Физика горения и взрыва

4

1968 г.

УДК 662.30+536.46

ТЕОРИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ГОМОГЕННЫХ ПОРОХОВ[1]

Б. В. Новожилов

(Москва)

ВВЕДЕНИЕ

Во многих практически важных случаях горение пороха не является стационарным, т. е. скорость горения, а следовательно, и распределение температур в конденсированной и газовой фазах зависит от времени. В качестве примеров укажем на воспламенение пороха, горение пороха при изменяющемся давлении, режим вибрационного горения, потухание пороха при резком уменьшении давления и т. п. Скорость горения в таких процессах зависит не только от давления и начальной температуры, как это имеет место в стационарном режиме, а определяется всей историей процесса.

Создание теории нестационарных явлений осложняется тем, что в настоящее время отсутствует последовательная теория стационарного режима горения пороха, описывающая экспериментально наблюдаемые факты. Однако феноменологическая теория достаточно медленных нестационарных процессов может быть построена и в отсутствие детальной картины стационарного процесса.

Я. Б. Зельдовичем [1] было показано, что если пренебречь инерционностью газовой фазы по сравнению с инерционностью теплового слоя конденсированного вещества, то при процессах, идущих медленнее, чем релаксация газовой фазы, состояние последней в каждый момент времени находится в соответствии с распределением тепла в конденсированной фазе. Это позволяет свести задачу к рассмотрению сравнительно медленного изменения профиля температуры в порохе.

Большим достоинством этой теории является то, что для рассмотрения нестационарного горения не нужна теория стационарного режима. В теорию входит лишь зависимость скорости горения u от начальной температуры T_0 и давления p: $u(T_0, p)$. А эта зависимость может быть введена в теорию и из эксперимента. На это обстоятельство особенно отчетливо указано в [2].

В [1, 2] пренебрегалось химической реакцией в конденсированной фазе и связанным с ней изменением температуры поверхности горящего пороха T_1. Экспериментальные данные [3—5] показывают, что температура поверхности баллиститного пороха является функцией на-

---

[1] Доклад на тематической дискуссии «Неустойчивое и нестационарное горение конденсированных систем».

чальной температуры и давления $T_1(T_0, p)$. Пренебрежение этим эффектом в теории нестационарного горения с постоянной температурой поверхности [1, 2] привело к несоответствию ее выводов с результатами эксперимента.

Нестационарная теория с переменной температурой поверхности была сформулирована в [6], причем оказалось, что температура поверхности в нестационарном режиме, так же как и скорость горения, определяется мгновенными значениями давления и градиента температуры на поверхности (со стороны конденсированной фазы) f : $u(f, p)$, $T_1(f, p)$. Эти нестационарные зависимости могут быть пересчитаны из стационарных связей $u(T_0, p)$ и $T_1(T_0, p)$, найденных экспериментально. Таким образом, и в этом случае для рассмотрения нестационарных явлений нет необходимости предварительно решать трудную задачу о нахождении теоретических зависимостей $u(T_0, p)$ и $T_1(T_0, p)$.

Отметим, что в ряде работ советских ученых (например, [7, 8]) и во всех зарубежных работах (например, [9]) осуществляется иной подход к теории нестационарного горения. Предварительно строится модель стационарного процесса, включающая в себя различного рода предположения о механизме химических реакций в конденсированной и газовой фазах, о характере процессов переноса и величинах тепловыделения в различных зонах горения. В результате выводы такого рода теории оказываются справедливыми только для рассмотренной авторами модели, которая лишь грубо отвечает реальным процессам, происходящим при горении пороха. Естественно, что в такие теории входит значительное количество параметров (например, энергии активации и величины тепловыделений химических реакций, коэффициенты переноса, теплоемкости газа и пороха и т. п.), которые в большинстве своем неизвестны. Это также затрудняет сравнение теории с экспериментом.

Теория [6], основанная на использовании экспериментальных зависимостей $u(T_0, p)$ и $T_1(T_0, p)$, лишена этого недостатка. Ее выводы относятся к реальным системам, поскольку указанные зависимости берутся из экспериментов именно с такими системами. Кроме того, можно показать, что все результаты, полученные для любой конкретной модели, следуют как частные случаи из общей теории [6], оперирующей с известными зависимостями $u(T_0, p)$ и $T_1(T_0, p)$. Для этого достаточно найти указанные зависимости в рассматриваемой частной модели.

