

Рассмотрим вопрос об асимптотическом поведении скорости течения на больших расстояниях от шара (при малых  $Re$ ). Перейдем в составных выражениях для  $u_r$ ,  $u_\theta$  к координатам  $\rho$ ,  $\theta$ . Для любого положительного, не превышающего  $\pi$  числа  $\delta$  при  $\rho \rightarrow \infty$ ,  $\delta \leq \theta \leq \pi$  и постоянном  $Re$  будем иметь

$$u_r \sim \cos \theta + O(\rho^{-3}), \quad u_\theta \sim -\sin \theta + O(\rho^{-3}).$$

Значительно медленнее возмущение скорости течения с увеличением расстояния стремится к нулю на параболоидах  $(\hat{y}^2 + \hat{z}^2)/\hat{x} = \text{const}$  ( $\hat{x} > 0$ ), в следе за телом. Перейдем в составных выражениях для  $u_r$ ,  $u_\theta$  к координатам  $\hat{x}$ ,  $(\hat{y}^2 + \hat{z}^2)/\hat{x}$ . Произведем разложение полученных в результате этого выражений при  $\hat{x} \rightarrow +\infty$  и постоянных  $(\hat{y}^2 + \hat{z}^2)/\hat{x}$ ,  $Re$  с точностью до членов, малых по сравнению с  $\hat{x}^{-2}$ . Переходя затем к размерным величинам и векторной форме записи, найдем

$$\mathbf{V} \sim \mathbf{V}_\infty \left\{ 1 + \frac{3f_2 a^2}{f_1 X^2} \left( 1 - V_\infty \frac{Y^2 + Z^2}{4vX} \right) e^{-V_\infty \frac{Y^2 + Z^2}{4vX}} \right\}.$$

Таким образом, при малых числах Рейнольдса возмущение скорости течения в следе за рассматриваемым телом с увеличением расстояния стремится к нулю по закону  $X^{-2}$  (расстояние от тела совпадает с  $X$  с точностью до величины, малой по сравнению с  $X$  при  $X/a \rightarrow +\infty$  и постоянном  $(Y^2 + Z^2)/(aX)$ ). Этот результат, в частности, находится в соответствии с замечанием о законе изменения с расстоянием возмущения скорости осесимметричного течения в следе за самодвижущимся телом, сделанным в [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сенницкий В. Л. О течениях жидкости вокруг самоходного тела. — ПМТФ, 1978, № 3.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1954.
3. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967.
4. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматгиз, 1963.
5. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. М.: Мир, 1964.

Поступила 10/VI 1983 г.

УДК 532.527 : 532.526.5 : 533.6.011

### ГЛОБАЛЬНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ ОТРЫВНОМ ОБТЕКАНИИ ПЛОСКИХ ТЕЛ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Л. А. Кожуро  
(Москва)

Основной проблемой теории стационарных отрывных течений при больших числах Рейнольдса  $Re$  является определение глобального поля течения, которое описывается уравнениями движения вязкой жидкости.

Из общих соображений и из экспериментальных наблюдений ясно, что граница срывной зоны в идеально-жидкостной модели, соответствующей течениям с большими, но конечными  $Re$ , представляет собой поверхность тангенциального разрыва скорости, на которой испытывает скачок постоянная Бернулли.

Кроме того, известно [1, 2], что при достаточно общих предположениях в предельном случае больших  $Re$  плоское течение с замкнутыми линиями тока является течением с постоянной завихренностью. Поэтому отрывное обтекание плоского тела идеальной жидкостью, которое могло бы служить первым приближением для построения вязкого отрывного течения, должно иметь постоянную завихренность в зоне отрыва и скачок постоянной Бернулли на ее границе.

Попытка получить решение такого типа для симметричного обтекания плоского клина в рамках модели Бэтчелора [3] была предпринята в [4]. Однако задача решалась в приближенной постановке, вследствие чего полученное решение оказалось несправедливым вблизи донной поверхности клина.

