УДК 517.958:532

ОЦЕНКА ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ПЛАСТА ПО ДАННЫМ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН

П. Е. Морозов, Р. В. Садовников, М. Х. Хайруллин, М. Н. Шамсиев

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, 420111 Казань
E-mail: khairullin@mail.knc.ru

На основе методов регуляризации построены вычислительные алгоритмы для интерпретации результатов гидродинамических исследований горизонтальных скважин, которые позволяют оценить анизотропию пласта, пластовое давление и получить зависимость проницаемости пласта от давления. В отличие от графоаналитических методов такой подход не требует идентификации режимов потоков.

Ключевые слова: обратная задача, регуляризация, горизонтальная скважина, пластовое давление, анизотропия, проницаемость.

Задачи определения фильтрационных параметров нефтегазоносного пласта по данным нестационарных гидродинамических исследований принадлежат к классу обратных задач подземной гидромеханики. Особенность этих задач состоит в том, что дополнительная информация зависит от возможностей промыслового эксперимента.

Существующие графоаналитические методы интерпретации кривых восстановления давления, полученных в экспериментах на горизонтальных скважинах, основаны на замене притока флюида к стволу горизонтальной скважины последовательностью плоских потоков [1].

В данной работе приток флюида к стволу горизонтальной скважины моделируется численно, т. е. решается трехмерная задача фильтрации флюида к горизонтальной скважине. Для интерпретации результатов гидродинамических исследований горизонтальных скважин предлагаются вычислительные алгоритмы, построенные на основе методов регуляризации. В работе оцениваются проницаемость пласта в зависимости от давления (нелинейно-упругий режим фильтрации), проницаемость анизотропного пласта и значение пластового давления (упругий режим фильтрации). Приведены результаты расчетов.

1. Исследованию процессов фильтрации в нефтегазоносных пластах, проницаемость которых зависит от давления, посвящено большое количество работ. Это связано с изучением влияния режимов эксплуатации скважин на фильтрационные характеристики пласта [2].

Обратная задача состоит в определении параметра $s(p) = k(p)/\mu$, когда процесс фильтрации описывается уравнением

$$\beta^* \frac{\partial p}{\partial t} = \nabla(s(p)\nabla p), \qquad 0 < t \leqslant T, \quad (x, y, z) \in V \tag{1.1}$$

с начальным условием

$$p(x, y, z, 0) = p_0(x, y, z) \tag{1.2}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия отечественной науке.

и граничными условиями

$$(s(p)\nabla p, \boldsymbol{n})\big|_{\partial V_1} = 0; \tag{1.3}$$

$$p\big|_{\partial V_2} = p_{\text{г}}; \tag{1.4}$$

$$(s(p)\nabla p, \boldsymbol{n})\big|_S = q(x,y,z,t), \tag{1.5}$$

где s — коэффициент подвижности нефти; k — коэффициент проницаемости пласта; μ — динамическая вязкость флюида; β^* — упругоемкость пласта; p — давление; $p_{\text{г}}$ — пластовое давление; $q(x,y,z,t)$ — приток флюида, приходящийся на единицу поверхности ствола горизонтальной скважины; V — область фильтрации, ограниченная внешней поверхностью $\partial V = \partial V_1 \cup \partial V_2$; S — поверхность ствола горизонтальной скважины; $\boldsymbol{n}$ — единичный вектор нормали.

Экспериментальные зависимости коэффициента проницаемости от давления можно аппроксимировать монотонными и выпуклыми функциями [2]. Решение обратной задачи с учетом ограничений на искомую функцию (монотонность и выпуклость) будем искать из условия минимума функционала

$$\inf_{s\in D} J(s), \qquad J(s) = \int\limits_0^T (p_{\text{н}}(t) - p_{\text{в}}(t))^2\,dt, \tag{1.6}$$

