

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ  
ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ  
НЕУСТОЙЧИВОЙ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

Л. А. Илькаева, Н. А. Попов  
(Москва)

Неустойчивость плоской детонационной волны по отношению к одномерным возмущениям в случае достаточно резкой зависимости скорости протекания химической реакции во фронте волны от температуры (или давления) и ее критерий описаны в [1]. Зона химической реакции рассматривается при этом идеализированно: считается, что состояние вещества в зоне химика не меняется, пока не кончится период индукции, зависящий от температуры, после чего энергия реакции выделяется очень быстро, так что состояние вещества меняется скачкообразно [2]. Фронт горения при этом представляет собой гидродинамический скачок. При такой идеализации скорость развития малых возмущений фронта горения оказывается бесконечной [1] и неустойчивость реализуется путем конечных возмущений. Ниже рассматриваются гидродинамические решения для этих возмущений.

Из локального характера задачи следует, что искомые решения представляют собой центрированные волны, в которых все величины зависят только от отношения  $x/t$ , где пространственная координата  $x$  и время  $t$  отсчитываются, соответственно, от места и от момента возникновения возмущения.

На рис. 1 изображена качественная картина расположения  $\alpha$ -характеристик (сплошные тонкие линии) на плоскости  $(x, t)$  (детонация идет вправо) для гидродинамического решения, соответствующего положительному возмущению фронта горения нормальной детонационной волны. Возмущение представляет собой ударную волну, распространяющуюся по зоне химика, за которой следует с отставанием возмущенный фронт горения. Между ударной волной возмущения и фронтом горения расширяется зона постоянного течения, за возмущенным фронтом горения следует волна разрежения. Влево, в область продуктов взрыва (ПВ), идет относительно слабая ударная волна. Кроме того, присутствует энтропийный разрыв.

Решение находится следующим образом. Каждой интенсивности ударной волны возмущения соответствует своя скорость фронта горения ( $D_{хим}$ ), определяемая из условия накапливания для каждой частицы ВВ времени индукции, зависящего от состояния вещества.

С другой стороны, для поддержания заданного давления в ударной волне фронт горения должен следовать за ударной волной с некоторой

скоростью  $D_{\text{гидр}}$ , определяемой из законов сохранения. Условие совпадения этих скоростей отбирает из всех возможных интенсивностей ударной волны ту, при которой давление в ударной волне поддерживается фронтом горения, движущимся со скоростью  $D_{\text{хим}}$ . Такое решение существует при следующих условиях.

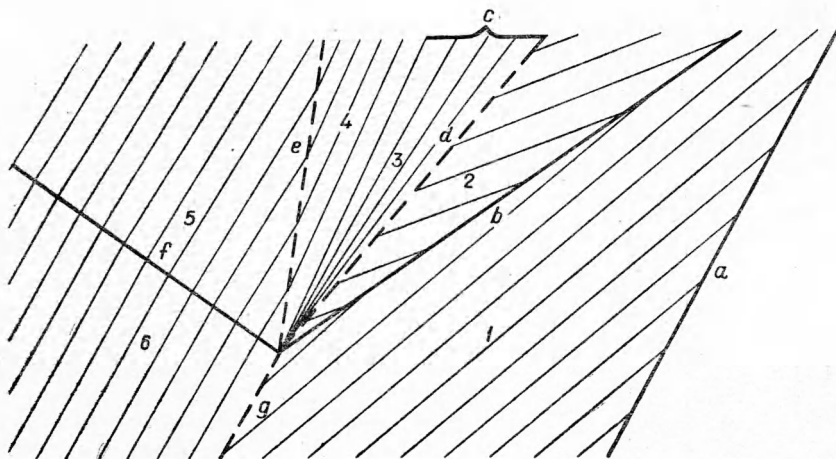


Рис. 1. Положительное возмущение. Случай нормальной детонационной волны. 1 — невозмущенная зона химика; 2 — возмущенная зона химика, 3 — волна разрежения в ПВ, 4, 5 — области постоянного течения в ПВ, 6 — невозмущенные ПВ. a — ударный фронт волны основного решения, б — ударная волна возмущения, с — волна разрежения, d — возмущенный фронт горения, e — энтропийный разрыв, f — ударная волна в ПВ, g — фронт горения невозмущенного решения.