Большинство существующих моделей отрывных течений идеальной жидкости имеют скачок постоянной Бернулли на границе срывной зоны, но жидкость внутри зоны отрыва покоится [5]. Недавно получены решения уравнений Эйлера с постоянной завихренностью в зоне отрыва, но без скачка постоянной Бернулли на ее границе [6].

В данной работе на примере обтекания плоской пластинки, установленной перпендикулярно набегающему потоку, рассмотрено отрывное решение уравнений Эйлера с постоянной завихренностью в срывной зоне и скачком постоянной Бернулли на ее границе. Замыкание зоны отрыва, по-видимому, в общем случае невозможно без нереальной особенности так же, как и в случае течения с покоящейся жидкостью в зоне отрыва при давлениях в камере, не превышающих давление в невозмущенном потоке. Но, как и в случае струйного обтекания, можно ожидать, что течение в целом слабо зависит от характера особенности в области замыкания срывной зоны. Поэтому в настоящей работе рассмотрен случай замыкания срывной зоны по схеме Рябушинского, как наиболее удобной для численных расчетов.

Течение в плоскости комплексного переменного  $z = x + iy$  представлено на фиг. 1, а. В силу симметрии рассматривается только верхняя полуплоскость. Течение также симметрично относительно оси  $y$ . Необходимо определить границу области отрыва  $BE$  (кривую  $L$ ) и функцию тока Стокса  $\psi$ , удовлетворяющую следующим условиям:

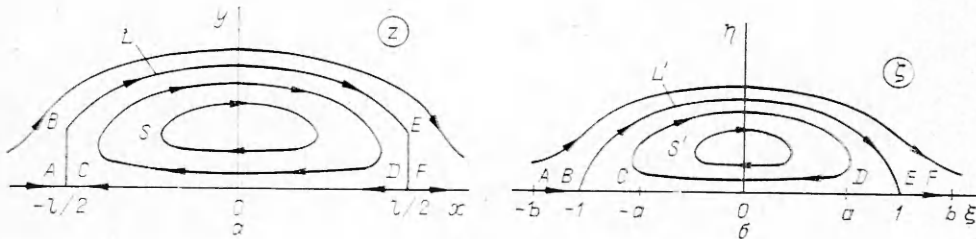
$$(1) \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \begin{cases} 0, & z \in \bar{S}, \\ -\omega, & z \in S; \end{cases}$$

$$(2) \quad \left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_e - \left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_i = \Delta, \quad z \in L,$$

$$\psi|_{ABEF} = 0, \quad \partial \psi / \partial y \rightarrow i, \quad z \rightarrow \infty,$$

где  $S$  — область отрыва;  $\omega$  — завихренность жидкости в области  $S$ ; индексы  $e$  и  $i$  соответствуют внешним и внутренним значениям производной функции тока по нормали  $n$  к границе области  $S$ ;  $\Delta = v_e^2 - v_i^2$  — безразмерный скачок постоянной Бернулли на границе срывной зоны;  $\mathbf{v} = (\partial \psi / \partial y, -\partial \psi / \partial x)$  — скорость жидкости. Полуширина пластинки и скорость на бесконечности приняты равными единице.

В задачу входят три параметра:  $\Delta$ ,  $\omega$  и  $l$  — длина зоны отрыва. Как показывают результаты численного решения, значения двух из них могут быть заданы достаточно произвольно, т. е. существует двухпараметрическое семейство решений поставленной задачи.



Ф и г. 1

Для удовлетворения условия непротекания на поверхности пластинки область течения отображается на верхнюю полуплоскость комплексного переменного  $\zeta = \xi + i\eta$  (см. фиг. 1, б). Преобразование имеет вид

$$(3) \quad z = \frac{c}{b} \int_0^{\zeta} \frac{1 - \zeta^2}{\sqrt{(a^2 - \zeta^2)(b^2 - \zeta^2)}} d\zeta.$$

Действительные величины  $a$ ,  $b$  и  $c$  определяются из системы уравнений

$$l = 2c \left[ \frac{1 - c^2}{b^2} K(k) + E(k) \right], \quad K(k') - b^2 E(k') = 0,$$

$$c \left[ \frac{1-b^2}{b^2} F(\alpha, k') + K(k') - E(k') - F(\alpha', k') + E(\alpha', k') \right] = 1,$$

где  $k = a/b$ ;  $k' = \sqrt{1-k^2}$ ;  $\sin \alpha = \sqrt{1-a^2/k'}$ ;  $\sin \alpha' = \sqrt{b^2-1/(bk')}$ ;  $K(k)$  и  $E(k)$  — полные, а  $F(\alpha, k)$  и  $E(\alpha, k)$  — неполные нормальные эллиптические интегралы Лежандра первого и второго рода.

