13. J. A. Barker, J. J. Monaghan. J. Chem. Phys., 1962, 36, 2564.
14. J. S. Rowlinson, F. H. Sumner, J. R. Sutton. Trans. Faraday. Soc., 1954, 50, 1.
15. Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики. М., ГИФМЛ, 1960.
16. R. B. Bird. Ph. D. thesis. University of Wisconsin, 1950.
17. R. B. Bird, E. L. Spotz. University of Wisconsin, CM — 599, Project NO rd 9938 (10 May 1950).

УДК 536.46

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ БЕЗГАЗОВЫХ СОСТАВОВ

Э. И. Максимов, К. Г. Шкадинский
(Москва)

Устойчивость стационарного режима горения конденсированных веществ изучалась в работах [1—4] для модели горения Беляева — Зельдовича. Рассматривалась модель как с постоянной температурой поверхности, так и с переменной. Все процессы в газовой фазе и реакционный слой конденсированной фазы предполагались безынерционными.

В данном сообщении будут рассмотрены вопросы устойчивости стационарного режима горения безгазовых конденсированных веществ, теория горения которых разработана в [5, 6]. Продукты горения этих веществ конденсированные, и при анализе устойчивости необходимо учитывать их тепловую инерционность. Здесь отсутствует поверхность раздела фаз и, следовательно, теряет смысл понятие температуры поверхности. Кроме того, будет проведена оценка влияния инерционности зоны реакции. Как показывают результаты некоторых экспериментальных и теоретических исследований [7, 8], ширина зоны реакции может быть существенной[1].

Полагаем, что реакция разложения вещества первого порядка, плотность, теплопроводность и теплоемкость постоянны, тогда режим стационарного горения описывают уравнения баланса тепла и кинетики разложения в следующем виде:

$$\theta^{0''}_{\xi^2} + W^0\theta^{0'}_{\xi} - (1 - \eta) \exp\left[-\theta^0/(\gamma - \beta\theta^0)\right] = 0,$$

$$W_0 \eta'_{\xi} + (1 - \eta) \exp\left[-\theta^0/(\gamma - \beta\theta^0)\right] = 0.$$

Граничные условия: при $\xi = \infty$, $\theta^0 = 1$; $\eta = 0$;

$$\text{при } \xi = -\infty; \qquad \theta^{0'}_{\xi} = 0, \qquad (\theta^0 = \theta^0_m = 0), \qquad \eta = 1,$$

$$\text{где } \xi = x\sqrt{\lambda^{-1} c\rho k_0 \exp(-E/RT_m)};$$

$$W^0 = m\sqrt{(\lambda\rho k_0)^{-1} c \exp(E/RT_m)};$$

$$\theta^0 = \frac{T_m - T}{T_m - T_0}; \qquad \beta = \frac{RT_m}{E}; \qquad \gamma = \frac{RT_m^2}{E(T_m - T_0)};$$

ξ — координата; T — текущая; T_0 — начальная, T_m —конечная температуры, η — весовая доля разложившегося вещества; m — массовая скорость горения; E — энергия активизации реакции; k_0 — предэкспонент; c — теплоемкость: λ — теплопроводность; ρ — плотность вещества; R — газовая постоянная. Согласно [5, 8], скорость горения при пренебрежения $\beta\theta^0/\gamma$ в зоне реакции равна

$$W^0 = \sqrt{\gamma} \exp(-\theta^0_m/2\gamma) \approx \sqrt{\gamma}. \tag{1}$$

Функцию тепловыделения аппроксимируем прямоугольником, высота которого равна максимальному тепловыделению

$$\left[(1 - \eta) \exp\left(-\theta^0_m/(\gamma - \beta\theta^0)\right)\right]_{\max} \simeq 1/3,$$

---

[1] Здесь имеется в виду ширина зоны реакции не по температуре, а по координате.

