

Таким образом, теорию, изложенную в настоящей работе, нельзя рассматривать как полный, законченный и всесторонний расчет явлений горения пороха в потоке. Вместе с тем анализ теории и согласование результатов с опытом показывают, что в предлагаемой работе правильно учтены основные закономерности явления.

В заключение следует еще раз отметить роль О. И. Лейпунского, Г. А. Барского, М. А. Ривина и Д. А. Франк-Каменецкого на раннем этапе разработки теории горения пороха. Автор благодарен В. Б. Либровичу за большую помощь в подготовке статьи.

Поступила в редакцию
10/IX 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. О. И. Лейпунский. Докт. дисс., М., 1945.
2. Гриин. Вопросы ракетной техники. 1954, 6 (24).
3. I. W. Kegidler. AIAA — Preprints, 1964, 1955.
4. Ленуар, Робийяр. Вопросы горения твердых топлив (сб. переводов). М., ИЛ, 1959.
5. J. Vandenberghe, A. Jaumotte. 8-th Symposium (International) Combustion, Pasadena, Calif., Baltimore, 1962.
6. В. Н. Вилюнов. К теории эрозионного горения порохов. Докл. АН СССР, 1961, 136, 2.
7. M. Vaggege, P. Zame. Rech. aerospatiale, 1963 95.
8. M. J. Zucrow, J. R. Osborn, I. M. Mighay. Chem. Engng. Progr., 1964, 60, 2.
9. E. Miller. Combustion and Flame, 1966, 40, 4.
10. G. Weiss. Biul. wojsk. akad. techn., 1965, 14, 10.
11. Y. Kuroda, I. Yoshiyama, M. Moshizuki. Proc. 6-th Internat. Symposium Space Technol. and Sci. Tokyo, 1965.
12. Я. Б. Зельдович. ЖФХ. 1948, 22, 1, 27—49.
13. Проблемы турбулентности. Сб. перев. Под ред. М. А. Великанова и Н. Т. Швейковского. М.—Л., ОНТИ, 1936.
14. Я. Б. Зельдович, М. А. Ривин, Д. А. Франк-Каменецкий. Импульс реактивной силы пороховых ракет. М., Воениздат, 1950.

УДК 536.46+662.311

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ГОРЕНИИ ПОРОХА В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

Ю. А. Гостинцев, Л. А. Суханов,
И. М. Кофман, А. В. Шмелев

(Москва)

В настоящей работе получено решение сформулированной ранее [1, 2] системы нелинейных уравнений для осредненных по объему внутрибаллистических параметров при открытии сопла. В отличие от более ранних работ [3—8] проведено совместное рассмотрение влияния неадиабатичности нестационарного пламени и незавершенности химических реакций в нем на процессы в двигателе.

Теоретические работы по нестационарным процессам при горении пороха в полузамкнутом объеме, выполненные до настоящего времени,

можно условно разделить на две категории. В первой из них [3, 4] главным образом изучалась инерционность прогретого слоя в конденсированной фазе пороха и связанная с ней нестационарность горения. При этом пламя, существующее над поверхностью горения, принималось изотермическим, а уравнение энергии для газа в объеме не рассматривалось.

Во второй категории работ [5—7] для определения температуры газа в камере использовалось уравнение энергии и иногда [8] учитывалась зависимость суммарного тепловыделения от давления. Однако собственно горение пороха считалось квазистационарным (скорость горения и температура пламени зависели только от давления). Но в ряде случаев необходимо одновременное рассмотрение неполноты горения и перестройки теплового слоя в к-фазе пороха. В самом деле, характерное время изменения прогретого слоя $t_s \sim \chi/u^{-2}$, а характерное время выравнивания давления по камере $t_k \sim \bar{W}/(\sigma c)$ (χ — коэффициент температуропроводности, u — скорость стационарного горения, W и σ — свободный объем и площадь критического сечения сопла, c — скорость звука). Поэтому, если отношение $\chi = t_k/t_s$ близко к единице, то учет нестационарности горения необходим и только в случае $\chi \gg 1,0$ для скорости горения можно использовать стационарные зависимости. В работах [1, 2] на основании модели горения с квазистационарным пламенем и квазистационарной реакционной зоной в к-фазе была получена полная система уравнений для осредненных по объему параметров при совместном учете указанных выше эффектов.