Функция тока, удовлетворяющая уравнению (1), условию непротекания на поверхности пластинки и условию на бесконечности, может быть представлена в виде

$$(4) \quad \psi(\xi_0, \eta_0) = \frac{c}{b} \eta_0 - \frac{\omega}{2\pi} \int_{S'} \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|^2 \ln \left| \frac{\xi_0 - \zeta}{\xi_0 - \bar{\zeta}} \right| d\zeta d\eta - \\ - \frac{1}{2\pi} \int_{L'} \gamma(\xi, \eta) \ln \left| \frac{\xi_0 - \zeta}{\xi_0 - \bar{\zeta}} \right| dl,$$

где  $S'$  и  $L'$  — образы области  $S$  и кривой  $L$ ;  $dl$  — элемент длины кривой  $L'$ ;  $\gamma(\xi, \eta)$  — интенсивность вихревого слоя на границе области отрыва в плоскости переменного  $\zeta$ ,  $\xi_0 = \xi_0 + i\eta_0$ .

Условие (2) в плоскости переменного  $\zeta$  принимает вид

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_e^2 - \left( \frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_i^2 = \Delta \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|^2, \quad \zeta \in L'$$

и представляется следующим образом [7]:

$$(5) \quad \gamma(\xi_0, \eta_0) = - \frac{\Delta}{4\pi \sqrt{1+\eta_0'^2}} \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|_{\zeta=\xi_0}^2 \left\{ \frac{2\pi c}{b} - \omega \int_{S'} \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|^2 \times \right. \\ \times \left[ \frac{(\xi - \xi_0)\eta_0' - \eta + \eta_0}{(\xi - \xi_0)^2 + (\eta - \eta_0)^2} - \frac{(\xi - \xi_0)\eta_0' + \eta + \eta_0}{(\xi - \xi_0)^2 + (\eta + \eta_0)^2} \right] d\zeta d\eta - \int_{L'} \gamma(\xi, \eta) \times \\ \left. \times \left[ \frac{(\xi - \xi_0)\eta_0' - \eta + \eta_0}{(\xi - \xi_0)^2 + (\eta - \eta_0)^2} - \frac{(\xi - \xi_0)\eta_0' + \eta + \eta_0}{(\xi - \xi_0)^2 + (\eta + \eta_0)^2} \right] dl \right\}^{-1}, \quad \eta_0' = \frac{d\eta_0}{d\xi_0}, \quad \xi_0 \in L'.$$

Величина завихренности  $\omega$  определяется из условия конечности скорости на острой кромке пластинки. В плоскости переменного  $\zeta$  это условие означает  $\partial\psi/\partial\eta|_{\zeta=-1} = 0$ . Используя выражение (4), получаем

$$(6) \quad \omega = - \left[ \frac{\pi c}{b} + \int_{L'} \gamma(\xi, \eta) \frac{\eta}{(1+\xi)^2 + \eta^2} dl \right] \left[ \int_{S'} \left| \frac{dz}{d\zeta} \right|^2 \frac{\eta}{(1+\xi)^2 + \eta^2} d\zeta d\eta \right]^{-1}.$$

Условие  $\psi(\xi, \eta) = 0$ ,  $(\xi, \eta) \in L'$ , с учетом выражения (4) и уравнение (5) образуют систему интегральных уравнений для определения неизвестной кривой  $L'$  и интенсивности расположенного на ней вихревого слоя  $\gamma$ . Завихренность  $\omega$ , входящая в эти уравнения, определяется выражением (6).