ОБОСНОВАНИЕ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ

Как уже указывалось, в основе излагаемой теории лежит предположение о том, что процессы разложения твердой фазы и горения в газовой фазе идут гораздо быстрее, чем прогрев конденсированной фазы. Это утверждение можно обосновать простыми оценками.

Характерное время прогрева конденсированной фазы равно $t_1 = \varkappa/u^2$, где $\varkappa \sim 10^{-3}$ *см²/сек* — температуропроводность пороха. Оно меняется от 0,5 до 10 *мсек* при изменении давления от 1 до 100 *атм*.

Характерное время разложения конденсированной фазы $t_2 \sim t_1 \Delta T / T_1 - T_0$, где ΔT — интервал температуры, в котором реакция идет с заметной скоростью. При достаточно сильной зависимости скорости реакции от температуры $\Delta T \ll T_1 - T_0$ и, следовательно $t_2 \ll t_1$.

Наконец, время перестройки газовой фазы t_3 можно оценить из соотношения $t_3 \sim l/\bar{v}$, где l — расстояние пламени от поверхности, $\bar{v}$ — средняя скорость газа. Под пламенем нужно понимать, конечно, лишь ту зону горения, которая влияет на процесс разложения конденсированной фазы. Известно [10], что третья зона тепловыделения непосредственно на скорость горения не влияет — в ней происходит догорание газа в индукционном режиме [11, 12]. И l и v уменьшаются с ростом давления, поэтому t_3 практически от давления не зависит и составляет $10^{-4}-10^{-5}$ *сек*, т. е. при давлениях, меньших 100—150 *атм*, $t_3 \ll t_1$.

Таким образом, если характерное время нестационарного процесса $t_н \gg t_2$, $t_н \gg t_3$, то все зоны за исключением прогретого слоя конденсированной фазы могут считаться безынерционными, причем зону химической реакции в твердой фазе нужно считать бесконечно тонкой и имеющей температуру T_1, которая в дальнейшем и будет именоваться температурой поверхности.

В рассматриваемом приближении можно утверждать, что массовая скорость разложения твердой фазы m_1 и величина тепловыделения этой реакции q_1 зависят только от температуры T_1, давления, теплоподвода из газовой фазы, характеризуемого градиентом температуры со стороны газа f_1, и теплоотдачи в твердую фазу, которая определяется величиной градиента температуры в твердой фазе f:

$$m_1=m_1(T_1, p, f, f_1, q_1); \tag{1}$$

$$q_1=q_1(T_1, p, f, f_1). \tag{2}$$

На границе ($x=0$) твердой и газовой фаз (порох занимает полупространство $x<0$) выполняется закон сохранения энергии

$$\lambda f=\lambda_1 f_1+m_1 q_1, \tag{3}$$

где λ и λ_1 — коэффициенты теплопроводности твердой и газовой фаз.

Состояние газовой фазы (в это понятие включается и величина тепловыделения в ней q_2 и массовая скорость горения m_2) зависит от давления и условий на границе ($x=0$), т. е. от значений T_1 и f_1:

$$m_2=m_2(T_1, f_1, q_2, p), \tag{4}$$

$$q_2=q_2(T_1, f_1, p). \tag{5}$$

Условие безынерционности означает

$$m_1=m_2. \tag{6}$$

Таким образом, имеем шесть уравнений для семи неизвестных: f, f_1, T_1, q_1, q_2, m_1 и m_2 (давление считается заданной функцией времени). Поэтому можно выразить любую величину в функции давления и градиента температуры при $x=0$ со стороны конденсированной фазы. Удобнее всего использовать связи

$$m=m(f, p), \quad T_1=T_1(f, p). \tag{7}$$

Предыдущие рассуждения относились к произвольному режиму горения — стационарному или нестационарному. Поэтому связи (7) универсальны, если найти их в стационарном режиме, то они будут справедливы и для любого нестационарного режима. Но в стационарном случае их легко найти из экспериментально полученных зависимостей $u(T_0, p)$ и $T_1(T_0, p)$ путем исключения из них начальной температуры T_0 при помощи стационарного соотношения

$$\varkappa f=u(T_1-T_0), \tag{8}$$

которое следует из михельсоновского распределения температур.