$$\frac{1}{\chi} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + v(\pi, \varphi) \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} = 0, \quad (-\infty < \xi \leq 0), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \vartheta(0, \tau) = \vartheta_s(\pi, \varphi), \quad \vartheta(-\infty, \tau) = \vartheta_0, \quad \vartheta(\xi, 0) = \vartheta_0 + (\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0) e^\xi, \\ v = v(\pi, \varphi), \quad \vartheta_s = \vartheta_s(\pi, \varphi), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\vartheta_F = \bar{\vartheta}_F(\pi, \varphi), \quad (3)$$

$$w \frac{d\pi}{d\tau} = v\vartheta_F - \pi\vartheta_g^{1/2} \sum - \pi v \delta, \quad (4)$$

$$\gamma w \frac{d\vartheta_g}{d\tau} = \frac{v}{\pi} (\gamma \vartheta_F \vartheta_g - \vartheta_g^2) + (1 - \gamma) \vartheta_g^{3/2} \sum, \quad (5)$$

$$\frac{dw}{d\tau} = v\delta. \quad (6)$$

Здесь введены безразмерные параметры и переменные

$$\begin{aligned} \vartheta_0 = \frac{T_0}{T_F}, \quad \delta = \frac{\bar{S}u\bar{t}_k}{\bar{W}}, \quad \bar{t}_k = \frac{\bar{W}}{\sigma\gamma^{1/2}\sqrt{R\bar{T}_F}} \left(\frac{\gamma+1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}, \\ v = \frac{u}{\bar{u}}, \quad \pi = \frac{p}{\bar{p}}, \quad \sum = \frac{\sigma}{\bar{\sigma}}, \quad \vartheta_g = \frac{T_g}{T_F}, \quad \vartheta_s = \frac{T_s}{T_F}, \\ \vartheta_F = \frac{T_F}{\bar{T}_F}, \quad \tau = \frac{t}{\bar{t}_k}, \quad \xi = \frac{\bar{u}x}{\bar{\sigma}}, \quad w = \frac{W}{\bar{W}}, \quad \varphi = \left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \right)_0 \frac{1}{\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0}, \end{aligned}$$

где T_0 , T_s , T_F и T_g — начальная температура пороха, температура поверхности, пламени и газа в камере соответственно; S — поверхность горения; u — скорость горения; p — давление; σ — площадь критического сечения сопла; R — газовая постоянная; φ — градиент температуры на поверхности со стороны к-фазы. Черта над функциями отмечает их стационарные значения.

Уравнение (1) определяет перестройку температурного профиля в к-фазе при переходных процессах. При этом для полного формального описания нестационарного горения в пределах феноменологической теории необходимо знание трех зависимостей [9] $v(\pi, \varphi)$, $\vartheta_s(\pi, \varphi)$, $\vartheta_F(\pi, \varphi)$, которые можно определять либо экспериментально из стационарных соотношений $\bar{u}(p, T_0)$, $\bar{T}_s(p, T_0)$, $\bar{T}_F(p, T_0)$, либо теоретически после детализации механизма стационарного горения.

Уравнения (4), (5) представляют осредненные по объему уравнения неразрывности и энергии. Осреднение в уравнениях газодинамики выполнено в предположении малости градиентов температуры, скорости газа и давления в камере. Такое допущение оправдано для относительно небольших двигателей со сложной геометрией при наличии интенсивного турбулентного перемешивания в оттекающих от поверхности горения продуктах. Результатом осреднения уравнения энергии является появление разрыва температуры на фронте пламени в нестационарных условиях. В случае точного решения неосредненных уравнений газодинамики (его можно выполнить только при одномерном течении продуктов в камере), такой разрыв отсутствует, а пламя генерирует в продуктах волны давления и энергии. Система уравнений (1)–(6) нелинейна, и ее аналитическое решение в общем случае невозможно. Линейное приближение к (1)–(6) рассмотрено в [2], в данной же статье излагаются результаты численного расчета нелинейной системы для случая, когда параметры в камере сгорания испытывают изменения из-за открытия сопла. Начальными условиями для (1)–(6) являются их стационарные решения

$$\bar{\vartheta}_g(0) = \bar{\vartheta}_F(0) = \bar{\pi}(0) = \bar{w}(0) = \bar{v}(0) = \bar{\Sigma}(0) = 1,0.$$

