

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХ МОДЕЛЕЙ ПЕНЫ

В. С. Суров

*Челябинский государственный университет,
454136 Челябинск*

Сопоставлены результаты расчетов ряда одномерных автомодельных задач по взаимодействию ударных волн с водяной пеной, полученные по ячейной модели, в которой использовано представление о пене как среде с ячейной структурой, непроницаемой для газа, а также в рамках односкоростной модели многокомпонентной среды (равновесная модель). Показана необходимость учета пульсаций пузырей пены, возбуждаемых ударной волной.

Пенные среды находят широкое применение при сварке взрывом, для гашения ударных волн (УВ) при проведении демонтажных работ взрывным способом, угледобыче. В последнем случае пена, покрывающая поверхность угля, не только снижает давление взрывной волны, но и улавливает угольную пыль, уменьшая вероятность ее взрыва. В целом пена может понизить давление при взрыве на 90 % [1].

Экспериментально динамика распространения УВ в пенообразных средах исследовалась в [2–5]. Из теоретических работ отметим [6–9], основанные на односкоростной модели двухфазной среды [10], в которой пена рассматривалась как псевдогаз со скорректированными на присутствие конденсированной фазы параметрами. Полученные с использованием этой модели значения давления в отраженной от жесткой преграды УВ существенно выше наблюдаемых в эксперименте [2, 8].

В настоящей работе сопоставлены результаты расчетов ряда одномерных автомодельных задач по взаимодействию УВ с водяной пеной, полученные по модели, в которой использовано естественное представление о пене как среде с ячейной структурой, непроницаемой для газа (в дальнейшем эту модель будем называть ячейной или дискретной [11]), а также в рамках односкоростной модели многокомпонентной среды [12], учитывающей, в отличие от [6, 7], необратимость ударного сжатия компонентов смеси (так называемая равновесная модель пены или «псевдогаза»). Показано, что наблюдаемые расхождения с экспериментом при использовании равновесной модели пены связаны не с пренебрежением возможными фазовыми превращениями [2, 8], которые для рассматриваемых в работе слабых УВ не столь существенны, а обусловлены неучетом потерь энергии за счет возникновения в пене интенсивных пульсаций пузырей, возбуждаемых УВ.

Модель, близкая к рассмотренной в работе дискретной модели пены, использовалась в [13] для исследования распространения волн в снарядном режиме течения двухфазной среды. Исходные уравнения движения жидких пробок служили основой для вывода на базе модели квазиконтинуума канонических эволюционных уравнений распространения волн в дисперсных средах. В настоящей работе, в отличие от [13], система обыкновенных дифференциальных уравнений движения жидких пленок интегрировалась совместно с газодинамическими уравнениями для прямого моделирования распространения волн в пене.

Постановка задачи и методы расчета

Пусть на слой пены нормально к ее поверхности падает плоская воздушная УВ, имеющая профиль в виде полубесконечной ступеньки. Особенности взаимодействия «коротких» УВ с пеной в рамках дискретной модели, моделирующих взрывные явления, приведены в [11]. Параметры газа за фронтом падающей УВ, отмеченные индексами gs , связаны с параметрами газа перед скачком (с индексами go) соотношениями Ренкина — Гюгонио

$$\begin{aligned} u_{gs} &= 2c_{go}(M_s^2 - 1)/\{M_s(\kappa + 1)\}, \\ p_{gs} &= p_{go}\{1 + 2\kappa(M_s^2 - 1)/(\kappa + 1)\}, \\ \rho_{gs} &= \rho_{go}\{(\kappa + 1)M_s^2/(2 + (\kappa - 1)M_s^2)\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где u — скорость; $M_s = 1,1 \div 1,9 = u_{gs}/c_{go}$ — число Маха; c — скорость звука; κ — показатель адиабаты газа ($\kappa = 1,4$).