где $p_{\text{н}}(t)$, $p_{\text{в}}(t)$ — наблюдаемые и вычисленные давления в скважине; T — время эксперимента; D — множество допустимых функций, удовлетворяющих условиям

$$0 < s_{\min} \leqslant s(p) \leqslant s_{\max}, \qquad s_p(p) \geqslant 0, \qquad s_{pp}(p) \geqslant 0, \qquad p \in [M_1, M_2], \tag{1.7}$$
$$M_1, M_2, s_{\min}, s_{\max} = \text{const} > 0.$$

Используя метод малых возмущений и условие стационарности функционала Лагранжа, можно получить выражение для градиента функционала

$$(\nabla J, \delta s) = -\int\limits_0^T \int\limits_V (\nabla\psi, \nabla p)\delta s\,dV\,dt.$$

Здесь $\psi(x,y,z,t)$ — решение сопряженной задачи

$$\begin{gathered} -\beta^*\frac{\partial\psi}{\partial t} = \nabla(s(p)\nabla\psi) - (\nabla p, s_p\nabla\psi), \qquad 0 \leqslant t < T, \qquad (x,y,z)\in V, \\ \psi(x,y,z,T) = 0, \qquad (s(p)\nabla\psi, \boldsymbol{n})\big|_{\partial V_1} = 0, \qquad \psi\big|_{\partial V_2} = 0; \end{gathered} \tag{1.8}$$

$$(s(p)\nabla\psi, \boldsymbol{n})\big|_S = q^*(x,y,z,t). \tag{1.9}$$

Задачи (1.1)–(1.5) и (1.8), (1.9) решаются численно методом конечных разностей. Величина $q^*(x,y,z,t)$ определяется из решения задачи (1.1)–(1.5). Для аппроксимации коэффициента $s(p)$ рассматривается множество сеточных функций $\tilde s = (s_0, \dots, s_l, \dots, s_{N_l})$, определенных в узлах сетки $\bar\omega_\sigma = \{p_l;\ M_1 = p_0 < p_1 < \dots < p_{N_l} = M_2,\ p_l - p_{l-1} = \sigma_l\}$ таких, что для $p^n_{ijk} \in [p_{l-1}, p_l)$

$$s(p^n_{ijk}) = s_{l-1} + \frac{p^n_{ijk} - p_{l-1}}{\sigma_l}(s_l - s_{l-1}), \qquad l = 1, \dots, N_l,$$

где $s_l = s(p_l)$; p^n_{ijk} — значение давления в ячейке (i,j,k) конечно-разностной сетки на n-м временном интервале.

Дискретным аналогом вариационной задачи (1.6) является следующая задача нелинейного программирования

$$\min_{\tilde{s}\in\tilde{D}} J(\tilde{s}), \qquad J(\tilde{s}) = \sum_{n=1}^{N_\tau} \tau_n (p_{\text{н}}^n - p_{\text{в}}^n)^2, \tag{1.10}$$

где τ_n — шаг временной сетки; $\tilde{D}$ — множество сеточных функций $\tilde{s} = (s_0, \ldots, s_l, \ldots, s_{N_l})$, удовлетворяющих ограничениям

$$\begin{gathered} 0 < s_{\min} \leqslant s_l \leqslant s_{\max}, \quad l = 0, \ldots, N_l, \qquad s_{l+1} \geqslant s_l, \quad l = 0, \ldots, N_l - 1, \\ \frac{s_{l+1} - s_l}{\sigma_{l+1}} \geqslant \frac{s_l - s_{l-1}}{\sigma_l}, \quad l = 1, \ldots, N_l - 1. \end{gathered} \tag{1.11}$$

Условия (1.11) представляют собой дискретные аналоги условий (1.7).

Для минимизации функционала (1.10) при ограничениях (1.11) используется метод проекции сопряженных градиентов [3, 4]. Вычисление градиента функционала на каждом шаге итерационного процесса включает решение краевых задач (1.1)–(1.5) и (1.8), (1.9).