Закон изменения критического сечения сопла принят в виде

$$\sum = \begin{cases} \exp \alpha \tau, & 0 \leq \tau \leq \frac{\ln \Sigma_1}{\alpha} \\ \Sigma_1, & \tau \geq \frac{\ln \Sigma_1}{\alpha}. \end{cases} \quad (7)$$

При решении (1)–(7) основную трудность представляет нестационарное уравнение теплопроводности (1), определенное в области с подвижной границей. Для упрощения (1) воспользуемся методом интегральных соотношений [10]. Распределение температуры в к-фазе пороха будем искать среди функций

$$\vartheta(\xi, \tau) = \vartheta_0 + (\vartheta_s - \vartheta_0) \exp f(\tau) \xi, \quad (8)$$

где ϑ_s и f — подлежащие определению функции времени, удовлетворяющие начальным значениям

$$\vartheta_s(0) = \bar{\vartheta}_s, \quad f(0) = 1,0. \quad (9)$$

Тогда, после интегрирования (1) по координате ξ в пределах от $-\infty$ до 0 некоторых преобразований, получим

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\vartheta_s - \vartheta_0}{f} \right) = \chi (\vartheta_s - \vartheta_0) (f - v), \quad (10)$$

Для определения нестационарных зависимостей $\vartheta_s(\pi, \varphi)$, $v(\pi, \varphi)$ можно использовать экспериментально оправданные соотношения [11]

$$\bar{u} = u_1 p^\nu \exp [(\beta_1 p + \beta_0) T_0], \quad \bar{u} = D \exp \left(-\frac{E_s}{RT_s} \right),$$

которые после обычного пересчета на градиентную зависимость дают

$$v(\pi, \varphi) = \pi^v \exp \left[k(\pi) \left(\frac{\vartheta_s}{\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0} - \frac{\varphi}{v} \right) - \bar{k} \frac{\vartheta_0}{\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0} \right], \quad (11)$$

$$\vartheta_s(\pi, \varphi) = \frac{\bar{\vartheta}_s}{1 - \varepsilon \ln v}, \quad (12)$$

где $k(\pi) = (\beta_1 \pi \bar{p} + \beta_0) (\bar{T}_s - T_0)$, $\bar{k} = (\beta_1 \bar{p} + \beta_0) (\bar{T}_s - T_0)$, $\varepsilon = R \bar{T}_s / E_s$. Теперь с использованием (11), (12) и того, что $f = \varphi(\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0) / (v_s - \vartheta_0)$, исключим из (10) функцию $b(\tau)$ и будем иметь

$$\begin{aligned} & \frac{dv}{d\tau} \left\{ 2 \left(\frac{\vartheta_s}{\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0} - A \right) \frac{\bar{\vartheta}_s \varepsilon}{(1 - \varepsilon \ln v)^2} - (\vartheta_s - \vartheta_0) \left(\frac{\vartheta_s}{\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0} - A \right) - \right. \\ & \left. - \frac{\vartheta_s - \vartheta_0}{\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0} \frac{\bar{\vartheta}_s \varepsilon}{(1 - \varepsilon \ln v)^2} + \frac{\vartheta_s - \vartheta_0}{k(\pi)} \right\} = \frac{d\pi}{d\tau} \frac{(\vartheta_s - \vartheta_0)^2 v}{k(\pi)} \left(\frac{v}{\pi} + A \frac{dk}{d\pi} \right) + \\ & + \chi (\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0) v^3 \left(\frac{\vartheta_s}{\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0} - A \right)^2 \left[(\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0) \left(\frac{\vartheta_s}{\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0} - A \right) - \vartheta_s + \vartheta_0 \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь

$$A = \frac{\ln v - v \ln \pi}{k(\pi)} + \frac{\bar{k}}{k(\pi)} \frac{\vartheta_0}{\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0}.$$

Определение зависимости $\vartheta_F(\pi, \varphi)$ температуры пламени проведем, воспользовавшись следующими соображениями. При высоких давлениях в процессе горения энергия Q топлива полностью выделяется, поэтому зависимость T_F от давления будет вызываться только адиабатическим сжатием или расширением газа в пламени, т. е.

$$\bar{T}_F(p, T_0) = \left(\frac{c_s}{c_p} T_0 + \frac{Q}{c_p} \right) \left(\frac{p}{p_3} \right)^{\gamma-1}, \quad (p \geq p_3),$$