Возможным решениям для сильных возмущений (рис. 2) соответствуют точки пересечения кривых  $D_{\text{хим}}(\rho_2)$  и  $D_{\text{гидр}}(\rho_2)$ . Очевидно, что нулевому возмущению соответствует  $\rho_2 = \rho_1$  — плотность химика и  $D_{\text{хим}} = D_{\text{гидр}} = D$  — скорость невозмущенной детонационной волны. Условие неустойчивости [1] в описываемых обозначениях имеет вид

$$\left( \frac{d D_{\text{хим}} / d \rho_2}{d D_{\text{гидр}} / d \rho_2} \right)_{\rho_2 = \rho_1} > 1, \quad (1)$$

а это означает, что в точке  $\rho_2 = \rho_1$  кривая  $D_{\text{хим}}(\rho_2)$  в случае неустойчивости идет круче, чем кривая  $D_{\text{гидр}}(\rho_2)$ , как показано на рис. 2.

Заметим, что  $D_{\text{хим}}$  всегда меньше, чем скорость ударной волны возмущения  $D_{\text{возм}}$ , так как последняя идет по существу с уменьшающейся величиной накопленного времени индукции. С другой стороны, всегда можно указать такую скорость ударной волны возмущения, а именно скорость нормальной детонационной волны  $D_{\text{норм}_2}$ , распространяющейся по зоне химика (как бы вторичной детонации, возможной только при бесконечной скорости химической реакции в ее фронте), при которой  $D_{\text{гидр}} = D_{\text{возм}}$ . Следовательно,  $D_{\text{гидр}} = D_{\text{хим}}$  причем эта скорость  $D_{\text{гидр}} = D_{\text{возм}} > D$ , так как область химика существенно дозвуковая. Но тогда, по непрерывности должна существовать выше точки  $\rho_2 = \rho_1, D_{\text{гидр}} = D$  точка пересечения кривых  $D_{\text{хим}}(\rho_2)$  и  $D_{\text{гидр}}(\rho_2)$  (рис. 2, 1). Таким образом, существование описанного выше гидродинамического решения для сильного возмущения неустойчивой детонационной волны следует из самого условия неустойчивости.

В случае пересжатой детонационной волны, если ударная волна возмущения оказывается достаточно сильной, качественная картина соответствующего гидродинамического решения не отличается от изображенной на рис. 1 для случая нормальной детонационной волны, кроме того, что  $\alpha$ -характеристики из области  $b$  догоняют невозмущенный фронт горения. Если же ударная волна возмущения не слишком сильна, то волна разрежения  $3$  (см. рис. 1), следующая за возмущенным фронтом горения, может отсутствовать (рис. 3).

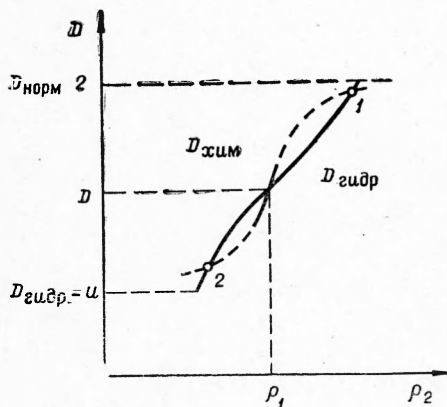


Рис. 2. Схема зависимости  $D_{хим}$  и  $D_{гидр}$  от плотности вещества.

и  $D_{гидр}(\rho_2)$  (см. рис. 2). Если давление по обе стороны возмущенного фронта горения одинаково, то для его поддержания горения не требуется и  $D_{гидр} = u$  ( $u$  — скорости вещества), в то время как всегда  $D_{хим} \geq u$  (горение либо идет по веществу, либо не идет вовсе). Таким образом, искомая точка пересечения расположена либо при  $D_{гидр} = u$ , либо выше, но при  $D_{гидр} < D$ . Существование гидродинамического решения для отрицательного возмущения следует из условия неустойчивости, выдвинутого в [1].