которое в первом приближении не зависит от γ [8], т. е. принимаем

$$q^0 = \begin{cases} 1/3 & \xi_1^0 < \xi < 0; \\ 0 & \xi > 0, \xi < \xi_1^0. \end{cases} \tag{2}$$

Согласно [8], такая аппроксимация функции тепловыделения дает хорошие результаты при вычислении стационарной скорости горения. Таким образом, будем исследовать устойчивость стационарного решения следующего уравнения:

$$\frac{d^2\theta^2}{d\xi^2} + W^0 \frac{d\theta^0}{d\xi} - q^0 = 0 \tag{3}$$

Ширина зоны реакции определяется из первого интеграла (3) с учетом (1) и (2)

$$\xi_1^0 \cong -3\sqrt{\gamma} \cong -3\sqrt{\gamma}\exp(\theta_m^0/2\gamma).$$

Решаем задачу методом малых возмущений, наложенных на стационарное распределение температуры ($\theta = \theta^0 + \vartheta$). Отбрасывая члены выше первого порядка малости, получим:

$$W = W^0 + \delta W = \sqrt{\gamma} - \vartheta_m/2\gamma,$$
$$q = q^0 + \delta q = 1/3 - \gamma\vartheta_m/3,$$
$$\xi_1 = \xi_1^0 + \delta\xi_1 = -3\sqrt{\gamma} - 3\vartheta_m/2\sqrt{\gamma},$$

где ϑ_m — возмущение температуры в точке $\xi = \xi_1^0$. Линеаризированное нестационарное уравнение для возмущений температуры имеет вид:

$$\frac{\partial\vartheta_1}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\vartheta_1}{\partial\xi^2} + \sqrt{\gamma}\frac{\partial\vartheta_1}{\partial\xi} - \frac{\vartheta_m}{2\sqrt{\gamma}}\left(\frac{d\theta_1^0}{d\xi}\right), \quad \xi > 0;$$

$$\frac{\partial_2\vartheta}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\vartheta_2}{\partial\xi^2} + \sqrt{\gamma}\frac{\partial\vartheta_2}{\partial\xi} + \frac{\vartheta_m}{3\gamma} - \frac{\vartheta_m}{2\sqrt{\gamma}}\left(\frac{d\theta_2^0}{d\xi}\right), \quad \xi_1^0 < \xi < 0; \tag{4}$$

$$\frac{\partial\vartheta_3}{\partial\tau} = \frac{\partial^2\vartheta_3}{\partial\xi^2} + \sqrt{\gamma}\frac{\partial\vartheta_3}{\partial\xi} - \frac{\vartheta_m}{2\sqrt{\gamma}}\left(\frac{d\theta_3^0}{d\xi}\right), \quad \xi < \xi_1^0,$$

где $\tau = tk\exp(-E/RT_m)$; t — время. Стационарные значения градиентов температуры определяются из (3):

$$\frac{d\theta_1^0}{d\xi} = \frac{(1 - e^{-3\gamma})\,e^{-\xi\sqrt{\gamma}}}{3\sqrt{\gamma}}, \quad \xi > 0;$$

$$\frac{d\theta_2^0}{d\xi} = \frac{1 - e^{-3\gamma}\,e^{-\xi\sqrt{\gamma}}}{3\sqrt{\gamma}}, \quad \xi_1^0 < \xi < 0;$$

$$\frac{d\theta_3^0}{d\xi} = 0, \quad \xi < \xi_1^0,$$

На бесконечности возмущения исчезают

$$\vartheta = 0 \quad \text{при } |\xi| = \infty \tag{5}$$

В точке $\xi = 0$ температура и поток тепла непрерывны:

$$\vartheta_1 = \vartheta_2, \quad \frac{\partial\vartheta_1}{\partial\xi} = \frac{\partial\vartheta_2}{\partial\xi}. \tag{6}$$