где p_3 — давление, выше которого наступает полнота горения. При давлениях $p < p_3$ химический состав продуктов, выходящих из пламени, также начинает зависеть от давления, и температуру пламени целесообразно описать функцией

$$\bar{T}_F(p, T_0) = (1 - \xi) \bar{T}_1(p, T_0) + \xi \left(\frac{c_s}{c_p} T_0 + \frac{Q}{c_p} \right) \left(\frac{p}{p_3} \right)^{\gamma-1}.$$

Здесь

$$\xi = \begin{cases} 1 & \text{при } p \geq p_3 \\ 0 & \text{при } p < p_3, \end{cases}$$

а $\bar{T}_1(p, T_0)$ берется из экспериментальных данных. Апроксимируем $\bar{T}_1(p, T_0)$ полиномом третьей степени по давлению с коэффициентами, зависящими от начальной температуры

$$\begin{aligned} \bar{T}_1(p, T_0) = & \frac{c_s}{c_p} T_0 + \frac{Q}{c_p} + b(T_0)(p - p_3) + c(T_0)(p - p_3)^2 + d(T_0) \times \\ & \times (p - p_3)^3. \end{aligned}$$

Если при некоторых двух конкретных значениях давления p_1 и p_2 известны экспериментальные зависимости

$$\bar{T}_F(p_1, T_0) = \bar{T}_{F1}(T_0), \quad \bar{T}_F(p_2, T_0) = \bar{T}_{F2}(T_0),$$

которые можно представить линейными функциями

$$\bar{T}_{F1}(T_0) = a_1 T_0 + b_1, \quad \bar{T}_{F2}(T_0) = a_2 T_0 + b_2,$$

то, после нахождения коэффициентов разложения и выполнения обычной процедуры перехода $\bar{T}_0 \rightarrow \varphi$, будем иметь для безразмерной температуры пламени

$$\begin{aligned}\vartheta_F = (1 - \zeta) & \left\{ g_1 A + \theta_* \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\pi - \pi_3}{\pi_3} \right) + n (\pi - \pi_3)^2 + m (\pi - \pi_3)^3 \right\} + \\ & + \zeta g_2 A + \zeta \theta_* \left(\frac{\pi}{\pi_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},\end{aligned}\quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}g_1(\pi) &= (\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0) \left[\frac{c_s}{c_p} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\pi - \pi_3}{\pi_3} \right) + A_1 \bar{p}^2 (\pi - \pi_3)^2 + A_2 \bar{p}^3 (\pi - \pi_3)^3 \right], \\ g_2(\pi) &= (\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0) \frac{c_s}{c_p} \left(\frac{\pi}{\pi_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad n = \frac{B_1 \bar{p}^2}{\bar{T}_F}, \quad m = \frac{B_2 \bar{p}^3}{\bar{T}_F}, \\ \theta_* &= \frac{\theta}{c_p \bar{T}_F}, \quad A_1 = \frac{(p_2 - p_3) c_1}{(p_1 - p_3)^2 (p_2 - p_1)} - \frac{(p_1 - p_3) c_2}{(p_2 - p_3)^2 (p_2 - p_1)}, \\ B_1 &= \frac{(p_2 - p_3) d_1}{(p_1 - p_3)^2 (p_2 - p_1)} - \frac{(p_1 - p_3) d_2}{(p_2 - p_3)^2 (p_2 - p_1)}, \quad A_2 = \frac{c_2}{(p_2 - p_3)^2 (p_2 - p_1)} - \\ &- \frac{c_1}{(p_1 - p_3)^2 (p_2 - p_1)}, \\ B_2 &= \frac{d_2}{(p_2 - p_3)^2 (p_2 - p_1)} - \frac{d_1}{(p_1 - p_3)^2 (p_2 - p_1)}, \quad c_1 = a_1 - 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{p_1 - p_3}{p_3}, \\ c_2 &= a_2 - 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{p_2 - p_3}{p_3}, \quad d_1 = b_1 - \frac{Q}{c_p} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{p_1 - p_3}{p_3} \right), \\ d_2 &= b_2 - \frac{Q}{c_p} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{p_2 - p_3}{p_3} \right).\end{aligned}$$

Заметим, что использованная здесь методика получения зависимости $\vartheta_F(\pi, \varphi)$ из экспериментальных данных может быть заменена проведением термодинамического расчета.