Условие конечности скорости на кромке пластинки означает, что линия тока  $\psi = 0$  в точке схода с поверхности пластинки  $B$  (см. фиг. 1, а) перпендикулярна оси  $x$ . Из свойств преобразования (3) следует, что в образе точки  $B$  на плоскости переменного  $\zeta$  кривая  $L'$  должна быть перпендикулярна оси  $\xi$ . Интенсивность вихревого слоя в точке  $B$  на плоскости переменного  $z$  равна  $-(v_e - v_i) = \gamma(-1) |dz/d\zeta|_{\zeta=-1}$ . Поэтому в силу конечности скоростей в точке  $B$  имеем  $\gamma(-1) = 0$ .

Полученная система интегральных уравнений решалась численно методом итераций. Итерации для интенсивности вихревого слоя  $\gamma$  так же, как и в [7], проводились путем вычисления правой части уравнения (5) с использованием предыдущего приближения. В качестве последующей итерации для интенсивности вихревого слоя  $\gamma_{i+1}(\xi)$  принималось

$$\gamma_{i+1} = \gamma_i + k(\xi) [\gamma_0(\xi, \gamma_i, \eta_i) - \gamma_i], \quad \xi \in [-1, 1],$$

где  $\eta_i = \eta_i(\xi)$  и  $\gamma_i = \gamma_i(\xi)$  — предыдущие приближения для кривой  $L'$  и интенсивности расположенного на ней вихревого слоя;  $\psi_0(\xi, \gamma_i, \eta_i)$  — вычисленная с использованием этих приближений правая часть уравнения (5);  $k(\xi)$  — положительная функция, не превышающая единицу. Эта функция выбиралась по результатам численного эксперимента. Итерационный процесс сходился достаточно хорошо при монотонном изменении функции  $k(\xi)$  от  $k(-1) = 0,25$  до  $k(0) = 1$ .

Для границы области вихревого течения применялся следующий итерационный процесс:

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \frac{2\psi_0(\xi, \eta_i, \gamma_i)}{\gamma_{i+1} + \Delta \left| \frac{dz}{d\xi} \right|^2 / \gamma_{i+1}} \sqrt{1 + \eta_i'^2}, \quad \xi \in [-1, 1],$$

$\eta_{i+1} = \eta_{i+1}(\xi)$  — последующее приближение для формы кривой  $L'$ ;  $\psi_0(\xi, \eta_i, \gamma_i)$  — правая часть выражения (4), вычисленная с использованием функций  $\eta_i$  и  $\gamma_i$ .

Это соотношение представляет собой приближенное выражение для первой итерации при решении по методу Ньютона уравнения  $\psi(\xi, \eta) = 0$  при фиксированном значении  $\xi$ . При этом для  $\eta$  в качестве нулевого приближения принимается  $\eta_i(\xi)$  и используется внешнее значение производной  $\partial\psi/\partial\eta$ :

$$\left( \frac{\partial\psi}{\partial\eta} \right)_e = v_{\xi e} \approx \frac{v_e}{\sqrt{1 + \eta'^2}} \approx - \frac{\gamma + \Delta \left| \frac{dz}{d\xi} \right|^2 / \gamma}{2\sqrt{1 + \eta'^2}}.$$

Последнее равенство следует из соотношений  $v_e^2 - v_i^2 \approx \Delta \left| \frac{dz}{d\xi} \right|^2$  и  $v_e - v_i \approx -\gamma$ , точность выполнения которых растет по мере сходимости итерационного процесса. Примененный в данной работе способ правки границы области вихревого течения оказался существенно эффективнее использованного в [7].