В силу малого изменения ширины реакции область $(\xi_1^0,\ \xi_1^0 + \delta\xi_1)$ не рассматриваем, а тепловыделение в ней — $q\delta\xi_1 = \left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{3\vartheta_m}{2\sqrt{\gamma}}$ —учтем в условиях сшивки при $\xi = \xi_1^0$. Считаем, что температура в этой точке меняется непрерывно, а разность тепловых потоков равна тепловыделению в этой узкой зоне, тогда

$$\vartheta = \vartheta_3, \quad \frac{\partial \vartheta_2}{\partial \xi} - \frac{\partial \vartheta_3}{\partial \xi} = \frac{\vartheta_m}{2\sqrt{\gamma}}. \qquad (7)$$

Решение уравнения (9) будем искать в виде

$$\vartheta = \exp(-\omega\tau)\,\psi(\xi, \omega),$$

получим

$$\psi_1 = c_1 e^{k_1\xi} + c_2 e^{\kappa_2\xi} + \frac{(1 - e^{-3\gamma})\,e^{-\xi\sqrt{\gamma}}}{6\omega\gamma}\psi_m, \quad \xi > 0;$$

$$\psi_2 = c_3 e^{k_1\xi} + c_4 e^{\kappa_2\xi} - \frac{(1 - e^{-3\gamma})\cdot e^{-\xi\sqrt{\gamma}}}{6\omega\gamma}\psi_m, \quad \xi_1^0 < \xi < 0;$$

$$\psi_3 = c_5 e^{k_1\xi} + c_6 e^{\kappa_2\xi}, \qquad \xi < \xi_1^0,$$

где

$$\psi_m = \psi(-3\sqrt{\gamma}\,\omega), \; k_{1,2} = \frac{-\sqrt{\gamma}}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - 4\omega/\gamma}\right)$$

Используя шесть граничных условий (5), (7), получаем трансцендентное уравнение

$$\sqrt{1 - 4\omega/\gamma}\,\exp\left(-3k_1/\sqrt{\gamma}\right) = 3\omega + (1 + 6\omega\gamma)\sqrt{1 - 4\omega/\gamma}$$

для определения функции $\omega = \omega(\gamma)$. Граница устойчивости режимов определяется условием $\mathrm{Re}\,\omega = 0$.

Вводя переменную $\varphi = 3k_1\sqrt{\gamma}$, получим

$$\omega = -\varphi/3 - \varphi^2/9\gamma,$$

$$(1 + 2\varphi/3\gamma)\exp(-\varphi) = 1 - (1 + 2\gamma - 2/3\gamma)\varphi - (2 + 1/3\gamma)\varphi^2 - 4\varphi^3/9\gamma.$$

Будем искать решение этого уравнения при малых φ. Разложив экспоненту и отбросив члены выше второго порядка малости, получим

$$\varphi = \frac{6 - 45\gamma}{28} + \sqrt{\left(\frac{6 - 45\gamma}{28}\right)^2 - \frac{18\gamma^2}{7}}; \quad \omega = \frac{(1 - 2/\gamma)\varphi + 12\gamma}{42}.$$

На границе двух режимов (устойчивого и неустойчивого) приближенно $\gamma_* = 0{,}096$ $\varphi_* = 0{,}06 - i\,0{,}14$, $\omega_* = 0{,}067$. Следовательно, имеются незатухающие колебания малых возмущений температуры и скорости горения.

Принятая в рассмотрение ширина зоны реакции определяется конкретной моделью горения. Интересно проследить, как меняется устойчивость при изменении ширины зоны реакции. Аналогичным способом можно получить критерий устойчивости для зоны реакций в a раз шире рассмотренной

$$\gamma_*(a) = \frac{2}{8 + \sqrt{(3a + 4)(3a + 20)}}.$$

Для бесконечно узкой зоны реакции $\gamma_* = 0{,}118$. Учет инерционности зоны реакции приводит к некоторому увеличению области устойчивости.

В заключение отметим, что метод малых возмущений практически не может предсказать дальнейшее поведение системы, выведенной из состояния равновесия. Результаты численного счета, проведенные при участии одного из авторов [9], показывают, что в области неустойчивости стационарного горения осуществляется пульсирующий режим горения, а приближенно определенная граница устойчивости $\gamma_* = 0{,}11$ хорошо согласуется с полученной выше.