Таким образом, задача нахождения нестационарной скорости горения сводится к учету тепловой инерционности конденсированной фазы уравнением теплопроводности [6]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \varkappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - u \frac{\partial T}{\partial x} \tag{9}$$

с граничными условиями

$$T|_{x=-\infty} = T_0, \quad T|_{x=0} = T_1 \tag{10}$$

при заданных связях скорости горения и температуры поверхности с давлением и градиентом температуры на поверхности

$$u = u(f, p), \quad T_1 = T_1(f, p). \tag{11}$$

При этом, конечно, должно быть задано начальное состояние и давление как функция времени

$$T|_{t=0} = \Phi(x), \qquad p = p(t) \tag{12}$$

или уравнение, описывающее изменение давления во времени.

УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ

Вопрос об устойчивости стационарного режима горения пороха может быть решен только с позиций нестационарной теории, так как речь идет о прослеживании судьбы малых возмущений температурного профиля в порохе во времени.

Впервые вопрос об устойчивости рассматривался в модели с постоянной температурой поверхности [1, 2]. В этой модели режим горения при постоянном давлении устойчив при условии

$$k < 1, \qquad k = (T_1 - T_0)\left(\frac{\partial \ln u}{\partial T_0}\right)_p,$$

что находится в противоречии с экспериментом [4, 13, 14]. На опыте наблюдались устойчивые стационарные режимы горения с параметром k вплоть до 3—4. Для частных моделей пороха с переменной температурой поверхности критерии устойчивости были получены в [7—9].

Теория [6], сформулированная в предыдущем параграфе, дает критерий устойчивости, связывающий два параметра k и $r = (\partial T_1/\partial T_0)_p$. Режим устойчив всегда при $k<1$, а при $k>1$ только тогда, когда

$$r \geqslant \frac{(k-1)^2}{k+1}. \tag{13}$$

В (13) как частные случаи содержатся результаты [7—9]. Этот критерий получен в линейном приближении, причем малые возмущения меняются во времени по закону $\exp \Omega t$. В устойчивом режиме возмущения должны со временем уменьшаться ($\mathrm{Re}\,\Omega<0$). Иной метод вывода критерия устойчивости применен в [9, 15].

Сравнение критерия (13) с экспериментальными данными проведено в [4]. Опытные данные с точностью до ошибок измерений подтверждают неравенство (13).

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ ГОРЕНИЯ

Учет переменности температуры поверхности приводит не только к существенному увеличению области устойчивого горения, но и к появлению качественно нового эффекта — колебательным режимам горения. На возможность их возникновения было впервые указано в [7, 9]. В [6, 16] показано, что в области $k>1$ порох представляет собой колебательную систему — скорость горения и температура во всех точках конденсированной фазы при приближении к стационарному режиму колеблются около равновесных значений с определенной частотой. Таким образом, временная зависимость любой величины в линейном приближении асимптотически ($\tau \to \infty$) имеет вид $e^{-\lambda\tau} \sin \sqrt{\gamma_0^2 - \lambda^2}\, \tau$, где $\tau = \frac{u^2 t}{\varkappa}$ — безразмерное время, а γ_0 и λ — собственная частота и декремент затухания колебаний:

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{k}}{r}, \qquad \lambda = \frac{r(k+1) - (k-1)^2}{2r^2}. \tag{14}$$

Математически колебательный процесс описывается не обычным дифференциальным уравнением второго порядка, как это имеет место при колебаниях электрических и механических систем, а дифференциальным уравнением в частных производных (уравнение теплопроводности), причем еще заданы связи между скоростью горения и температурой поверхности, с одной стороны, и градиентом температуры и давлением — с другой. Зависимость скорости горения от времени в общем случае уже не имеет простого вида затухающей экспоненты. Вид функции $u(t)$ определяется начальным условием (речь идет о горении при постоянном давлении), однако асимптотически скорость горения всегда содержит осциллирующую составляющую.

Колебательные режимы горения в линейном приближении возможны только при $k>1$. При $k<1$ релаксация распределения температур и скорости горения к стационарным значениям происходит «вязким» образом, т. е. без прохождения стационарного режима.

Наличие собственной частоты колебаний скорости горения пороха было экспериментально установлено в [17], причем оказалось, что частота имеет порядок $u^2/\varkappa$ и увеличивается пропорционально давлению, как и следует из теории, так как $u^2 \sim p^{2\nu}$, а ν для пороха, использованного в цитируемой работе, было равно половине.