Функции  $\eta(\xi)$  и  $\gamma(\xi)$  предполагались четными по  $\xi$  и задавались в виде естественных кубических сплайнов [8] по параметру  $t \in [0, 2]$ . Функция  $\xi(t)$  задавалась следующим образом:

$$\xi(t) = \begin{cases} t^2 - 1, & t \in [0, 1], \\ 1 - (t - 2)^2, & t \in [1, 2]. \end{cases}$$

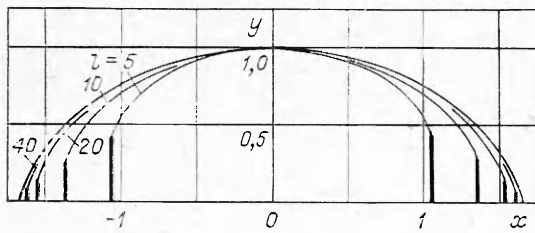
При вычислении интегралов использовались адаптивные квадратурные программы [8]. При этом выделялись логарифмические и алгебраические особенности подинтегральных функций.

Форма зоны отрыва для случая отсутствия скачка постоянной Бернулли ( $\Delta = 0$ ) при разных значениях длины срывной зоны представлена на фиг. 2. Здесь за единицу принята полуширина области вихревого течения. На фиг. 2 показан также контур области с постоянной завихренностью в плоском потенциальном потоке — плоского аналога вихря Хилла, полученного в [9, 10]. Как видно, это течение является предельным для полученного семейства отрывных течений.

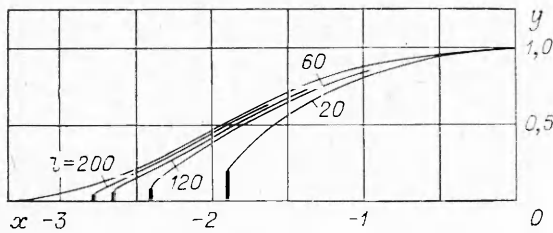
На фиг. 3 показаны контуры зоны отрыва для случая  $\Delta = 0,5$ . Здесь же изображен контур области с постоянной завихренностью и таким же скачком постоянной Бернулли, принадлежащей к семейству вырожденных вихревых течений [7, 11]. И в этом случае сходимость достаточно очевидна.

Таким образом, результаты расчетов дают основание утверждать, что двухпараметрическое семейство отрывных течений около плоских тел по рассмотренной схеме при стремлении длины зоны отрыва к бесконечности в масштабе размеров срывной зоны имеет своим пределом однопараметрическое семейство упомянутых выше вырожденных вихревых течений.

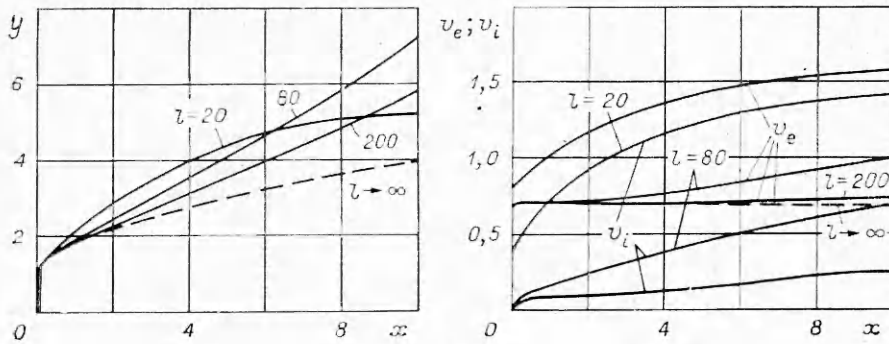
На фиг. 4 показана форма зоны отрыва вблизи тела при  $\Delta = 0,5$ . Здесь приведены также распределения внешних и внутренних значений



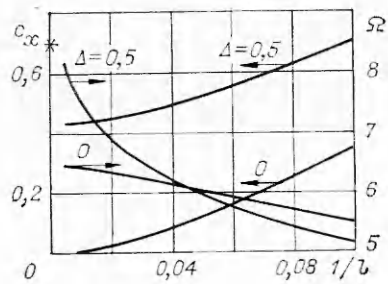
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

скорости на границе срывной зоны. Штриховые линии соответствуют обтеканию пластинки по схеме Кирхгофа со значением скорости на бесконечности, равным  $\sqrt{\Delta}$ . Как видно, при неограниченном увеличении длины зоны отрыва течение вблизи обтекаемого тела приближается к течению Кирхгофа с характерной скоростью, соответствующей величине скачка постоянной Бернулли.