Система уравнений (4)–(7), (11)–(14) численно решалась на ЭВЦМ при различных скоростях открытия сопла и значениях параметра χ (изменение свободного объема за время переходного процесса не учитывалось, т. е. принималось $\delta=0$). В качестве исследуемого топлива была выбрана модельная смесь, состоящая из 75% NH_4ClO_4 с размером частиц в 45 мк и из 25% полибутадиеновой связки (РВАА). Для такой смеси экспериментально определено большое число входящих в систему параметров [11], а именно

$$v=0,45, \quad \beta_0=1,2 \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{K}, \quad \beta_1=3 \cdot 10^{-6} \text{ 1/атм.}^\circ\text{K},$$

$$u_1=0,092 \text{ см/сек (атм)}^\gamma, \quad D=2241 \text{ см/сек}, \quad E_s=16000 \text{ кал/моль}, \quad R=1,98 \text{ кал/моль.град}, \quad \kappa=1,87 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{сек}, \quad c_s=0,03 \text{ кал/}^\circ\text{K} \cdot \text{г}, \quad \rho_s=1,5 \text{ г/см}^3, \quad Q=800 \text{ кал/г}, \quad T_0=300^\circ \text{K}.$$

К сожалению, данных по зависимости температуры пламени T_F от начальной температуры для принятого топлива не имеется. Поэтому в качестве приближения использовалась единственная известная из литературы функция $\bar{T}_F(T_0)$, экспериментально полученная для пороха Н [12]. Тогда коэффициенты в (14) равны $a_1=0,27 \text{ 1/}^\circ\text{K}$, $b_1=1079^\circ \text{K}$, $a_2=11^\circ \text{K}$, $b_2=1650^\circ \text{K}$, $p_1=1 \text{ atm}$, $p_2=10 \text{ atm}$, $p_3=30 \text{ atm}$.

В продуктах горения принято $\gamma=1,22$, $c_2=0,40$, $c_s=0,30$, $\mu=29$. Просчитанные варианты представлены в таблице.

На рис. 1 графически изображены результаты расчетов зависимостей $\vartheta_g, \vartheta_F, \vartheta_s, v, \pi, \sigma$ от безразмерного времени для вариантов 1 и 2.

Рис. 2 и 3 иллюстрируют аналогичные зависимости для вариантов 3 и 4. Здесь, помимо указанных выше величин, приведена также безразмерная функция суммарного тепловыделения \tilde{q} в пламени. Выражение для \tilde{q} можно получить из уравнения сохранения энергии для безынерционных зон химических реакций в к-фазе и в пламени [9]

$$\tilde{q} = \frac{q}{c_p \bar{T}_F} = \frac{c_s}{c_p} \left[\frac{\Phi}{v} (\bar{\vartheta}_s - \vartheta_0) - \vartheta_s \right] + \vartheta_F . \quad (15)$$

№ варианта	\bar{W}/σ	$\sigma, \text{см}^2$	α	Σ_1	χ	$\bar{t}_k, \text{сек}$
1	9,5	0,068	1,0	6,0	3	0,042
2	9,5	0,068	1,5	6,0	3	0,042
3	19,0	0,068	1,0	6,0	6	0,084
4	28,5	0,068	1,0	6,0	9	0,126

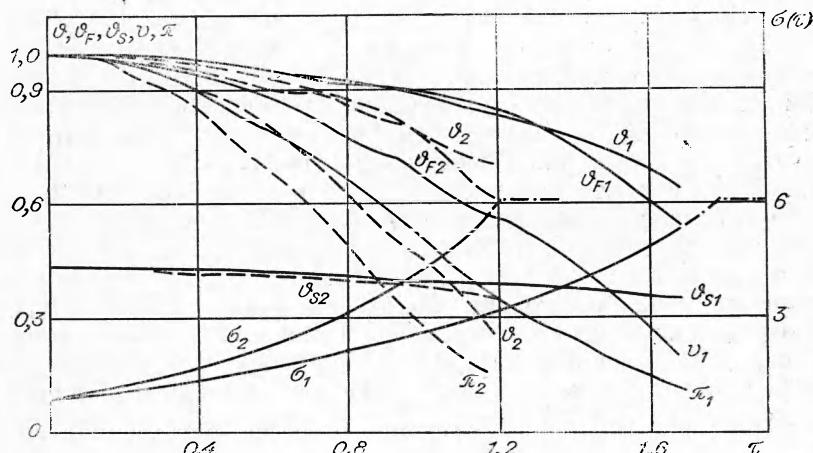


Рис. 1. Зависимости v_g , v_F , v_S , v , π , σ от безразмерного времени $\tau = t/t_k$ для вариантов 1 и 2.