По аналогии с обычными электрическими и механическими колебаниями колебания скорости горения, происходящие при постоянном давлении, можно назвать свободными. При меняющемся во времени давлении последнее играет роль вынуждающей силы; колебания скорости горения в этих условиях назовем вынужденными.

Наибольший интерес представляют вынужденные колебания скорости горения под действием гармонически меняющегося давления. При применении порохов в качестве топлива в ракетных двигателях часто возникает вибрационное горение — давление в камере и скорость горения колеблются во времени. Задачи подавления таких колебаний и определения условий их возникновения являются в достаточной мере актуальными.

В случае малых амплитуд может быть применено линейное приближение. В [16] найдена амплитуда скорости горения u_1 в зависимости от частоты ω и амплитуды давления h:

$$\frac{u_1}{h} = \frac{u_0}{p_0} F(k, r, \nu, \mu, \omega), \tag{15}$$

где μ и ν — параметры, характеризующие зависимость температуры поверхности и скорости горения от начальной температуры в стационарном режиме:

$$\mu = \frac{1}{T_1 - T_0}\left(\frac{\partial T_1}{\partial \ln p}\right)_{T_0}, \qquad \nu = \left(\frac{\partial \ln u}{\partial \ln p}\right)_{T_0}, \tag{16}$$

а u_0 и p_0 — средняя скорость горения и среднее значение давления в вибрационном режиме. Аналогичные расчеты для частной модели пороха проведены в [18].

Наличие у пороха собственной частоты приводит к резонансной зависимости между u_1 и ω. Если $\varepsilon = \omega - \gamma_0 \ll \gamma_0$ и $\lambda \ll \gamma_0$, то

$$\frac{u_1}{h} = \frac{u_0}{p_0}\,\frac{f(k, r, \mu, \nu)}{\sqrt{\varepsilon^2 + \lambda^2}}.$$

Как и обычно, при переходе через резонанс (при изменении ε от $-\lambda$ до λ) фаза меняется на $\pi/2$.

АКУСТИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ПОВЕРХНОСТИ ГОРЯЩЕГО ПОРОХА

Одним из важных вопросов теории нестационарных процессов является вопрос о возможности усиления волн давления при падении их на поверхность горящего топлива. Этой проблеме посвящено большое количество как экспериментальных, так и теоретических работ (например, [18—22]). Во всех теоретических работах были использованы различного рода предположения о физико-химических процессах, происходящих при стационарном горении пороха. Покажем, как получить критерий усиления волн давления в общей модели.

Известно, что для усиления акустических волн некоторой поверхностью необходимо, чтобы ее акустическая проводимость удовлетворяла условию

$$\operatorname{Re}\zeta < 0, \qquad \zeta = -\rho c\frac{v_1}{h},$$

где ρ и c — плотность газа и скорость звука в нем, а v_1 и h — амплитуды (комплексные) скорости газа и давления на поверхности. Величину акустической проводимости можно получить из (15); для этого необходимо выразить амплитуду скорости газа v_1 через амплитуду линейной скорости горения пороха u_1. Считая газ идеальным, имеем

$$\frac{pv}{mT_2} = \text{const}, \qquad \frac{v_1}{h} = -\frac{v_0}{p_0}\left[1 - \frac{p_0}{u_0}\frac{u_1}{h} - \frac{p_0}{T_2}\frac{\delta T_2}{h}\right].$$

Амплитуду температуры горения δT_2 находим из соотношений

$$u_1 = \left(\frac{\partial u}{\partial T_2}\right)_p \delta T_2 + \left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_{T_2} h, \qquad \left(\frac{\partial u}{\partial T_2}\right)_p = \left(\frac{\partial u}{\partial T_0}\right)_p \frac{dT_0}{dT_2} = \frac{k c_1 u_0}{(T_1 - T_0)c},$$

где c и c_1 — теплоемкости пороха и газа соответственно.

