

КОАЛЕСЦЕНЦИЯ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ЗВУКОВОМ ПОЛЕ

А. О. Максимов, Ю. А. Половинка

(Владивосток)

Акустическая газовая кавитация характеризуется появлением в жидкости пелены визуально наблюдаемых пузырьков [1]. Большие пузырьки видимых размеров ($R_0 \sim 10^{-4} - 10^{-3}$ м) растут из микропузырьков — кавитационных зародышей — под действием механизма «выпрямленной» диффузии [2, 3]. По мере роста пузырек понижает концентрацию растворенного в жидкости газа во все более протяженной области. Режим, наступающий при перекрытии областей, «опустошаемых» соседними пузырьками, не отвечает модели независимых ядер [2, 3] и требует дополнительного рассмотрения. В настоящей работе обсуждается влияние изменяющегося газосодержания на динамику роста (и растворения) кавитационных пузырьков. Указаны условия возникновения асимптотически универсального распределения пузырьков по размерам.

Изменение концентрации растворенного в жидкости газа описывается уравнением диффузии

$$(1) \quad \frac{\partial c}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) c = D \Delta c,$$

где D — коэффициент диффузии; \mathbf{v} — скорость движения жидкости.

Рассмотрим характерные временные масштабы, имеющиеся в задаче: период звукового поля T_1 — по предположению самый малый масштаб; $T_2 = n^{-2/3} D^{-1}$ — среднее время диффузионного движения молекул газа между пузырьками (n — концентрация пузырьков); T_3 — характерное время изменения газосодержания (явное выражение для этого масштаба будет дано ниже (6) при решении задачи). Типичной является следующая иерархия масштабов: $T_1 \ll T_2 \ll T_3$. Физический смысл условия $T_1 \ll T_2$ — малость диффузионной длины волны $\sqrt{D T_1}$ по сравнению со средним расстоянием между пузырьками $n^{-1/3}$. Неравенство $T_2 \ll T_3$ подразумевает, что отклонение газосодержания от среднего значения невелико и, следовательно, невелики диффузионные потоки в пространстве между пузырьками. Предполагается также малость размеров пузырьков по сравнению с расстоянием между ними ($R_0 \ll n^{-1/3}$).

После осреднения по периоду звукового поля уравнение (1) в пределах осциллирующего диффузионного слоя вблизи пузырька сводится к

$$\langle (\mathbf{v} \cdot \nabla) c \rangle = D \Delta \langle c \rangle,$$

$\langle \dots \rangle$ обозначает осреднение по периоду поля. Ограничимся рассмотрением жидкостей большой вязкости, что позволяет не учитывать микропотоки и поступательные движения пузырьков. На временах $t \gg T_2$ в пространстве между пузырьками (вне осциллирующих диффузионных слоев) устанавливается квазистационарное распределение концентрации

$$D \Delta \langle c \rangle = 0, \quad \langle c \rangle = \bar{c} + \sum_i \frac{\tilde{c}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|}$$

\mathbf{r}_i — координата центра i -го пузырька. Дальнедействующий характер $1/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|$ влияния отдельных пузырьков на концентрацию растворенного газа позволяет ввести среднее (самосогласованное) поле концентрации $\langle c \rangle = \bar{c}(t/T_3)$.

В окрестности ($\sqrt{D T_1} < |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| < n^{-1/3}$) i -го пузырька $\langle c \rangle = \bar{c}(t/T_3) + \tilde{c}_i/|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|$. При этом уравнение, описывающее рост одиночного пузырька, сохраняет свой вид [3] и только считавшееся ранее постоянным значение газосодержания на большом расстоянии от пузырька c_∞

заменяется переменным средним значением $\bar{c}(t/T_3)$:

$$(2) \quad \frac{dR_0}{dt} = \frac{Dc_0}{\rho_T R_0} \frac{1}{(1 + 4\sigma/3p_\infty R_0)} \left(\frac{\bar{c}(t/T_3)}{c_0} - \frac{\langle (R/R_0)^{4-3\gamma} p_0 \rangle}{\langle (R/R_0)^4 \rangle p_\infty} \right),$$

где $p_0 = p_\infty + 2\sigma/R_0$; p_∞ — равновесное значение давления вдали от пузырька; R_0 — равновесный радиус пузырька; σ — коэффициент поверхностного натяжения; c_0 — равновесное значение газосодержания (массовая плотность); ρ_T — равновесная плотность газа при фиксированных значениях p_∞ и температуры. Текущее значение радиуса пузырька R находится из решения уравнения Рэлея — Плессета

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \rho_0^{-1} \{ p_0 [1 - (R_0/R)^{3\gamma}] - p_m \cos \omega t + \rho_0 R_0 \omega_0 b \dot{R} \} = 0.$$

Вычисления проводятся с точностью до членов второго порядка (включительно) по амплитуде звуковой волны; ρ_0 — плотность жидкости; γ — показатель политропы; $\omega_0^2 = 1/\rho_0 R_0^2 (3\gamma p_0 - 2\sigma/R_0)$ — собственная частота монополярных колебаний пузырька; b — постоянная затухания, эффективно учитывающая диссипативные процессы вязкости, теплопроводности и радиационные потери; p_m, ω — амплитуда и частота звуковой волны.