Поступила в редакцию
19/XI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, **12**, 498.
2. M. R. Denison, E. Baum. ARS J., 1961, **31**, 8.
3. Л. Г. Истратов, В. Б. Либрович. ПМТФ, 1964, 5, 38.

4. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1965, 4, 157.
5. Б. В. Новожилов. Докл. АН СССР, 1961, **141**, 151.
6. Э. И. Максимов, А. Г. Мержанов, В. М. Шкиро. ФГВ, 1965, **1**, 4, 24.
7. R. Klein, M. Menster a. o. J. Phys. Coll. Chem., 1950, **54**, 6.
8. Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1966, 2, 3, 36.
9. К. Г. Шкадинский, Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1971, **7**, 1.

УДК 621.316.9

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ И КОНСТРУКЦИИ ВЗРЫВОНЕПРОНИЦАЕМЫХ ОБОЛОЧЕК ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ НА МАКСИМАЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ ВЗРЫВА

Л. Б. Резник, Н. А. Бойков, П. С. Звездин
(Донецк)

Отечественные и зарубежные правила изготовления взрывозащищенного электрооборудования предписывают испытание оболочек статистическим или динамическим давлением, равным 1,5-кратному давлению взрыва смеси, представительной для данной категории веществ. Выбор испытательного давления производится в соответствии с требованиями [1] в зависимости от свободного объема оболочки. Однако величина давления взрыва определяется не только объемом, но и формой оболочки.

Целью настоящей работы является оценка влияния формы и объема оболочки на величину максимального давления, развиваемого в ней при взрыве различных газовых смесей. В опытах был использован ряд взрывонепроницаемых оболочек электроаппаратов объемом от 0,15 до 5,0 *л*, и экспериментальные цилиндрические и сферические оболочки объемом от 0,5 до 8,0 *л*. Для измерения давления использовались пьезокварцевые датчики типа ПД-1-100 в комплекте с усилителем УНЧ-10У или 2780-S и магнитоэлектрическим осциллографом [2].

В процессе исследований было замечено, что амплитудные значения давлений взрыва в оболочке с сильно развитой внутренней поверхностью значительно ниже, чем в оболочках сферической (или близкой к сферической) формы при том же объеме. Эта разница тем больше, чем меньше объем исследуемых оболочек, и становится заметной при объемах менее восьми миллилитров.

Уменьшение объема оболочек приводит к снижению давления взрыва в связи с уменьшением отношения объема V оболочки к площади S внутренней поверхности. Фактор формы $F = \frac{V}{S}$ влияет на величину давления взрыва $P_в$:

$$p_в = p_{max} \cdot f(F),$$

где p_{max} — максимальное давление взрыва в оболочке большого объема (более 10 *л*).

Аналогичный вывод о пропорциональности давления взрыва функции фактора формы делают и другие авторы [3].

Для оболочки сферической формы $\frac{V}{S} = \frac{r}{3}$ или $r = \frac{3V}{S}$, т. е. отношение $r = \frac{3V}{S}$ дает радиус такой сферы, давление взрыва в которой равно давлению взрыва в оболочке произвольной формы объемом V и площадью внутренней поверхности S.

Объем V **такой** сферы (эквивалентной данной оболочке по величине развиваемого взрывного давления) равен:

$$V_э = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3V}{S}\right)^3.$$

Используя $V_э$ можно оценить величины давлений, развивающихся в оболочках различного объема и конфигурации при взрывах разных горючих смесей.

Анализ зависимостей $p_в = f(p_{max}, V_э)$ показал, что значение $p_в$ может быть определено исходя из известного давления взрыва p_{max} и константы смеси V_0, которая характеризует влияние изменения объема на величину взрывного давления. Давление p_{max} при объемах более 10 *л* мало зависит от объема оболочки [4, 5]. Давление взрыва в объеме сферы V_0 равно:

$$p_b = \frac{p_{max}}{\sqrt[3]{2}}.$$