

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдштик М.А., Жданова Е.М., Штерн В.Н. Спонтанная закрутка затопленной струи // ДАН СССР. — 1984. — Т. 277, № 4. — С. 815—818.
2. Гольдштик М.А., Жданова Е.М., Штерн В.Н. Возникновение вращательного движения в результате гидродинамической неустойчивости // Изв. АН СССР. МЖГ. — 1985. — Т. 273, № 1. — С. 50—55.
3. Гольдштик М.А., Штерн В.Н., Яворский Н.И. Вязкие течения с парадоксальными свойствами. — Новосибирск: Наука, 1989.
4. Гольдштик М.А., Штерн В.Н. Турбулентное вихревое динамо // ПММ. — 1989. — Т. 53, № 4. — С. 613.

г. Новосибирск

Поступила 26/VII 1993 г.

УДК 532.62

Л.К. Антановский

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ НА ПРОЦЕСС УТОНЬШЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

1. Физическая постановка задачи. Настоящая работа имеет своей целью объяснить и смоделировать иногда наблюдаемый в экспериментах аномально медленный процесс утоньшения вертикальной пленки жидкости в поле силы тяжести. Рассматривается случай, когда заведомо известно, что равновесие гравитационных и капиллярных сил невозможно. Например, пленка обыкновенной воды со средней толщиной $H = 0,01$ см, образованная на квадратной рамке со стороной $L = 1$ см, иногда имеет «время жизни» порядка нескольких секунд. Однако простейшие расчеты показывают, что, стартуя с состояния покоя, вертикальный слой чистой воды в поле тяжести Земли ($g = 981$ см/с²) достигает нулевой толщины за несколько сотых секунды. Это же подтверждается следующими простыми оценками. Принимая плотность, кинематический коэффициент вязкости и коэффициент поверхностного натяжения воды соответственно равными $\rho = 1$ г/см³, $\nu = 0,01$ см²/с, $\sigma = 72$ г/с², легко видеть, что отношения сил капиллярности и вязкости к силе тяжести являются крайне малыми:

$$\frac{\sigma H}{\rho g L^3} \sim 7 \cdot 10^{-4}, \quad \frac{\nu}{g^{1/2} L^{3/2}} \sim 3 \cdot 10^{-4}.$$

Таким образом, характерное время утоньшения свободной пленки определяется в первую очередь силой тяжести, что дает $(L/g)^{1/2} \sim 0,03$ с.

Попытки учета короткодействующих сил взаимодействия межфазных поверхностей пленки не привели к существенному увеличению ее «времени жизни». Кроме того, наиболее сильные стерические взаимодействия [1], характерные для полимерных жидкостей с длинными молекулами, к воде имеют слабое отношение. Все это привело нас к исследованию эффекта поверхностно-активных веществ (ПАВ), которые всегда присутствуют в жидкости в виде каких-либо загрязнений. Избыточная концентрация ПАВ уменьшает поверхностное натяжение межфазной границы, поэтому, согласно принципу минимума свободной энергии, ПАВ способны легко адсорбироваться жидкостью даже из окружающего воздуха.

Предлагается вниманию следующий механизм типа Ле-Шателье—Брауна, который способен существенно увеличить «время жизни» пленки. В начальной стадии процесса утоньшения тяжесть увлекает жидкость с растворенными ПАВ на свободной границе вниз. В результате возникает градиент

поверхностного натяжения, направленный вверх, что вызывает реактивное течение Марангони. Подчеркнем, что объемная концентрация ПАВ практически не меняется ввиду несжимаемости жидкости, в то время как поверхностная концентрация ПАВ определяется в первую очередь дилатацией свободной границы. Если начальная концентрация превосходит некоторую критическую величину, то в пленке возникнет колебательный режим течения, затухающий со временем. Теперь уже скорость утоньшения будет определяться процессом диффузии ПАВ, который заставит градиент поверхностного натяжения занулиться, а пленку — порваться. В подтверждение этого добавим, что обычно разрыв жидких пленок наблюдается незадолго до того, как движение жидкости затухнет.

Заметим, что с утоньшением пленки эффект массовых сил уменьшается, тогда как поверхностные силы Марангони от толщины пленки практически не зависят. Поэтому даже небольшая концентрация ПАВ способна предотвратить мгновенный разрыв капиллярной поверхности. Для приведенного выше примера критическая концентрация ПАВ такова, что уменьшает поверхностное натяжение воды всего на 2 %.

Реальное «время жизни» пленки определяется устойчивостью движения жидкости со свободными границами по отношению к внешним возмущениям, поэтому скорость диффузии ПАВ дает лишь завышенный верхний предел существования пленки. В самом деле, даже если предположить, что коэффициент поверхностной диффузии δ невероятно большой, например порядка кинематического коэффициента вязкости воды ν , то характерное время установления постоянной концентрации ПАВ равно $L^2/\delta \sim 100$ с.