Изменение во времени \bar{c} определяется из закона сохранения массы растворенного газа

$$(3) \quad \frac{d\bar{c}}{dt} + \frac{d}{dt} \rho_2 \int dR_0 \frac{4\pi}{3} R_0^3 g(R_0, t) = 0.$$

Функция распределения пузырьков по размерам $g(R_0, t)$ удовлетворяет уравнению непрерывности в пространстве размеров:

$$(4) \quad \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial R_0} (v_{R_0} g) = 0, \quad v_{R_0} = \dot{R}_0.$$

Громоздкий вид уравнения (2) делает затруднительным общий анализ системы (2)–(4), поэтому ниже ограничимся обсуждением частного случая, допускающего точное аналитическое решение. Если силы поверхностного натяжения малы по сравнению с гидростатическим давлением и звуковое поле не очень высокочастотно, так что на всем рассматриваемом этапе пузырьки являются дорезонансными, (2) приобретает упрощенный вид

$$(5) \quad \dot{R}_0 = \frac{Dc_0}{\rho_T R_0} \left[\frac{\bar{c}(t/T_3) - c_0}{c_0} - \frac{2\sigma}{R_0 p_\infty} + \frac{2}{3\gamma} \left(\frac{p_m}{p_\infty} \right)^2 \right].$$

В принятом приближении влияние процесса «выпрямленной» диффузии эквивалентно увеличению средней концентрации растворенного газа. При этом система (3)–(5) только обозначениями отличается от уравнений коалесценции Лифшица — Слезова [4, 5] и, по сути, описывает процесс выпадения новой фазы из пересыщенного раствора. Существование критического радиуса, определяемого из условия $\dot{R}_0 = 0$ (см. (5), $R_* = \frac{2\sigma}{p_\infty} \left[\frac{\bar{c}(t/T_3) - c_0}{c_0} + 2/3\gamma (p_m/p_\infty)^2 \right]$), приводит к тому, что докритические пузырьки ($R_0 < R_*$) растворяются, а закритические ($R_0 > R_*$) — растут. Уменьшение эффективного пересыщения приводит к увеличению критического радиуса, поэтому меньшие из уже имеющихся пузырьков становятся докритическими и начинают растворяться. На данном этапе определяющую роль в процессе роста крупных, закритических пузырьков начинает играть растворение мелких.

Найденное в [4, 5] автомодельное решение на временах $t > T_3$ приводит к следующим результатам:

уменьшается газосодержание

$$\bar{c}(t/T_3) = c_0 - 2c_0/3\gamma (p_m/p_\infty)^2 + [c_*(0) - c_0 + 2c_0/3\gamma (p_m/p_\infty)^2] (t/T_3)^{-1/3};$$

поскольку критический радиус определяется средним эффективным пересыщением, происходит степенной рост

$$R_*(t) = R_*(0) \left(\frac{4}{9} \frac{t}{T_3} \right)^{1/3};$$

число пузырьков уменьшается, так как закритические растут главным образом за счет докритических

$$n(t) = \int dR_0 g(R_0, t) \simeq 0,4\kappa (T_3/t);$$

средний радиус пузырьков совпадает с критическим

$$\bar{R}(t) = \int dR_0 g(R_0, t) R_0 \simeq R_*(t),$$

это происходит в значительной степени благодаря узости функции распределения

$$g(R_0, t) = \frac{1}{R_*(t)} \left(\frac{R_*(0)}{R_*(t)} \right)^3 0,9\kappa P(u), \quad u \equiv R_0/R_*(t),$$

$$P(u) = \frac{3^4 e}{2^{5/3}} \frac{u^2 \exp[-1/(1-2u/3)]}{(u+3)^{7/3} (3/2-u)^{11/3}}, \quad u < 3/2,$$

$$P(u) = 0, \quad u > 3/2$$

(явный вид зависимости $P(u)$ приведен на рисунке [5], здесь $\kappa = 4\pi R_*^3(0)/3Q -$ эффективное начальное пересыщение, $Q = (4\pi/3) \rho_r \int dR_0 \times g(R_0, 0) R_0^3 + \bar{c}(0) - c_0 + (2c_0/3\gamma) (p_m/p_\infty)^2$;

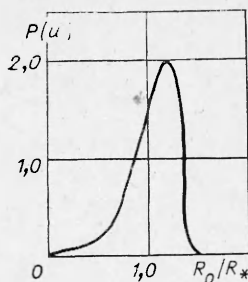
характерное время установления автомодельного распределения

$$(6) \quad T_3 = (2\sigma/p_\infty)^2 \left\{ D \frac{c_0}{\rho_r} \left[\frac{\bar{c}(0) - c_0}{c_0} + \frac{2}{3\gamma} \left(\frac{p_m}{p_\infty} \right)^2 \right] \right\}^{-1}.$$

Приведем оценку этой величины: для начального равновесного газосодержания $\bar{c}(0) = c_0$ и амплитуды давления $(p_m/p_\infty)^2 = 0,2$, $2\sigma/p_\infty = 10^{-6}$ м, $D = 10^{-9}$ м²/с, $c_0/\rho_r = 10^{-2}$ имеем $T_3 = 100$ с. Таким образом, в течение нескольких минут в озвучиваемой среде может установиться универсальное распределение пузырьков, все более сужающееся вблизи среднего критического радиуса, положение которого смещается в область больших размеров, при этом число пузырьков убывает со временем.