В работе [11] использована простейшая модель пенообразной среды, в соответствии с которой пена до ее сжатия УВ считалась состоящей из кубических ячеек одинакового размера с общими границами в виде тонких пленок жидкости, разделяющих смежные ячейки пены. Пена полагалась однородной в поперечном направлении к движению фронта УВ (рассматриваются, например, процессы в ударных трубах), поэтому линейные размеры ячеек в процессе деформации изменялись лишь в направлении движения УВ (вдоль оси Ox), оставаясь неизменными в поперечном направлении. Из принятых допущений по структуре пены нетрудно установить формулу, связывающую плотность невозмущенной пены ρ_f с физической плотностью жидкости ρ_l :

$$\rho_f = \rho_l 3l_0/a_0, \quad (2)$$

где l_0 — толщина пленки жидкости; a_0 — размер ячейки. Плотность водяной пены ρ_f варьировалась от 5 до 990 кг/м³ ($\rho_l = 1000$ кг/м³). Заметим, что при $\rho_f > 900$ кг/м³ двухфазную среду обычно называют пузырьковой жидкостью.

Для численного решения одномерных уравнений газодинамики, описывающих движение газа перед пеной, использовался метод Годунова в подвижных сетках [14]. Как показали вычисления [11], нет необходимости в проведении детальных газодинамических расчетов движения газа в отдельных ячейках пены, достаточно считать процессы, происходящие в них, адиабатическими и воспользоваться соотношением

$$p_i = p_0 (\rho_i/\rho_{go})^\kappa, \quad (3)$$

где p_i и ρ_i — текущие значения давления и плотности в i -й (вдоль оси Ox) ячейке пены; p_0 — начальное давление в ячейках. Расчет движения пленок жидкости, которые перемещаются под действием перепада давлений в смежных ячейках пены, проводился численным интегрированием системы из N дифференциальных уравнений движения пленок жидкости

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{\rho_l^i} \Delta p_i, \quad (4)$$

где v_i — скорость движения i -й пленки жидкости; $\Delta p_i = p_i - p_{i-1}$ — перепад давлений по разные стороны i -й пленки; N — общее число пленок жидкости (вдоль оси Ox), составляющих пену. В приведенных уравнениях не учитывались инерция газа в ячейках пены, а также фазовые превращения.

В случае использования односкоростной модели двухфазной среды объемные доли газовой и жидкой фаз в невозмущенной пене с плотностью

ρ_f вычислялись из соотношений

$$\begin{aligned}\alpha_l &= (\rho_f - \rho_g)/(\rho_l - \rho_g), \\ \alpha_g &= (\rho_l - \rho_f)/(\rho_l - \rho_g).\end{aligned}\quad (5)$$

Плотность смеси рассчитывалась из выражения

$$\rho = \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l. \quad (6)$$

При падении УВ на пену формируются: отраженная ударная волна, движущаяся по газу со скоростью D_{gr} (остальные параметры также помечены индексами gr); прошедшая ударная волна, распространяющаяся по пене со скоростью D_{fs} ; область контактного разрыва (КР) (параметры со стороны газа помечены индексами gk , а со стороны пены — fk). Соотношения Ренкина — Гюгонно для отраженных УВ имеют вид

$$\begin{aligned}(\rho_{gr} - \rho_{gs})D_{gr} &= \rho_{gr}u_{gk} - \rho_{gs}u_{gs}, \\ (\rho_{gr}u_{gk} - \rho_{gs}u_{gs})D_{gr} &= p_{gk} + \rho_{gr}u_{gk}^2 - \rho_{gs}u_{gs}^2, \\ (\rho_{gr}(e_{gk} + u_{gk}^2/2) - \rho_{gs}(e_{gs} + u_{gs}^2/2))D_{gr} &= \\ &= \rho_{gr}u_{gk}(e_{gk} + u_{gk}^2/2) + p_{gk}u_{gk} - \rho_{gs}u_{gs}(e_{gs} + u_{gs}^2/2) - p_{gs}u_{gs},\end{aligned}\quad (7)$$

