует аномальное устойчивое течение, при котором газ движется вниз вдоль нагретой поверхности. Показано, что переход от аномального течения к нормальному и обратно сопровождается гистерезисом и генерацией нестационарного конвективного вихря, существующего в течение малого промежутка времени. На плоскости параметров число Рэлея — угол наклона построена бифуркационная кривая, при пересечении которой имеют место эти переходы.

Авторы выражают благодарность В. В. Пухначеву, А. Г. Петрову и Н. И. Яворскому за внимание к работе и полезное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Голицын Г. С.** Природные процессы и явления: волны, планеты, конвекция, климат, статистика. М.: Физматлит, 2004.
2. **Андреев В. К.** Современные математические модели конвекции / В. К. Андреев, Ю. А. Гапоненко, О. Н. Гончарова, В. В. Пухначев. М.: Физматлит, 2008.
3. **Чернатынский В. И., Шлиомис М. И.** Конвекция вблизи критических чисел Рэлея при почти вертикальном градиенте температуры // Изв. АН СССР. Механика жидкости газа. 1973. № 1. С. 64–70.
4. **Никитин А. И., Шарифулин А. Н.** О бифуркациях стационарных режимов тепловой конвекции в замкнутой полости, порождаемых особенностью типа сборки Уитни // Процессы тепло- и массопереноса вязкой жидкости: Сб. науч. тр. Свердловск: Урал. науч. центр АН СССР, 1986. С. 32–39.
5. **Mizushima J., Hara Y.** Routes to unicellular convection in a tilted rectangular cavity // J. Phys. Soc. Japan. 2000. V. 69. P. 2371–2374.
6. **Шарифулин А. Н., Суслов С. А.** Конвективные бифуркации несжимаемой жидкости в наклоняемой полости квадратного сечения // Материалы 10-й Междунар. конф. “Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах” (НПС-2010), Пермь, 1–3 нояб. 2010 г. Пермь: Перм. гос. техн. ун-т, 2010. Т. 2. С. 315–319.
7. **Сагитов Р. В., Шарифулин А. Н.** Устойчивость стационарной тепловой конвекции в наклоняемой прямоугольной полости в маломодовом приближении // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 2. С. 247–256.
8. **Cliffe K. A., Winters K. H.** A numerical study of the cusp catastrophe for Bénard convection in tilted cavities // J. Comput. Phys. 1984. V. 54. P. 531–534.
9. **Adachi T.** Stability of natural convection in an inclined square duct with perfectly conducting side walls // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2006. V. 49. P. 2372–2380.
10. **Герщуни Г. З.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г. З. Герщуни, Е. М. Жуховицкий. М.: Наука, 1972.

11. **Зимин В. Д., Кетов А. И.** Надкритические конвективные движения в кубической полости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. № 4. С. 110–114.
12. **Шарифулин А. Н., Полудницин А. Н., Кравчук А. С.** Лабораторное моделирование нелокального возникновения тропического циклона // Журн. эксперим. и теорет. физики. 2008. Т. 134, № 6. С. 1269–1273.
13. **Mizushima J., Matsuda O.** Onset of 3D thermal convection in a cubic cavity // J. Phys. Soc. Japan. 1997. V. 66. P. 2337–2341.
14. **Ландау Л. Д.** Курс общей физики. Механика и молекулярная физика / Л. Д. Ландау, А. И. Ахиезер, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1989.

Поступила в редакцию 6/V 2013 г.