Представленное решение описывает заключительный этап эволюции системы пузырьков. Что касается начальной стадии, то ввиду ограниченности данных о распределении кавитационных зародышей и механизмах их стабилизации [6] примем наиболее правдоподобную, с нашей точки зрения, модель стабилизации микропузырьков в трещинах взвешенных твердых частиц. При этом коалесценция имеет место для пузырьков с $R_0 \sim 5 \cdot 10^{-4}$ м, если концентрация (объемная) твердых частиц — эффективных зародышей для данной величины поля — $N > 2 \cdot 10^6$ м⁻³. Действительно, понизив концентрацию растворенного газа на 10%, пузырек радиуса $R_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м «опустошит» область объема $V = 5 \cdot 10^{-7}$ м³, так что $VN > 1$.

В заключение отметим, что коалесценция газовых пузырьков наблюдалась экспериментально в пересыщенном желатине [7] при изучении кавита-



ционных зародышей методами оптической и электронной микроскопии. Представленные в [7] данные наглядно иллюстрируют процесс растворения меньшего и рост большего из двух, оказавшихся на близком расстоянии пузырьков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Флинн Г. Физика акустической кавитации в жидкостях // Физическая акустика/Под ред. У. Мэсона; Пер. с англ./Под ред. Л. Д. Розенберга.— М.: Мир, 1967.— Т. 1, ч. Б.
2. Hsieh D. Y., Plesset M. Theory of rectified diffusion of mass into gas bubbles // JASA.— 1961.— V. 33, N 2.
3. Crum L. A., Hansen G. M. Generalized equations for rectified diffusion // JASA.— 1982.— V. 72, N 5.
4. Лифшиц И. М., Слезов В. В. О кинетике диффузионного распада пересыщенных твердых растворов // ЖЭТФ.— 1958.— Т. 35, вып. 2.
5. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. Д. Физическая кинетика.— М.: Наука, 1979.
6. Crum L. A. Nucleation and stabilization of microbubbles in liquids // Appl. Scient. Res.— 1982.— V. 38.— P. 101.
7. Yount D. E., Gillary E. W., Hoffman D. C. A microscopic investigation of bubble formation nuclei // JASA.— 1984.— V. 76, N 5.

Поступила 24/1 1986 г.

УДК 532.529

ОСАЖДЕНИЕ ОБЛАКА ГАЗОВЗВЕСИ НА ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

Г. М. Махвиладзе, О. И. Мелихов

(Москва)

В [1, 2] в плоской постановке проведено численное моделирование процесса гравитационного осаждения облака газозвеси монодисперсных частиц на плоскую горизонтальную поверхность. Детально изучались как движение облака вдали от поверхности (в безграничной среде), так и сам процесс осаждения частиц на поверхность. В [3] численно исследовано падение сферического облака монодисперсных частиц в безграничной несжимаемой жидкости (осесимметричная постановка). Из [1—3] видно, что, несмотря на различную геометрию, качественная картина движения облака в безграничной среде одинакова. Цилиндрическое распадается на две симметричные части, а сферическое трансформируется в кольцо. В обоих случаях в пространстве развивается вихревое движение несущей среды.

Ниже на основе уравнений механики многофазных сред [4] численно изучается осаждение облака газозвеси монодисперсных частиц на горизонтальную поверхность как в плоской, так и в осесимметричной постановке. Проводится детальное сравнение этих случаев.

1. Пусть в начальный момент в газе с температурой T_0 , находящемся в статическом равновесии в поле силы тяжести, на высоте H_0 над плоской горизонтальной поверхностью задано неподвижное облако твердых монодисперсных сферических частиц. Рассматривается цилиндрическое облако с осью, параллельной горизонтальной поверхности (плоская постановка, параметр симметрии $\nu = 0$), или сферическое облако (осесимметричная задача, $\nu = 1$). Соответственно используются плоские или осесимметричные уравнения движения. Пусть r — радиальная ось цилиндрической системы координат или горизонтальная декартова ось, z — вертикальная ось, направленная против силы тяжести ($z = 0$ отвечает плоскости осаждения). Тогда начальные условия записываются следующим образом:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} t = 0: \quad \mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_2 = 0, \quad \rho_1 = \rho_{10} \exp(-gz/R_0 T_0), \\ n = n_0 \exp[-(r^2 + (z - H_0)^2)/R^2], \\ \rho_2 = \rho_2^0 n \pi d^3 / 6, \quad p = R_0 \rho_1 T_0. \end{aligned}$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся соответственно к газу и частицам; t — время; $\mathbf{U}_i(u_i, v_i)$, ρ_i ($i = 1, 2$) — средние скорости и плотности фаз; n —