где $e_g = p_g/(\varepsilon - 1)$ — внутренняя энергия единицы массы газа. Соответствующие выражения для прошедших УВ записываются в виде

$$\begin{aligned}\rho_{fo}/\rho_{fs} &= \alpha_{go}\rho_{go}/\psi(p_{fk}) + \alpha_{lo}, \\ 1/D_{fs}^2 &= \rho_{fo}(1 - \alpha_{go}\rho_{go}/\psi(p_{fk}) - \alpha_{lo})/(p_{fk} - p_{fo}), \\ u_{fk}^2 &= (p_{fk} - p_{fo})(1 - \alpha_{go}\rho_{go}/\psi(p_{fk}) - \alpha_{lo})/\rho_{fo},\end{aligned}\quad (8)$$

где $\psi(p) = (\chi p_{go} + p)/(\chi p - p_{go})$; $\chi = (\varepsilon + 1)/(\varepsilon - 1)$. Конденсированная фаза полагалась несжимаемой, так как рассматривались достаточно слабые УВ.

При переходе через контактный разрыв давление и скорость непрерывны, т. е.

$$\begin{aligned}p_{gk} &= p_{fk}, \\ u_{gk} &= u_{fk}.\end{aligned}\quad (9)$$

Система уравнений (7)–(9) при известных значениях параметров в падающей на пену воздушной УВ, рассчитываемых, в свою очередь, по соотношениям (1), представляет собой замкнутую систему из восьми нелинейных алгебраических соотношений, для решения которых использовался итерационный метод Ньютона.

Если на пути движущейся по пене УВ расположена жесткая стенка, то для расчета значений параметров в отраженной УВ (с индексами fr), также необходимо воспользоваться соотношениями Ренкина — Гюгонно

$$\begin{aligned}(\rho_{fs} - \rho_{fr})D_{fr} &= \rho_{fs}u_{fs}, \\ \rho_{fs}u_{fs}D_{fr} &= p_{fs} + \rho_{fs}u_{fs}^2 - p_{fr}, \\ \rho_{fs}/\rho_{fr} &= \alpha_{gs}\rho_{gs}/\psi(p_{gr}) + \alpha_{ls}, \\ \psi(p) &= (\chi p_{gs} + p)/(\chi p - p_{gs}).\end{aligned}\quad (10)$$

Здесь параметры смеси с индексами fs , gs и ls , относящиеся к движущейся по пене УВ, считаются известными из решения предыдущей задачи.

Результаты расчетов и обсуждение

Рассмотрим взаимодействие УВ с однородным полубесконечным слоем пены, левая граница которого расположена в точке $x_f = 0,05$ м (рис. 1). Пусть к моменту времени $t = 0$ фронт падающей воздушной УВ с $M_s = 1,3$ достигает поверхности пены ($\rho_f = 20$ кг/м³, $a_0 = 1$ мм). Значения основных параметров от размера ячейки a_0 практически не зависят.

На рис. 1 приведены характерные распределения давления и скорости вдоль оси Ox , полученные к моменту $t = 108$ мкс. Сплошные кривые рассчитаны по ячейочной модели пены, а штриховые получены в рамках модели «псевдогаза» (из решения системы (7)–(9)). Положение КР, рассчитанное по двухфазной модели, отмечено на рис. 1 крестиком. При использовании дискретной модели пены имеет место сильная неравномерность распределения параметров по пенной структуре при движении по ней волны сжатия, что связано с возникновением в ней сложных нелинейных колебаний. Наличие дополнительных степеней свободы в ячейочной модели, связанной с возможностью пузырей пены совершать пульсации и тем самым аккумулировать часть энергии падающей УВ, приводит к снижению давления в отраженной УВ, что видно из рис. 1. Скорость же прошедшей УВ, напротив, увеличивается. В рамках дискретной модели возмущения в пене передаются путем последовательного сжатия ячеек. Из анализа уравнений движения жидких пленок, составляющих ячейки пены, нетрудно получить формулу для расчета скорости распространения волны сжатия по пене

$$D_{fs} = K \sqrt{p_{gs} / \rho_{fo}}, \quad (11)$$

где K — некоторый согласующий коэффициент, в общем случае зависящий от безразмерных определяющих параметров. Эта же формула следует из теории размерностей. Если для вычисления коэффициента K воспользоваться выражением

$$K = 2 + 0,1(\rho_{fo}/5)^{0,4} + 0,3(M_s - 1,1)(\rho_{fo}/5)^{0,35}, \quad (12)$$