Отсюда акустическая проводимость

$$\zeta = \gamma\frac{v_0}{c}\left[1 + \frac{\nu\Delta}{h} - \left(1 + \frac{\Delta}{k}\right)F(k, r, \nu, \mu, \omega)\right], \qquad \Delta = \frac{c(T_1 - T_0)}{c_1 T_2}, \tag{17}$$

причем γ — постоянная адиабаты. Для усиления волн давления необходимо условие

$$\operatorname{Re} F > \left(1 + \frac{\nu\Delta}{k}\right)\Big/\left(1 + \frac{\Delta}{k}\right). \tag{18}$$

Очевидно, что вблизи резонанса, где $|F|$ может намного превышать единицу, а сдвиг фаз сильно меняется, это условие может быть выполнено. Конкретные расчеты, проведенные для различных моделей пороха [18, 22], дают области усиления звуковых волн, качественно согласующиеся с экспериментальными данными (например, [19]). Зависимость вещественной части акустической проводимости от частоты колебаний давления в камере представляется кривой, имеющей максимум на частоте порядка $u^2/\varkappa$. Частота, на которой достигается максимум, при повышении давления увеличивается в соответствии с теорией.

УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

Своеобразная неустойчивость режима возникает при горении пороха в ракетной камере, т. е. в полузамкнутом объеме. Причины, приводящие к неустойчивости горения, зависят не только от характеристик топлива, но и от параметров камеры сгорания. Экспериментально известно, что неустойчивое горение возникает при низких давлениях и малых объемах камеры [24]. Неустойчивое горение в этих условиях обычно называют аномальным. В иностранной литературе обычно говорится об L-неустойчивости горения, чем подчеркивается роль длины камеры при переходе от устойчивого к неустойчивому горению.

Задача об устойчивости горения в полузамкнутом объеме была поставлена и решена для модели с постоянной температурой поверхности впервые в [23]. В [25] это рассмотрение обобщено на общий случай горения пороха, температура поверхности которого переменна. Изменение температуры поверхности и скорости горения от начальной температуры и давления попрежнему характеризуется параметрами k, r, μ и ν.

Для описания зависимости давления в камере от времени в [23, 25], так же как и в большинстве других работ, посвященных анализу этого явления, используется уравнение

$$\frac{dp}{dt} = \frac{F}{V}\,(\rho u S - A p \sigma), \tag{19}$$

где F — сила пороха; V — свободный объем камеры; S — поверхность горения; A — коэффициент истечения газов из сопла, сечение которого σ.

В результате решения задачи в линейном приближении получена связь между характерными временами истечения газа из камеры и прогретого слоя конденсированной фазы $t_к V = /A\sigma F$ и $t_1 = \varkappa/u^2$ и параметрами пороха

$$\frac{t_к}{t_1} = \varkappa\,(k,\ r,\ \mu,\ \nu),$$

которая дает границу устойчивых режимов горения пороха в полузамкнутом объеме. При данных параметрах пороха переход от устойчивого режима горения к неустойчивому происходит при уменьшении $t_к/t_1$ до некоторого критического значения. Это отношение уменьшается с уменьшением объема и давления, что находится в соответствии с экспериментом.

В неустойчивом режиме горение либо пульсирующее, либо наступает режим «чихания» [17, 24], сопровождающийся многократным потуханием и воспламенением пороха. Очевидно, граница между этими режимами, так же как амплитуда и частота пульсаций, должна находиться из нелинейной теории.

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ

Уравнение теплопроводности (9) содержит в себе нелинейный член — произведение скорости горения и градиента температуры; кроме того, нестационарные связи (11) в общем случае также нелинейны. Порох как нелинейная колебательная система обладает рядом интересных свойств [34]. При учете нелинейных членов, т. е. при больших амплитудах колебаний скорости горения и давления, возникают высшие гармоники и отличная от нуля поправка к средней скорости горения, резонансная частота и декремент затухания колебаний начинают зависеть от амплитуды колебаний, возникают дополнительные резонансы на частотах, отличных от собственной частоты пороха, и т. п.

В [31, 32] для двух моделей пороха была рассчитана во втором приближении по амплитуде давления средняя скорость горения при гармонически меняющемся давлении. Поправка к стационарной скорости оказалась отрицательной в соответствии с экспериментальными данными (например, [33]).

В [34] исследуется установившийся процесс вынужденных нелинейных колебаний скорости горения пороха под действием гармонически меняющегося во времени давления. При решении удерживаются поправки к линейному приближению вплоть до третьего порядка по амплитуде давления. Это соответствует учету первой, нулевой и второй гармоник скорости горения и температуры. Из уравнения теплопроводности и нестационарных законов горения получается девять алгебраических уравнений для постоянных составляющих и амплитуд первой и второй гармоник скорости горения, температуры и градиента температуры на поверхности. Как и в обычных нелинейных колебаниях электрических и механических систем, поправка к амплитуде первой гармоники третьего порядка по амплитуде давления, а вторая гармоника и поправка к постоянной составляющей порядка квадрата амплитуды. Из этих уравнений может быть получена зависимость скорости горения пороха от времени при гармонически меняющемся давлении с точностью до членов третьего порядка по амплитуде давления.