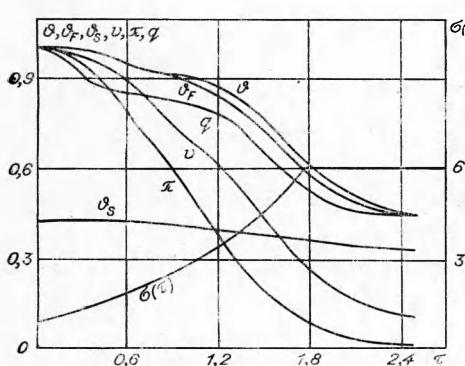


Рис. 2. Зависимости внутрибаллистических параметров от безразмерного времени для варианта 3.

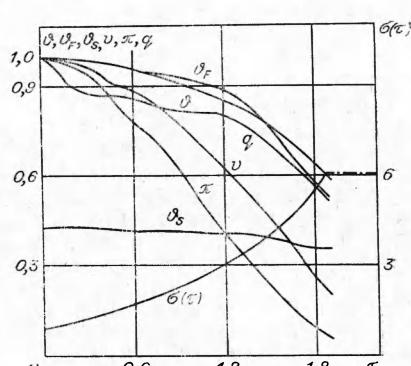


Рис. 3. Зависимости внутрибаллистических параметров от безразмерного времени для варианта 4.

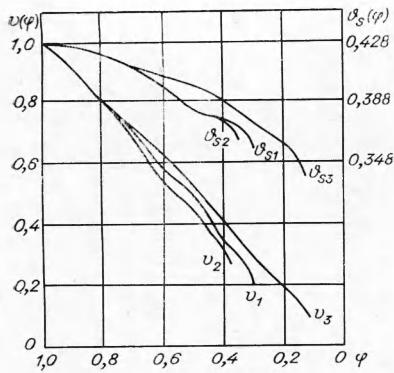


Рис. 4. Зависимости скорости горения v и температуры поверхности θ_s от текущего значения градиента температуры ϕ в к-фазе для вариантов 1, 2 и 4 (отклонение линии $v(\phi)$ от прямой характеризует степень нестационарности процесса).

можно считать квазистационарным только при $\chi \geqslant 10$.

В настоящей работе намеренно не исследовался вопрос о гашении топлива при сбросе давления в объеме. Это обусловлено отсутствием математического критерия гашения пороха с переменной температурой поверхности и тем, что при глубоких и резких сбросах давления температура пламени сильно уменьшается и характерное время химических реакций может стать сравнимым со временем пребывания газа в камере. Ясно, что в этом случае использованная здесь феноменологическая модель нестационарного горения пороха с тонким пламенем непригодна, а двигатель описывается системой уравнений для гомогенного химического реактора, решение которой в общем случае и должно ответить на вопрос, осуществляется ли гашение топлива при резких сбросах давления.

Поступила в редакцию
21/IV 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Гостищев, Л. А. Суханов, П. Ф. Похил. Докл. АН СССР, 1970, 195, 1.
2. Ю. А. Гостищев, Л. А. Суханов, П. Ф. Похил. ПМТФ, 1971, 4.
3. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1963, 1.
4. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1962, 5.
5. А. А. Шишков. Газодинамика пороховых ракетных двигателей. М., 1968.
6. N. Crier, J. Tjep a. o. AIAA, 1968, 2.
7. J. Tjep, W. Sirignano, M. Sutherland. AIAA, 1970, 1.
8. Р. Е. Соркин. Газотермодинамика ракетных двигателей на твердом топливе. М., 1967.
9. Ю. А. Гостищев, Л. А. Суханов, П. Ф. Похил. ПМТФ, 1971, 3.
10. Ю. А. Гостищев. ФГВ, 1967, 3, 3.
11. M. Sutherland, L. Kavcic a. o. AIAA Paper, 70—667, 1970.
12. А. А. Зенин, О. И. Лейпунский и др. Докл. АН СССР, 1966, 169, 3.