Значения коэффициента сопротивления пластинки  $c_x$  для двух представленных на фиг. 2 и 3 однопараметрических семейств течений приведены на фиг. 5. При стремлении к бесконечности длины зоны отрыва коэффициент сопротивления пластинки в случае  $\Delta = 0$  стремится к нулю, а при  $\Delta = 0,5$  — к величине  $2\pi\Delta/(\pi + 4) \approx 0,44$ , соответствующей сопротивлению пластинки при обтекании по схеме Кирхгофа со скоростью на бесконечности, равной  $\sqrt{\Delta}$ .

На фиг. 5 приведены также значения параметра  $\Omega = -\omega l/2$ , введенного в [10]. Для вырожденного вихревого течения при  $\Delta = 0,5$  в [11] получено значение  $\Omega = 9,5$  (на фиг. 5 отмечено звездочкой), что хорошо соответствует результатам данной работы при  $l \rightarrow \infty$ . Предельное значение этого параметра при  $l \rightarrow \infty$  и  $\Delta = 0$  ( $\Omega = 6,5$ ), соответствующее плоскому аналогу сферического вихря Хилла, существенно отличается от результата, приведенного в [10, 11] ( $\Omega = 7,063$ ), и хорошо согласуется с результатом [12] ( $\Omega = 6,469$ ).

В качестве глобальной картины стационарного отрывного обтекания тел вязкой жидкостью при больших  $Re$  предлагались разные схемы течения идеальной жидкости. Основываясь на гипотезе пограничного слоя Прандтля и известных свойствах решений для пограничного слоя и слоя смещения, Прандтль [13], а затем Имаи [14] предположили, что струйное обтекание тела по схеме Кирхгофа можно рассматривать как решение уравнений Навье — Стокса в предельном случае нулевой вязкости. Эта схема отрывного обтекания имеет бесконечную срывную зону и не может использоваться для описания глобальной картины отрывного течения при больших, но конечных  $Re$ , поскольку размеры срывной зоны при этом должны быть конечными.

В модели отрывного обтекания, предложенной в [15, 16] и подробно рассмотренной в [17], длина зоны отрыва пропорциональна  $Re$ , а ширина — корню квадратному из  $Re$ . Жидкость в срывной зоне в первом приближении покоится. В пределе бесконечно больших  $Re$  течение в окрестности тела, как и в предыдущей модели, приближается к обтеканию по схеме Кирхгофа. Однако, как показано в [18, 19], для этой модели не выполняется закон сохранения энергии: для реализации такого течения необходимы специальные граничные условия внутри срывной зоны — предельно сильный диссипатор, который отсутствует в реальной задаче обтекания тела. Кроме того, в рамках этой модели невозможно стационарное течение в области замыкания зоны отрыва [16]. Поэтому в [16] выдвинуто предположение о нестационарном характере замыкания области отрыва, оправдывающее использование этой модели.

Модель отрывного обтекания, предложенная в [3], имеет срывную зону с размерами порядка размеров тела. В области отрыва жидкость в плоском случае имеет постоянную завихренность, а на ее границе испытывает скачок постоянная Бернулли. Однако по этой схеме отрывного обтекания тела идеальной жидкостью до сих пор не получено ни одного течения (при решении задачи в точной постановке).

В модели отрывного обтекания, предложенной в [19—21], размеры срывной зоны неограниченно возрастают с ростом  $Re$ , причем поперечный и продольный размеры имеют один порядок величины. Течение внутри зоны отрыва, как и в модели Бэтчелора, в плоском случае имеет постоянную завихренность. На границе зоны отрыва постоянная Бернулли испытывает скачок, величина которого стремится к нулю при стремлении к бесконечности  $Re$ . В масштабе размеров тела течение близко к обтеканию по схеме Кирхгофа, но характерная величина скорости потока вблизи тела

с ростом  $Re$  стремится к нулю. Соответственно стремится к нулю и коэффициент сопротивления. В предельном случае бесконечно больших  $Re$  тело в масштабе размеров срывной зоны вырождается в точку, и глобальное течение в осесимметричном случае представляет собой вихрь Хилла и в плоском случае — его плоский аналог [9, 10]. Семейства предельных отрывных течений с диссипатором внутри срывной зоны в плоском и осесимметричном случаях получены в [7, 11, 12, 22].