2. Большинство нефтегазоносных пластов имеют слоистое строение, обусловленное особенностями процесса осадконакопления. В таких пластах фильтрационные свойства в плоскости слоев отличаются от свойств в направлении, перпендикулярном к слоям. Для оценки анизотропии пласта рассматривается следующая обратная задача: определить главные значения тензора коэффициентов проницаемости k_x, k_y, k_z и значение пластового давления $p_{\text{г}}$, когда процесс нестационарной фильтрации описывается дифференциальным уравнением

$$\mu\beta^* \frac{\partial p}{\partial t} = k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \qquad 0 < t \leqslant T, \quad (x, y, z) \in V$$

с начальным условием

$$p(x, y, z, 0) = p_0(x, y, z)$$

и граничными условиями

$$(\boldsymbol{w}, \boldsymbol{n})\big|_{\partial V_1} = 0, \qquad p\big|_{\partial V_2} = p_{\text{г}}, \qquad -(\boldsymbol{w}, \boldsymbol{n})\big|_S = q(x, y, z, t),$$

где $\boldsymbol{w}$ — вектор скорости фильтрации.

Решение обратной задачи сводится к минимизации следующего функционала

$$J(k_x, k_y, k_z, p_{\text{г}}) = \int_0^T (p_{\text{н}}(t) - p_{\text{в}}(t))^2 \, dt. \tag{2.1}$$

Итерационная последовательность для минимизации функционала (2.1) строится методом градиентного спуска [5, 6]. Градиенты функционала по соответствующим компонентам тензора коэффициентов проницаемости и пластовому давлению вычисляются по формулам

$$J'_{k_x} = -\int_0^T \int_V \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} \, dV \, dt, \quad J'_{k_y} = -\int_0^T \int_V \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \, dV \, dt, \quad J'_{k_z} = -\int_0^T \int_V \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} \, dV \, dt,$$

$$J'_{p_{\text{г}}} = -\int_0^T \int_{\partial V_2} \Big(\frac{k_x}{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial x} n_x + \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial y} n_y + \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial \psi}{\partial z} n_z \Big) \, d\sigma \, dt,$$

где функция $\psi(x, y, z, t)$ является решением соответствующей сопряженной задачи; n_x, n_y, n_z — направляющие косинусы нормали к поверхности ∂V_2.

3. В расчетах область фильтрации V задавалась в виде параллелепипеда. Тогда ∂V_1 — кровля и подошва пласта, ∂V_2 — боковые грани пласта. Начало декартовой системы координат совмещено с началом оси горизонтального ствола скважины, а ось x направлена вдоль оси горизонтальной скважины. Приток $q(x, y, z, t)$ в (1.5) вычисляется в предположении, что давление на поверхности ствола горизонтальной скважины постоянно. При этом дебит горизонтальной скважины

$$Q = \int\limits_S q(x, y, z, t)\, ds.$$

Величина $q^*(x, y, z, t)$ в (1.9) вычисляется в предположении, что функция $\psi(x, y, z, t)$ постоянна на поверхности S. При этом

$$\int\limits_S q^*(x, y, z, t)\, ds = 2(p_{\text{н}}(t) - p_{\text{в}}(t)).$$

Правая часть этого выражения получена при выполнении условия стационарности функционала Лагранжа.

В расчетах использовалась аппроксимация параболического уравнения неявной конечно-разностной схемой. Параметры расчетов выбирались такими, чтобы использование более мелкой сетки не сказывалось на результатах [7].

На рис. 1,*а* приведена кривая восстановления давления для горизонтальной скважины 13473 Шегурчинского месторождения. Дебит скважины до остановки $Q = 5{,}9 \cdot 10^{-5}$ м^3/с, длина горизонтальной части скважины 204 м, вязкость нефти $\mu = 25$ мПа · с, толщина пласта 22 м. В качестве начального приближения пластового давления бралась последняя