Если зависимость времени индукции от температуры (или давления) настолько резкая, что в отрицательном возмущении горение практически прекращается ( $D_{хим} = u$ ), отрицательное возмущение пред-

Посмотрим, какой вид имеет отрицательное возмущение. Качественная картина гидродинамического решения для отрицательного возмущения показана на рис. 4. Здесь возмущение — две волны разрежения, распространяющиеся в обе стороны от фронта горения, скорость которого уменьшилась по сравнению с невозмущенным фронтом горения. Так же, как и в случае положительного возмущения, давление перед фронтом горения и скорость фронта находятся из условия  $D_{хим} = D_{гидр}$ . Отрицательному возмущению соответствует нижняя точка 2 пересечения кривых  $D_{хим}(\rho_2)$

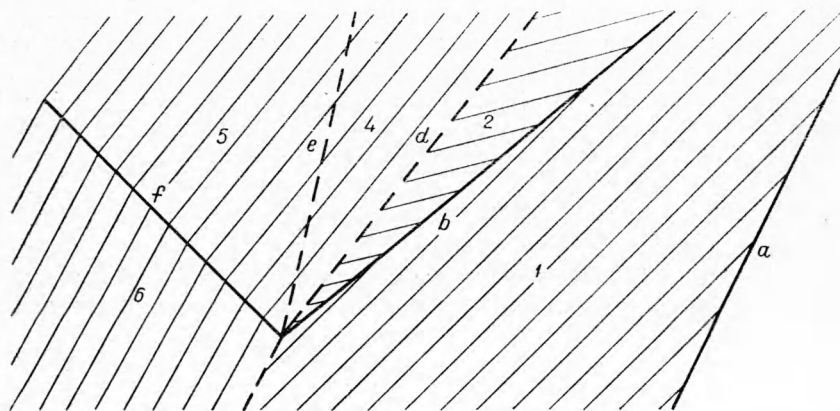


Рис. 3. Положительное возмущение. Случай пересжатой волны. Обозначения областей см. на рис. 1.

ставляет собой обычный распад разрыва между продуктами взрыва и сжатым перовой ударной волной ВВ.

Описанные гидродинамические решения для возмущений неустойчивой детонационной волны могут реализоваться, естественно, только в том случае, если присутствующий в них фронт горения окажется устойчивым (одномерные неустойчивости других типов, если бы они имели место, дали бы конечную скорость роста малых возмущений, и поэтому они не рассматриваются).

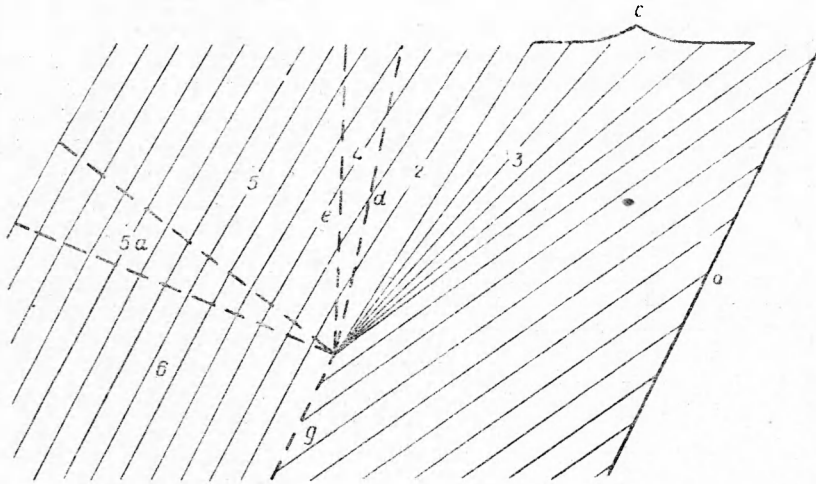


Рис. 4. Отрицательное возмущение.

3 — волна разрежения в зоне химика, 5, a — волна разрежения в ПВ, распространяющаяся влево. Остальные обозначения см. на рис. 1.

Легко видеть, что в отрицательном возмущении неустойчивой детонационной волны фронт горения всегда устойчив. Как это видно из расположения  $\alpha$ -характеристик на рис. 4, вторичные отрицательные (и слабые положительные) возмущения фронта горения в первичном отрицательном возмущении не взаимодействуют с волной разрежения 3 и поэтому могут возникать (если они возможны) в момент  $t=0$ . При этом две волны разрежения сливаются в одну, и возникает новое решение для первичного отрицательного возмущения основной волны. Зависимости  $D_{\text{хим}}(\rho_2)$  и  $D_{\text{гидр}}(\rho_2)$  для фронта горения в отрицательном возмущении в одинаковой степени относятся и к невозмущенному фронту горения. Но для этих кривых в точке 2 рис. 2, соответствующей отрицательному возмущению,

$$\frac{d D_{\text{хим}}}{d \rho_2} / \frac{d D_{\text{гидр}}}{d \rho_2} < 1,$$

т. е. фронт горения устойчив, если только упомянутые кривые имеют одну точку пересечения при  $D_{\text{гидр}} < D$ . Если же таких точек пересечения несколько, то всегда найдутся точки, соответствующие устойчивому фронту горения.