Подробно рассмотрен случай нелинейного резонанса, когда частота вынуждающей силы близка к собственной частоте системы, а декремент затухания мал. Уравнение резонансной кривой, т. е. связь между амплитудой скорости горения u_1, частотой ε и амплитудой давления h, имеет вид

$$u_1 \sim h \Big/ \sqrt{(\varepsilon + \alpha_1 u_1^2)^2 + (\lambda + \alpha_2 u_1^2)^2}\,,$$

где коэффициенты α_1 и α_2 определяются производными от функций $u(f, p)$ и $T_1(f, p)$ вплоть до третьего порядка.

В зависимости от знака и величины коэффициентов α_1 и α_2 получаются резонансные кривые различного вида. В частности, при $\alpha_2 < 0$ возможны нелинейные колебания и в отсутствие возмущающей силы (при постоянном давлении). Амплитуда и частота таких колебаний определяются соотношениями

$$u_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{|\alpha_2|}}, \qquad \varepsilon = -\lambda \frac{\alpha_1}{|\alpha_2|}.$$

Экспериментальные данные по нелинейным колебательным режимам горения весьма скудны.

ПЕРЕХОДНЫЕ РЕЖИМЫ ГОРЕНИЯ

Большой интерес представляют нестационарные переходные режимы горения, например переход от одного стационарного режима горения к другому, соответствующему новому значению давления. Почти все теоретические работы, относящиеся к этому разделу нестационарной теории, посвящены исследованию модели с постоянной температурой поверхности [2, 35, 36, 38, 39]. В работе [40] проанализирована общая модель с переменной температурой.

Аналитическое решение задачи о горении пороха при изменяющемся давлении возможно только для малых изменений давления, т. е. в линейном приближении [2, 40].

При медленном (квазистационарном) изменении давления отступление скорости от стационарной пропорционально производной давления по времени.

При резком изменении давления в модели с постоянной температурой поверхности [1, 2] в начальные моменты времени градиент температуры на поверхности пороха меняется мало (в предельном случае бесконечно быстрого изменения он остается постоянным). В модели с переменной температурой [40] при внезапном изменении давления в первый момент температура на поверхности пороха остается постоянной, а градиент и скорость горения скачкообразно меняют свои значения.

При резком подъеме давления в модели с постоянной температурой поверхности скорость горения в начальный момент скачкообразно достигает значения, превышающего стационарное значение скорости при конечном давлении. Затем начинается монотонное приближение к стационарному режиму. В модели с переменной температурой поверхности скорость горения после подъема давления меньше стационарного значения, и приближение к нему происходит колебательным образом, причем в максимуме скорость может значительно превышать ее конечное значение.

Если изменение давления велико, то линейное приближение уже не может быть использовано. Решение нелинейного уравнения теплопроводности в ряде работ [36, 38, 39] было проведено приближенным методом интегральных соотношений. Суть его состоит в замене дифференциального уравнения интегральным (по координате) законом сохранения энергии. Температурный же профиль внутри конденсированной фазы задается в приближенной форме, качественно правильно передающей характер изменения температуры и зависящей от времени через некоторый параметр. Для последнего получается обыкновенное дифференциальное уравнение. Методом интегральных соотношений найдена нестационарная скорость горения при давлении, экспоненциально зависящем от времени (причем рассмотрен частный случай внезапного изменения давления) [36], исследовано поведение пороха под действием импульса давления [38], рассмотрена задача о горении тонких пластин пороха [39].

Можно ожидать, что метод интегральных соотношений будет полезным и при рассмотрении более сложных задач теории нестационарного горения, в частности для моделей с переменной температурой поверхности.

Экспериментально переходные процессы при горении пороха в ракетной камере были исследованы в [37], где измерялось давление в течение переходного процесса, вызванного внезапным изменением сечения сопла.

