ПМТФ, № 3, 1971

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ИОННО-ЗВУКОВОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ МЕТОДОМ «ЧАСТИЦ В ЯЧЕЙКЕ»

С. Г. Алиханов, П. З. Чеботаев

(Новосибирск)

Рассматривается одномерная численная модель неизотермической плазмы. Показано, что ионно-звуковая ударная волна закритической амплитуды после стадии «опрокидывания» отделяет от переднего фронта солитон. Этот процесс сопровождается турбулентным течением за фронтом волны и захватом ионов в потенциальные ямы.

В последнее время все большее распространение получает численный «метод частиц в ячейке» [1] в изучении явлений, происходящих в плазме. Одной из плодотворных сфер применения этого метода является неизотермическая плазма, для которой характерна ионно-звуковая ветвь колебаний.

Задачу распространения ионно-звуковых колебаний удается решить либо для случая квазистационарного распространения волн, когда искомые величины зависят только от переменной $\xi = x - ut$, либо в нестационарном случае для волн малой, но конечной амплитуды. В обоих случаях используется гидродинамическое описание плазмы. При этом предполагается, что, хотя плазма и бесстолкновительная, функция распределения имеет максвелловскую форму. При линеаризации и учете членов третьего порядка получается уравнение Кортевега де Вриза, описывающее распространение волн в среде с дисперсией. Для случая квазистационарного распространения волн можно получить [2] соотношение, связывающее максимум потенциаала волны $\varphi_{\max}$ со скоростью распространения u

$$u^2 = \frac{T}{2M}\,\frac{[\exp(e\varphi_{\max}/T) - 1]^2}{\exp(e\varphi_{\max}/T) - 1 - e\varphi_{\max}/T}$$

Было показано [2], что гидродинамическое описание годится для волн, амплитуда и скорость которых не превышают некоторых критических величин.

Кинетическая теория свободна от этого недостатка и может описать эволюцию волн, имеющих амплитуду и скорость больше критических. Так как аналитическое решение кинетического уравнения весьма трудно, то исследовать процесс можно при помощи ЭВМ, следя за движением частиц. Время вычислений можно существенно сократить, сохраняя при этом все существенные характеристики процесса, если полагать справедливым для плотности электронов распределение Больцмана $n_e = n_0 \exp(e\varphi/T)$.

Рассмотрим одномерную задачу. Ионную компоненту плазмы представим в виде заряженных плоскостей, перпендикулярных оси x и имеющих заряд e и массу m_i, равных соответственно заряду и массе иона. Уравнение движения каждой такой квазичастицы

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{e}{m_i}\nabla\varphi$$

Самосогласованное электрическое поле определится из уравнения Пуассона

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = 4\pi e\,[n_0 \exp(e\varphi/T) - n_i]$$

В реальной плазме на дебаевскую длину приходится большое число частиц, поэтому этим путем не удается моделировать реальную плазму, так как в проводимом машинном эксперименте число частиц невелико. В этом случае частицы, переходя из одной области, в которой определяется плотность, в другую область, будут вносить значительные возмущения плотности.

Чтобы уменьшить этот эффект, такую квазичастицу можно размазать по координате x. Однако такая модельная плазма с «размазанными» частицами искажает некоторые дисперсионные свойства. Для удобства анализа представим частицы, в которой плотность задана по закону

$$\rho_i(x, x_j) = \frac{e}{a\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(x-x_j)^2}{2a^2}\right]$$

где x_j— центр облака. Сила, действующая на такую «частицу», определится как

$$F(x_j) = \frac{e}{a\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} E(x) \exp\left[\frac{-(x-x_j)^2}{2a^2}\right] dx$$

С учетом такой силы дисперсионное соотношение имеет вид

$$1 = \frac{T}{m_i} \frac{\exp(-{}^1/_2 k^2 a^2)}{1+k^2D^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f / \partial v}{v + \omega / k} dv$$

Оно отличается от известного дисперсионного уравнения тем, что содержит множитель $\exp(-k^2a^2/2)$, который будет искажать высокочастотные колебания. Чем больше полуширина a, тем сильнее будут подавлены такие гармоники.

Так как счет уравнения Пуассона очень неустойчив, то для нахождения решения использовался метод, описанный в работе [3].

Метод частиц оказался очень чувствительным к аппроксимации электрического поля, действующего на частицу с координатой x_k, лежащей между узлами пространственной сетки, в которых определен потенциал из численного решения уравнения Пуассона. К сожалению, нет общего критерия устойчивости метода, получившего название «метода частиц в ячейке».