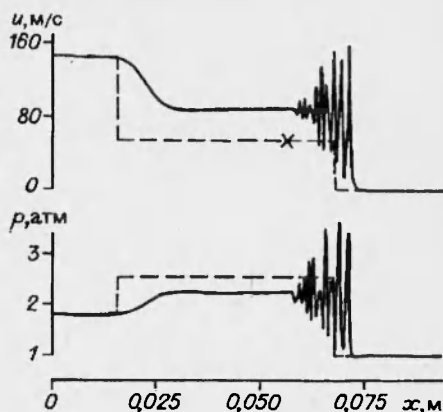


Рис. 1.

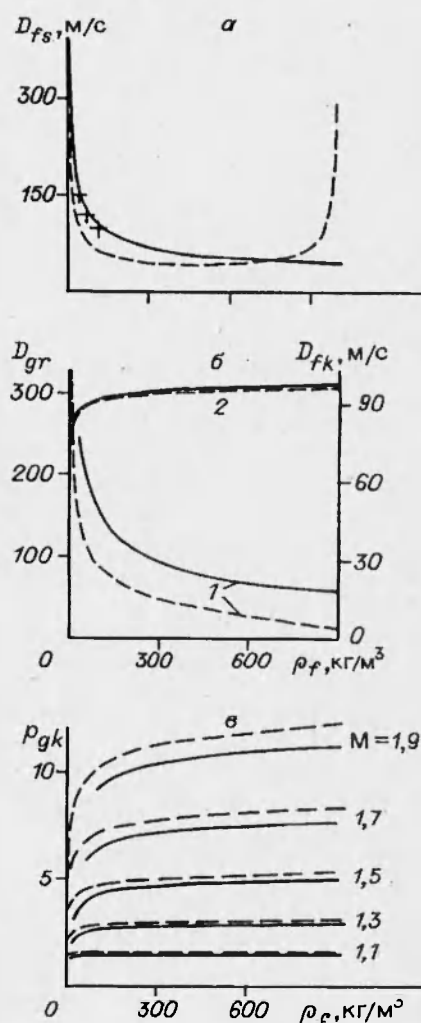


Рис. 2.

то можно с большой точностью аппроксимировать данные расчетов, полученных по ячейной модели пены во всем рассматриваемом диапазоне изменения определяющих параметров: $1,1 < M_s < 1,9$, $5 < \rho_{fo} < 990 \text{ кг/м}^3$, который по сравнению с [14] существенно расширен.

На рис. 2,а приведены графики скорости распространения волны сжатия по пене в зависимости от ее плотности ρ_{fo} ($M_s = 1,3$), рассчитанные по формулам (11), (12) (сплошная кривая) и по модели «псевдогаза» (штриховая). На этом же рисунке приведены экспериментальные значения для $M_s = 1,3$ из [4]. Рис. 2,а показывает, что скорости распространения прошедшей УВ, полученные с использованием обеих моделей, достаточно близки (за исключением области с $\rho_{fo} > 900 \text{ кг/м}^3$, где ячейная модель дает неудовлетворительные результаты). На рис. 2,б даны зависимости скоростей КР (кривые 1) и отраженной УВ (кривые 2) от плотности пены, также полученные с использованием обеих моделей пены для УВ с $M_s = 1,3$. На рис. 2,в показаны зависимости давления от плотности пены в отраженных УВ для падающих УВ, рассчитанные с использованием ячейной модели (сплошные кривые) и по модели «псевдогаза» (штриховые). При $M < 1,1$ данные расчетов по обеим моделям пены практически совпадают. С увеличением M_s амплитуда колебаний пузырей пены увеличивается. Следовательно, возрастает и доля поглощенной (трансформированной в энергию колебательного движения пузырей) энергии падающей УВ, а это в свою очередь ведет к снижению давления в отраженной УВ, полученного по ячейной модели, что видно из рис. 2,в.