ПОТУХАНИЕ ПОРОХА

Одной из важных проблем теории нестационарного горения является вопрос о потухании пороха при достаточно резком и глубоком спаде давления. В модели с постоянной температурой поверхности [1, 2] потухание пороха связывается с двумя фактами. Во-первых, градиент температуры у поверхности пороха тем больше, чем выше давление. Во-вторых, при любом значении давления имеется максимально возможная величина градиента. Поэтому если после сброса давления градиент превышает его максимально возможное значение при конечном давлении, то горение невозможно и порох потухает. При помощи метода интегральных соотношений в [36] исследовано явление потухания пороха в случае экспоненциального и внезапного уменьшения давления. Результаты представлены в виде «кривых потухания», т. е. зависимостей между глубиной спада давления и скоростью его сброса, при которых прекращается горение пороха. Очевидно, что увеличение глубины сброса уменьшает необходимую для потухания скорость изменения давления. В [38] аналогичным методом рассмотрено потухание пороха под действием импульса давления.

В [40] выясняются причины потухания пороха при уменьшении давления в модели с переменной температурой поверхности. Как показывают эксперименты, зависимость скорости горения от градиента на поверхности, играющая решающую роль при исследовании нестационарных процессов, существенно отличается от таковой, принятой в модели с постоянной температурой поверхности. А именно: в этой зависимости отсутствует максимальное значение градиента, наличие которого необходимо для объяснения потухания в этой модели. В связи с этим в [40] высказывается предположение о том, что для правильного понимания явления потухания пороха нужно знать поведение нестационарных зависимостей скорости горения и температуры поверхности при достаточно низких температурах поверхности. Очевидно, горение пороха может происходить, если температура поверхности превышает некоторое минимальное значение. Поэтому следует ожидать, что нестационарные зависимости скорости горения и температуры поверхности от градиента при заданном значении давления будут оканчиваться при некотором значении градиента, соответствующем минимально возможной при горении температуре поверхности.

При сбросе давления перестройка температурного профиля в конденсированной фазе происходит таким образом, что в процессе нестационарного горения порох проходит состояние конечного стационарного режима. После этого скорость горения продолжает уменьшаться, так как профиль температуры внутри пороха отличается от стационарного. Если спад давления был достаточно резким и глубоким, то в процессе горения порох может достичь точки окончания нестационарных зависимостей — температура поверхности окажется достаточно низкой и порох потухнет.

Отметим, что обе модели — с постоянной и переменной температурой поверхности — дают качественно одинаковые зависимости между минимальной глубиной спада и скоростью изменения давления, необходимых для потухания. Но, как указывалось выше, модель с постоянной температурой поверхности приводит к неустойчивости стационарного режима горения пороха в области $k>1$. Так как для реальных систем этот параметр в обычных условиях всегда больше единицы, то потухание пороха можно объяснить только в модели с переменной температурой поверхности. Экспериментальные «кривые потухания», полученные в [45], находятся в качественном согласии с теорией. Из работ зарубежных исследователей, проведенных в этом направлении, можно указать эксперименты [42—44] и небольшую полукачественную теоретическую заметку [41].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение результатов теории, изложенной выше, с данными экспериментов показывает, что качественное согласие между теорией и экспериментом имеется. Так, учет переменности температуры поверхности устраняет основную трудность теории с постоянной температурой — неустойчивость стационарных режимов горения пороха при обычных на практике условиях ($k>1$) — и тем самым приводит к возможности рассмотрения нестационарных явлений при горении реальных систем. Получают свое объяснение и такие экспериментальные факты, как устойчивость горения в камере и наличие собственной частоты колебаний скорости горения пороха. Порядок частоты и ее зависимость от давления согласуются с опытом. Теория находится в качественном соответствии с экспериментальными данными по нестационарной скорости горения при переменном давлении и по потуханию пороха. Отметим, что имеется ряд задач, которые еще должны быть рассмотрены с точки зрения изложенной теории. В качестве примера укажем на динамический режим раздувания (эрозионного горения), т. е. на горение пороха в условиях наличия над его поверхностью потока газа с переменной скоростью.

Дальнейшее развитие теории и ее количественное сопоставление с опытом должно основываться на стационарных зависимостях скорости горения и температуры поверхности от начальной температуры и давления. Получение этих зависимостей представляет первоочередную задачу эксперимента и теории стационарного горения.