Конечно-разностная аппроксимация приводит к тому, что фактически аппроксимируется сила вида

$$E + \alpha_1 \frac{\partial E}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \ldots$$

Поэтому таким путем изучается влияние декремента, получаемого из дисперсионного уравнения

$$1 = \frac{T}{m_i} \frac{(1 + i\alpha_1 - \alpha_2 - i\alpha_3 + \ldots)}{1+k^2D^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f / \partial v}{v + \omega / k} dv$$

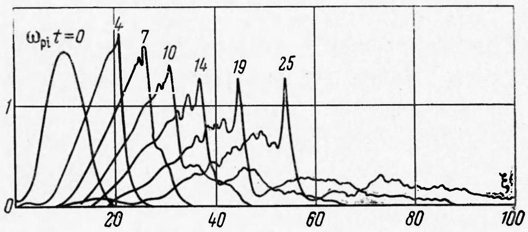
на раскачку мелкомасштабных колебаний, связанных с неточностью счета. Для задач о разрушении ионно-звуковых колебаний большой амплитуды оказалась устойчивой схема, в которой электрическое поле в точке x_k определялось как

$$E_k = h^{-1}[(\varphi_{j+2} - 2\varphi_{j+1} + \varphi_j)\mu / h + \varphi_{j+1} - \varphi_j]$$

$$\mu = x_k - x_j, \qquad x_j \leqslant x_k \leqslant x_{j+1}$$

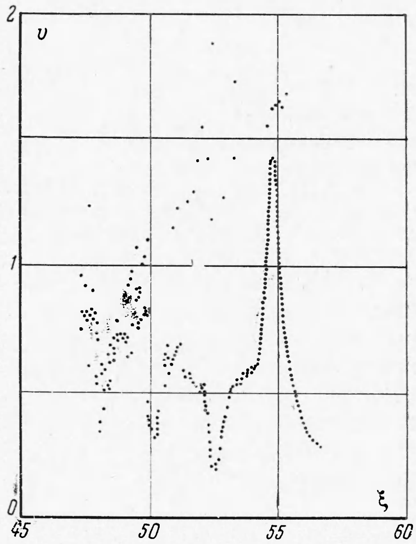
Этим методом было решено несколько задач, в том числе распространение ионно-звуковой волны закритической амплитуды (с числом Маха $M > 1.6$) в неизотермической плазме [3].

Как было показано, начальная стадия процесса распространения такой волны носит пульсирующий характер. А именно фронт волны ускоряет порциями с частотой порядка ω_{pi} набегающие в системе волны ионы. В результате образуется многопотоковое движение перед фронтом ударной



Фиг. 1

волны и слаботурбулентное распределение ионов за фронтом с характерной «арочной» структурой в пространстве xv. Дальнейшее поведение такой волны представляет несомненный интерес. На фиг. 1 изображена эволюция потенциала во времени. Время t отсчитывается в единицах ω_{pi}^{-1}, а ξ — в единицах дебаевской длины. Быстрота изменения возмущения, заданного вначале в виде простой волны с амплитудой, в шесть раз превышающей плотность невозмущенной плазмы, затем увеличивается. В промежутке $t = 4 \div 14$ происходит процесс отражения ионов. При уменьшении потенциала до величины, меньшей критической ($\varphi < 1.3$), от переднего фронта отделяется солитон, амплитуда и скорость которого находятся вблизи критических, но несколько меньше их.



Фиг. 2

За фронтом волны в процессе ускорения частиц образуются сильные колебания скоростей частиц, это, в свою очередь, вызывает колебания плотности и потенциала. При этом колебания достигают таких значений, что оказывается возможным захват ионов в потенциальные ямы. На фиг. 2 показана область фазовой плоскости в районе фронта волны для $t = 25$. Хорошо виден солитон и захваченные ионы позади него. При решении этой задачи было использовано ~ 2000 частиц и вся область, где двигалась волна, равнялась 120 дебаевским длинам. Решение данной задачи потребовало 100 *мин* машинного времени ЭВМ БЭСМ-6.

Авторы благодарят Р. З. Сагдеева за поддержку и интерес к работе.

Поступила 23 XI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Proceedings of the APS topical conference on numerical simulation of plasma. Los Alamos, New Mexico, 1968.
2. Сагдеев Р. З. Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме. В сб. «Вопросы теории плазмы», М., Атомиздат, 1964, вып. 4.
3. Алиханов С. Г., Сагдеев Р. З., Чеботаев П. З. Разрушение ионно-звуковых волн большой амплитуды. ЖЭТФ, 1969, т. 58, вып. 5.