Рассмотрим отражение прошедшей УВ от твердой стенки. Пусть к моменту $t = 0$ фронт падающей воздушной УВ с $M_s = 1,3$ достигает поверхности пенного экрана толщиной $L = 5 \text{ см}$ ($\rho_{fo} = 20 \text{ кг/м}^3$, $a_o = 1 \text{ мм}$), расположенного вблизи жесткой стенки. На рис. 3,а приведены распределения давления и скорости вдоль оси Ox , полученные при достижении $t = 305 \text{ мкс}$. Сплошными кривыми, как и ранее, показаны результаты расчетов по ячейной модели пены, а штриховыми по системе (6)–(9). Видно, что при использовании ячейной модели к рассматриваемому моменту времени отраженная УВ уже прошла границу раздела пена — газ, сформировав вторичную отраженную УВ, движущуюся по газу влево от экра-

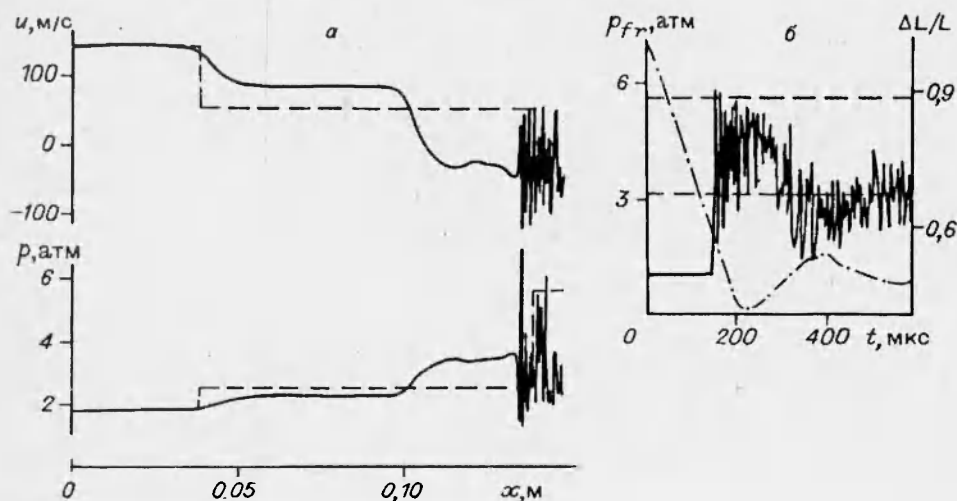


Рис. 3.

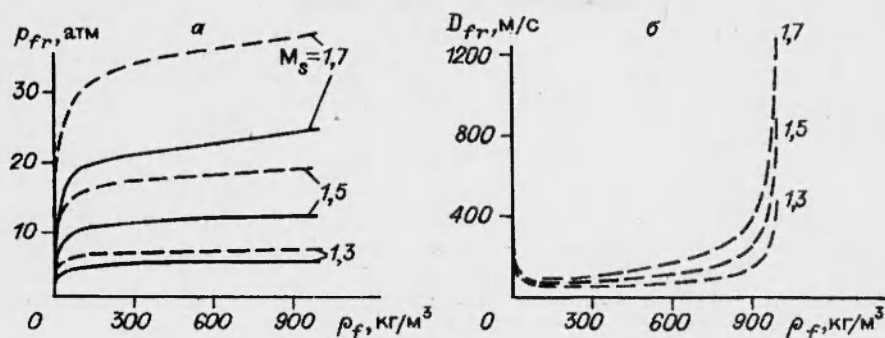


Рис. 4.