Полученное в данной работе семейство отрывных решений уравнений Эйлера полностью соответствует модели отрывных течений Г. И. Таганова: глобальная картина отрывного обтекания в масштабе размеров срывной зоны при стремлении к нулю размера тела приближается к соответствующему вырожденному вихревому течению, при этом течение в окрестности тела приближается к обтеканию по схеме Кирхгофа с характерной скоростью, соответствующей величине скачка постоянной Бернулли. Таким образом, получено семейство течений идеальной жидкости, на основе которого может быть построено стационарное отрывное обтекание тела вязкой жидкостью при больших  $Re$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Prandtl L. Uber Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung.— In: Der III Intern. Math. Kongr. Heidelberg, 1904.
2. Batchelor G. K. On steady laminar flow with closed streamlines at large Reynolds number.— J. Fluid Mech., 1956, vol. 1, pt 2.
3. Batchelor G. K. A proposal concerning laminar wakes behind bluff bodies at large Reynolds number.— J. Fluid Mech., 1956, vol. 1, pt 4.
4. Childress S. Solutions of Euler's equations containing finite eddies.— Phys. Fluids, 1966, vol. 9, N 5.
5. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979.
6. Гольдштик М. А. Вихревые потоки. Новосибирск: Наука, 1981.
7. Садовский В. С. О вихревых зонах в потенциальном потоке со скачком постоянной Бернулли на границе.— ПММ, 1974, вып. 5.
8. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980.
9. Шабат А. Б. О двух задачах на склеивание.— ДАН СССР, 1963, т. 150, № 6.
10. Садовский В. С. Область постоянной завихренности в плоском потенциальном потоке.— Учен. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 4.
11. Садовский В. С. Исследование решений уравнений Эйлера, содержащих области с постоянной завихренностью.— Тр. ЦАГИ, 1973, вып. 1474.
12. Кожуро Л. А., Садовский В. С. О двух однопараметрических семействах вихревых течений невязкой жидкости.— ЧММСС, 1977, т. 8, № 7.
13. Prandtl L.— In: Proc. 3rd Intern. Congr. Appl. Mech., 1930.
14. Imai I. Discontinuous potential flow, as the limiting form of the viscous flow for vanishing viscosity.— J. Phys. Soc. Japan, 1953, vol. 8.
15. Сычев В. В. Об установившемся ламинарном течении жидкости за тупым телом при большом числе Рейнольдса.— В кн.: Доклад на VIII симпозиуме по современным проблемам механики жидкостей и газов. Варда, Польша, 1967.
16. Сычев В. В. Асимптотическая теория отрывных течений.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 2.
17. Smith F. T. Laminar flow of an incompressible fluid past a bluff body: the separation, reattachment, eddy properties and drag.— J. Fluid Mech., 1979, vol. 92, pt 1.
18. Таганов Г. И. К теории стационарных срывных зон.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 5.
19. Таганов Г. И. О предельных течениях вязкой несжимаемой жидкости со стационарными срывными зонами при  $Re \rightarrow \infty$ .— Учен. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 3.
20. Таганов Г. И. Вязкая диссипация и законы сопротивления тел при  $1 < Re < \infty$ .— ЧММСС, 1973, т. 4, № 4.
21. Буковшин В. Г., Таганов Г. И. Численные результаты асимптотической теории обтекания тел со стационарными срывными зонами при больших числах Рейнольдса.— ЧММСС, 1976, т. 7, № 1.
22. Кожуро Л. А. Семейство осесимметричных вихревых течений с поверхностью разрыва постоянной Бернулли.— ПММ, 1981, т. 45, вып. 1.

Поступила 29/VI 1983 г.