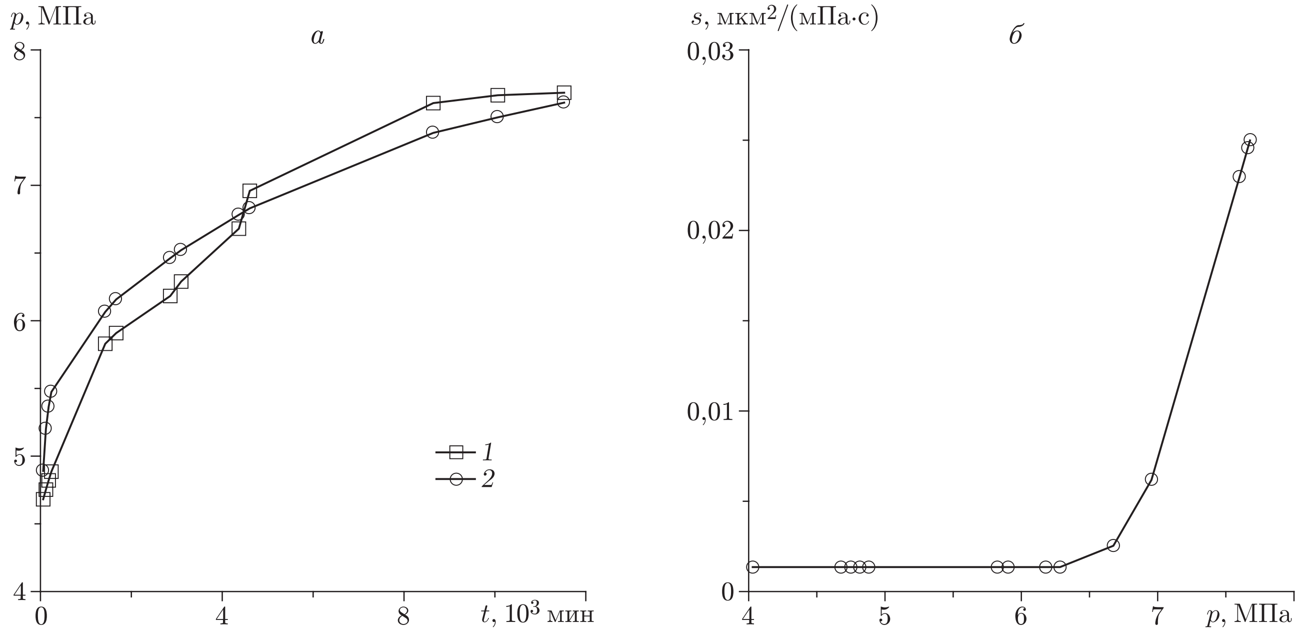

Рис. 1. Кривая восстановления давления $p(t)$ (*а*) и расчетная зависимость $s(p)$ (*б*) для горизонтальной скважины 13473:
1 — эксперимент; *2* — расчет