на, в то время как по другой модели волна только приблизилась к КР. Давление в УВ по модели «псевдогаза» также оказывается выше, чем по ячейочной, что видно из рис. 3, б где сплошная линия — зависимость $p(t)$ у преграды, рассчитанная по ячейочной модели; давление в отраженной УВ по модели «псевдогаза» отмечено штриховой линией. На рис. 3, б также представлена зависимость относительной толщины $\Delta L/L$ экрана от времени (штрихпунктирная).

Из приведенных данных ясно, что экран при взаимодействии с УВ совершает затухающие пульсации, причем давление у преграды на заключительной стадии взаимодействия колеблется около значения в отраженной УВ, отмеченного на рис. 3, б пунктирной линией, рассчитанного для варианта, когда экран у преграды отсутствует, что соответствует результатам экспериментов работы [2].

На рис. 4 приведены зависимости давления в отраженной УВ и скорости движения отраженной от преграды УВ. Обозначения линий прежние. Из рис. 4, а видно, что различия в давлениях для отраженных УВ, полученные по двум моделям пены, значительнее, чем в расчетах для прошедших УВ. Так, для отраженных УВ ($M_s = 1,5$, $\rho_f = 20 \text{ кг/м}^3$) давление по равновесной модели превосходит рассчитанное по ячейочной модели в 1,5 раза, а для прошедших УВ всего в 1,15 раза. Это, в частности, свидетельствует о том, что при отражении прошедших волн от стенки пульсации пузырей пены более интенсивны, чем при их формировании.

Используемая в работе ячейочная модель пены достаточно просто обобщается на случаи с цилиндрической или сферической симметрией, при этом, однако, необходимо учитывать изменения толщин пленок жидкости при их перемещениях и, как следствие, возможное разрушение пленок, когда они становятся очень тонкими. Для решения задач с двумя или тремя пространственными переменными предпочтительнее подход, основанный на равновесных моделях пены, в которых, на основании предыдущего, необходимо учитывать потери энергии на возбуждение колебаний пузырей пены.

ЛИТЕРАТУРА

1. Обер Дж. Г., Крейник Э. М., Рэнд П. Б. Водные пены // В мире науки. 1986. № 7. С. 36–45.
2. Borisov A. A., Gelfand V. E., et al. Shock waves in water foams // Acta Astron. 1978. V. 5, N 11/12. С. 1027.
3. Британ А. Б., Зиновик И. Н., Левин В. А. Разрушение пены ударными волнами // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 5. С. 108–116.

4. Британ А. Б., Зиновик И. Н., Левин В. А. Распространение ударных волн по вертикальному столбу с градиентом плотности // ПМТФ. 1992. № 2. С. 27–32.
5. Skews V. W. The reflected pressure field in the interaction of weak shock waves with a compressible foam // Shock Waves. 1991. V. 1, N 3. P. 205–212.
6. Гельфанд Б. Е., Губанов А. В., Тимофеев Е. И. Особенности распространения ударных волн в пенах // Физика горения и взрыва. 1986. Т. 17, № 4. С. 129–136.
7. Кузнецов Н. М., Тимофеев Е. И., Губанов А. В. Анализ распространения ударных волн в термодинамически равновесной пене // Физика горения и взрыва. 1986. Т. 22, № 5. С. 126–132.
8. Малахов А. Т., Паламарчук Б. И. Отражение ударных волн в газожидкостных пенах // ПМТФ. 1985. № 1. С. 106–114.
9. Ждан С. А. Численное моделирование взрыва заряда ВВ в пене // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 2. С. 103–110.
10. Rudinger G. Some effects of finite particle volume on the dynamics of gas-particle mixtures // AIAA Journal. 1965. V. 3, N 7. P. 1217–1222.
11. Суров В. С. Взаимодействие ударной волны с пенообразным экраном // Междунар. совещание - семинар по сопряженным задачам физической механики и экологии. Томск, 1994. С. 152.
12. Рахматулин Х. А. Газовая и волновая динамика. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983.
13. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990.
14. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.

*Поступила в редакцию 28/VI 1994 г.,
в окончательном варианте — 6/IX 1994 г.*