В заключение отметим, что в настоящее время ясны пути уточнения теории. Во-первых, необходимо провести учет инерционности реакционного слоя конденсированной фазы. Во-вторых, теория может быть уточнена учетом переменности температуропроводности пороха, которая растет с температурой. Этот эффект, как показывают расчеты [46, 47], увеличивает области устойчивого горения пороха при постоянном давлении и возможных колебательных режимах горения.

Поступила в редакцию
15/VII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 11—12.
2. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1964, 3.
3. А. А. Зенин. ФГВ, 1966, 3.
4. А. А. Зенин, О. И. Лейпунский и др. Докл. АН СССР, 1966, **169**, 3.
5. А. А. Зенин, О. И. Нефедова. ФГВ, 1967, 1.
6. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1965, 4.
7. А. Г. Истратов, В. Б. Либрович. ПМТФ, 1964, 5.
8. С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев. ПМТФ, 1965, 1.
9. M. R. Denison, E. Baum. ARS J., 1961, 8. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика, 1961, 8).
10. А. Г. Мержанов, А. К. Филоненко. Изв. АН СССР, ОХН, 1963, 3.
11. Р. М. Зайдель, Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1962, 4.

12. А. Г. Мержанов, А. К. Филоненко. Докл. АН СССР, 1963, **152**, 1.
13. А. И. Коротков, О. И. Лейпунский. Сб. «Физика взрыва», 1953, 2.
14. П. Ф. Похил, О. И. Нефедова, А. Д. Марголин. Докл. АН СССР, 1962, **145**, 4.
15. С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев. ПМТФ, 1966, 3.
16. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1965, 6.
17. J. L. Eisel, M. D. Horton, E. W. Price, D. W. Rice. AIAA, J., 1964, 7. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1964, 7).
18. I. C. Friendly, E. E. Petersen. AIAA J., 1966, 9. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1966, 9).
19. M. D. Horton, E. W. Price. Ninth Symposium (International) on Combustion, 1963, 303.
20. R. W. Hart, F. T. McClure. Tenth Symposium (International) on Combustion, 1965, 1047.
21. E. W. Price. Tenth Symposium (International) on Combustion, 1965, 1067.
22. С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев. ПМТФ, 1966, 2.
23. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1963, 1.
24. О. И. Лейпунский. Докт. дисс., Институт химической физики АН СССР. Москва, 1945.
25. Б. В. Новожилов. ФГВ, 1967, 1.
26. M. W. Beckstead, N. W. Rayn, A. D. Bear. AIAA J., 1966, 9. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1966, 9).
27. R. L. Coates, N. S. Cohen, L. R. Harvill. AIAA J., 1967, 6. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1967, 6).
28. R. Sehgal, L. D. Strand. AIAA J., 1964, 4. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1964, 4).
29. С. Д. Гришин, И. И. Подтынков. ФГВ, 1967, 1.
30. С. Д. Гришин, И. И. Подтынков. ФГВ, 1967, 2.
31. Б. В. Новожилов. ФГВ, 1965, 3.
32. J. C. Friendly, E. E. Petersen. AIAA J., 1966, 11. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1966, 11).
33. J. E. Crump, E. W. Price. AIAA J., 1964, 7. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1964, 7).
34. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1966, 5.
35. Б. В. Новожилов, ПМТФ, 1962, 5.
36. А. Г. Истратов, В. Б. Либрович, Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1964, 3.
37. О. И. Лейпунский, В. И. Колесников-Свинарев, В. Н. Маршаков. Докл. АН СССР, 1964, **154**, 4.
38. Ю. А. Гостинцев, А. Д. Марголин. Научно-технические проблемы горения и взрыва, 1965, 2.
39. Ю. А. Гостинцев, А. Д. Марголин. ПМТФ, 1964, 5.
40. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1967, 1.
41. Von Elbe G. Tenth Symposium (International) on Combustion, 1965, p. 1065.
42. C. C. Ciepluch. ARS J., 1961, 11. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1961, 11).
43. E. A. Fletcher, G. W. Bunde. AIAA J., 1966, 1. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1966, 1).
44. E. A. Fletcher, T. Hiroki. AIAA J., 1966, 12. (Русский пер. «Ракетная техника и космонавтика», 1966, 12).
45. В. Н. Маршаков, О. И. Лейпунский. ФГВ, 1967, 2.
46. M. Imber. AIAA J., 1966, 9.
47. Б. В. Новожилов. Матер. VII межвузовской конф. по вопросам испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем. Одесса, 1967.