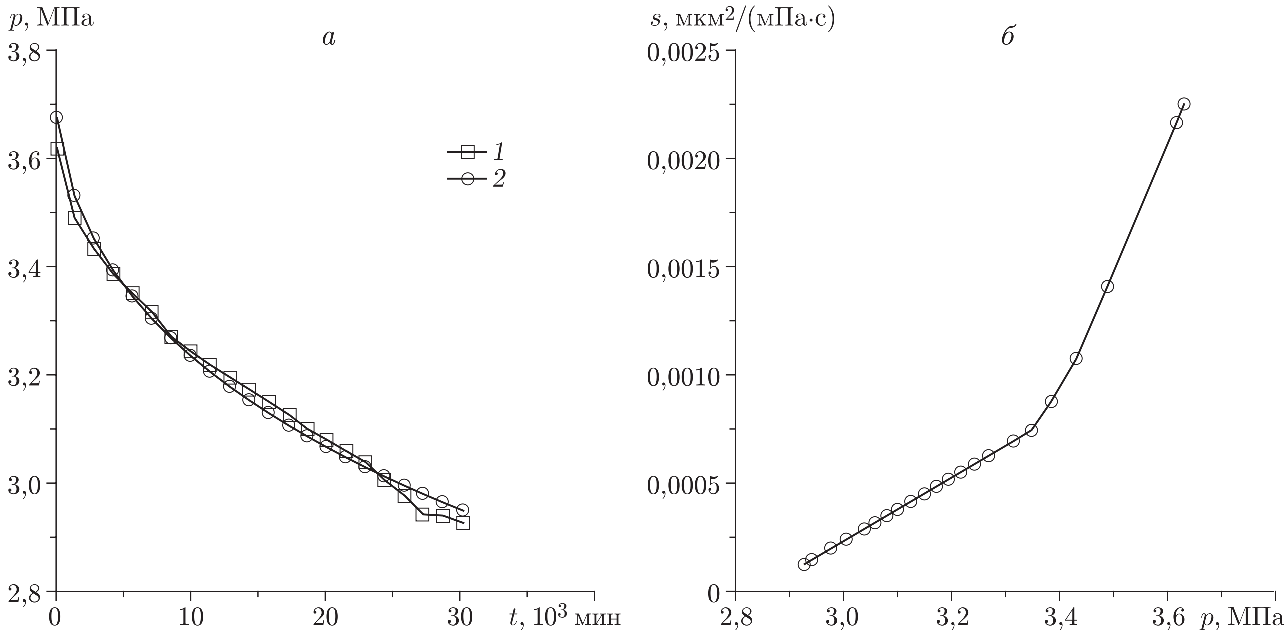

Рис. 2. Кривая откачки $p(t)$ (a) и расчетная зависимость $s(p)$ (*б*) для горизонтальной скважины 1947:
1 — эксперимент; *2* — расчет

точка кривой восстановления давления ($p_{\text{г}}^0 = 7{,}685$ МПа). Для модели анизотропного пласта были получены следующие результаты: $k_x = k_y = 0{,}041$ мкм^2, $k_z = 0{,}123 \cdot 10^{-4}$ мкм^2, $p_{\text{г}} = 8{,}582$ МПа; для модели однородного пласта $k = 0{,}014$ мкм^2. На рис. 1,*б* приведена расчетная зависимость параметра $s(p)$.

На рис. 2,*а* показано изменение давления (кривая откачки) для горизонтальной скважины 1947 Сиреневского месторождения. Дебит скважины до остановки $Q = 9{,}95 \times 10^{-5}$ м^3/с, длина горизонтальной части скважины 310 м, вязкость нефти $\mu = 25$ мПа$\cdot$с, толщина пласта 31 м, начальное приближение пластового давления $p_{\text{г}}^0 = 3{,}633$ МПа. На рис. 2,*б* приведена расчетная зависимость параметра $s(p)$. Расчеты показали, что $k_x = k_y = 0{,}031$ мкм^2, $k_z = 0{,}033$ мкм^2, $p_{\text{г}} = 3{,}915$ МПа; для модели однородного пласта $k = 0{,}039$ мкм^2.

Предложенные вычислительные алгоритмы для интерпретации результатов гидродинамических исследований горизонтальных скважин позволяют оценить анизотропию пласта, пластовое давление и получить зависимость фильтрационных параметров пласта от давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Kuchuk F. J., Good P. A., Brice B. W., et al.** Pressure-transient analysis for horizontal wells // J. Petrol. Technol. 1990. V. 42, N 8. P. 974–979.
2. **Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А.** Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970.
3. **Морозов П. Е., Садовников Р. В., Хайруллин М. Х., Шамсиев М. Н.** Оценивание фильтрационных параметров пласта по данным нестационарного притока жидкости к вертикальным скважинам // Инж.-физ. журн. 2003. Т. 76, № 6. С. 142–146.

4. **Морозов В. А., Гольдман Н. Л., Малышев В. А.** Метод дескриптивной регуляризации в обратных задачах // Инж.-физ. журн. 1993. Т. 65, № 6. С. 695–702.
5. **Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В.** Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1988.
6. **Хайруллин М. Х., Шамсиев М. Н., Садовников Р. В.** Численные алгоритмы решения обратных задач подземной гидромеханики // Мат. моделирование. 1998. Т. 10, № 7. С. 101–110.
7. **Самарский А. А., Гулин А. Б.** Численные методы. М.: Наука, 1989.

Поступила в редакцию 23/VII 2003 г.,
в окончательном варианте — 10/VIII 2004 г.