Для фронта горения в положительном возмущении (точка 1 рис. 2) зависимости  $D_{\text{хим}}(\rho_2)$  и  $D_{\text{гидр}}(\rho_2)$  отличаются от тех же зависимостей для невозмущенного фронта горения постольку, поскольку однократное и двукратное ударные сжатия приводят к разным результатам. Для слабых ударных волн, как известно, действие двух волн можно заменить действием одной. Это значит, что если ударная волна возмущения

достаточно слаба, то указанные зависимости для возмущенного и невозмущенного фронтов горения близки и положительное возмущение, согласно критерию [1], устойчиво. В случае сильной ударной волны возмущения фронт горения может быть устойчив или неустойчив в зависимости от того, насколько резко зависит скорость реакции от состояния вещества вблизи точки 1 (см. рис. 2).

Конечные возмущения, о которых идет речь (так же как и условие неустойчивости (1)), относится не к детонационной волне в целом, а только к ее фронту горения. Соответствующие гидродинамические решения справедливы только до тех пор, пока возмущение не догонит ударный фронт детонационной волны. Дальнейшая судьба возмущений зависит от уравнений состояния ВВ и ПВ, а также от граничных и начальных условий основного решения, и поэтому не может быть прослежена в деталях в общем виде. Можно, однако, высказать некоторые качественные соображения о поведении решения в целом.

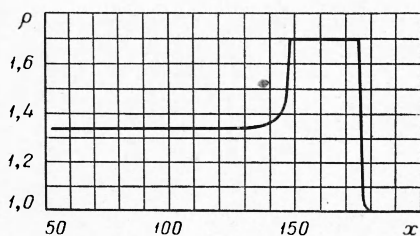


Рис. 5. Профиль плотности в стационарной волне при  $\alpha=0$

ных условий основного решения, и поэтому не может быть прослежена в деталях в общем виде. Можно, однако, высказать некоторые качественные соображения о поведении решения в целом.

1. Если время индукции в отрицательном возмущении превышает характерное время основной задачи (с невозмущенным решением), то отрицательное возмущение означает затухание детонации.

2. Положительное возмущение, если оно устойчиво, достигнув ударного фронта основного решения, вызовет временное усиление ударной волны, которое сменится затуханием, когда начнет сказываться влияние волны разрежения  $\mathcal{Z}$  (см. рис. 1). При этом положительное возмущение, по-видимому, всегда переходит в отрицательное.

3. Если в отрицательном возмущении время индукции больше, чем в детонационной волне, но меньше характерного времени основной задачи, то после затухания, вызванного отрицательным возмущением, детонация возникнет вновь. Ее вызовет ударная волна в ВВ, которая установится после взаимодействия с волной разрежения возмущения<sup>1</sup>. Приходим к пульсирующей детонации, в которой период пульсации определяется временем индукции в отрицательном возмущении. В установившемся режиме пульсаций гидродинамические решения, вообще говоря, будут отличаться от описанных выше. Заметим, что в фазе затухания условие Жуге не выполнено, поэтому пульсирующая детонация возможна только при достаточно сильном подпоре сзади. В фазе разгона детонации картина движения аналогична соответствующей положительному возмущению. Фронт горения может здесь оказаться неустойчивым и тогда сам разгон будет пульсирующим.

4. Положительное возмущение с неустойчивым фронтом горения, если бы оно возникло, немедленно распалось бы таким же путем, как и детонационная волна с неустойчивым фронтом горения. Здесь, однако, пульсации невозможны, так как за фронтом горения идет волна разрежения  $\mathcal{Z}$  (см. рис. 1), благодаря которой неустойчивое положительное возмущение перейдет в устойчивое отрицательное.

В заключение приведем результаты газодинамических расчетов для устойчивой и неустойчивой детонационной волны. Уравнения состояния ВВ и ПВ были приняты простейшие (давление не зависит от температуры).

<sup>1</sup> В действительности детонация может не возникнуть вновь из-за тепловых и прочих потерь энергии.

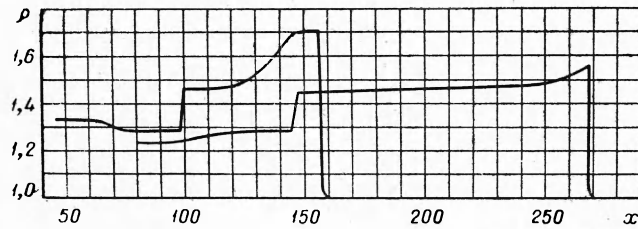


Рис. 6. Профиль плотности в стационарной волне при  $\alpha=15$ .

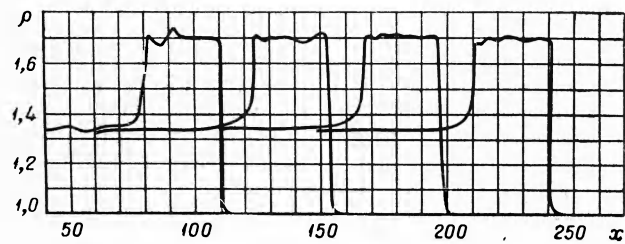


Рис. 7. Поведение положительного возмущения в области химпика при  $\alpha=10$ .

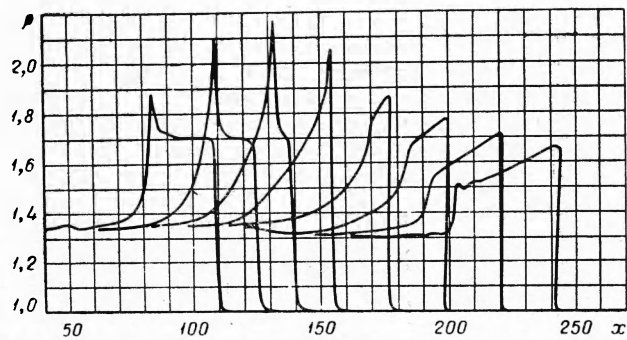


Рис. 8. Поведение положительного возмущения в области химпика при  $\alpha=15$ .

Взрывчатое вещество:

$$p = \frac{1}{3} (\rho^3 - 1).$$

Продукты взрыва:

$$p = \frac{1}{3} \rho^3.$$

Зависимость времени индукции  $\tau$  от состояния вещества была задана формулами:

$$\frac{1}{\tau} \text{ при } \rho < \rho_n;$$
$$\frac{1}{\tau} = g \left( \frac{\rho}{\rho_1} \right)^\alpha \text{ при } \rho \geq \rho_n.$$

где  $\rho_1$  — плотность ВВ в области химпика, а величина  $g$  является масштабным множителем.

При  $\alpha < 7,77$  нормальная детонационная волна оказывается устойчивой, а при  $\alpha > 7,77$  — неустойчивой. При начальных условиях, соответствующих стационарной нормальной детонационной волне, были проведены расчеты дальнейшего движения волны при  $\alpha = 0$  и  $\alpha = 15$ . Расчеты проводились на электронной счетной машине путем численного решения уравнений гидродинамики методом конечных разностей.

На рис. 5 показан профиль плотности в стационарной волне. Благодаря эффективной вязкости, вносимой расчетной схемой, гидродинамические скачки в расчете несколько сглажены, градиенты всех величин в областях скачков хотя и большие, но конечны. В расчете с  $\alpha = 0$  форма профиля не меняется со временем, хотя в начальных условиях присутствует малое отрицательное возмущение. В области отрицательного возмущения  $\rho < \rho_n = 1,59$  и горение прекратилось полностью (рис. 6).

На рис. 7, 8 показано поведение одного и того же слабого положительного возмущения в области химпика. Видно, что в первом случае возмущение приводит к незначительным колебаниям плотности в области химпика, а во втором — к образованию ударной волны в области химпика, быстрому сгоранию химпика, а затем — к затуханию детонации. Развитие малых возмущений в расчете происходит с конечной скоростью, определяемой размерами одного счетного интервала, при достаточно мелких счетных интервалах скорость развития возмущений может быть сделана как угодно большой.

*Поступила в редакцию  
20/III 1965*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Р. М. Зайдель, Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1963, 6.
2. К. И. Шелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. Изд-во АН СССР, 1963.