Исследованию влияния ПАВ на процесс утоньшения тонкой пленки жидкости, образованной между двумя приближающимися каплями, посвящен ряд работ [1—3], где в качестве гидродинамических уравнений использовались уравнения Рейнольдса теории смазки, которые не содержат сил инерции и тяжести и поэтому к свободным вертикальным пленкам не применимы. В настоящей работе моделирование процесса утоньшения строится на основе приближенных уравнений, выведенных для различных целей в [4—6].

2. Математическая модель. Предположим, что движение жидкости в вертикальном слое симметрично относительно его срединной плоскости F . Пусть $h(x, t)$, $v(x, t)$, $\gamma(x, t)$ — толщина пленки, средняя скорость жидкости и поверхностная концентрация ПАВ, которые зависят от положения x на F и времени t . Допустим, что поверхностное натяжение «загрязненной» свободной границы равно $\sigma - \alpha\gamma$ (α — положительный коэффициент). В частности, поверхностное натяжение «чистой» свободной границы совпадает с σ . В приближении тонкого слоя уравнения сохранения массы и импульса имеют вид [4—6]

$$(2.1) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (hv) = 0 \text{ на } F;$$

$$(2.2) \quad \rho h \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = \rho hg + \nabla \cdot T \text{ на } F,$$

где ∇ — плоский градиент; T — тензор напряжений пленки, складывающийся из двух составляющих: T_μ и T_σ .

Неравновесная составляющая T_μ связана с динамическим коэффициентом вязкости $\mu = \rho\nu$ согласно формуле [4—6]:

$$(2.3) \quad T_\mu = 2\mu h [(\nabla \cdot v)G + (\nabla v)_{\text{sym}}]$$

(G — метрический тензор плоскости F). Если следовать феноменологическому подходу [4, 5], то равновесная составляющая T_σ должна быть изотропным тензором τG , где τ — эффективное натяжение пленки. В случае, когда

межфазные поверхности не взаимодействуют, можно положить $\tau = 2(\sigma - \alpha\gamma)$. Хотя такой подход и приводит к корректной постановке задачи, способной, например, описать динамику замкнутой оболочки, однако для пленки с фиксированными краями на рамке имеет смысл учесть во втором приближении зависимость T_σ от капиллярного давления. В этом случае порядок системы дифференциальных уравнений повышается, что дает возможность ставить краевые условия для толщины пленки, избегая построение пограничных слоев. В приближении $\alpha\gamma/\sigma \ll 1$ имеем соотношение [6]

$$(2.4) \quad T_\sigma = 2(\sigma - \alpha\gamma)G + \frac{\sigma}{2} \left[(h\Delta h + \frac{1}{2} |\nabla h|^2) G - \nabla h \otimes \nabla h \right]$$

(символ \otimes обозначает тензорное произведение). Очевидно, что

$$\nabla \cdot T_\sigma = \frac{\sigma}{2} h \nabla(\Delta h) - 2\alpha \nabla \gamma.$$

Уравнение диффузии ПАВ вдоль межфазной границы в приближении тонкого слоя принимает вид

$$(2.5) \quad \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma v) = \delta \Delta \gamma \text{ на } F.$$

Для простоты считаем, что процесс обмена ПАВ между объемом и капиллярной поверхностью является несущественным (ПАВ нерастворимы).

Для системы уравнений (2.1)–(2.5) зададим граничные и начальные условия (n — направление нормали к границе ∂F в плоскости пленки):

$$(2.6) \quad \frac{\partial h}{\partial n} = 0, v = 0, \frac{\partial \gamma}{\partial n} = 0 \text{ на } \partial F;$$

$$(2.7) \quad h = H, v = 0, \gamma = \Gamma \text{ при } t = 0.$$

Уравнения (2.6) означают, что краевой угол, скорость жидкости и поток ПАВ исчезают на рамке. Для определенности считаем, что H и Γ постоянны.

3. Численное решение одномерной задачи. Рассмотрим одномерное решение $h(x, t)$, $v(x, t)$, $\gamma(x, t)$ задачи (2.1)–(2.7). Совершим переход к безразмерным переменным посредством подстановки $x \rightarrow Lx$,

$t \rightarrow (L/g)^{1/2} t$, $h \rightarrow Hh$, $v \rightarrow (gL)^{1/2} v$, $\gamma \rightarrow \Gamma\gamma$ (L — длина пленки в направлении силы тяжести g). В результате получим задачу

$$(3.1) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hv)}{\partial x} = 0;$$

$$(3.2) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = 1 + A \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} - \frac{B}{h} \frac{\partial \gamma}{\partial x} + C \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \right);$$

$$(3.3) \quad \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial(\gamma v)}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2};$$

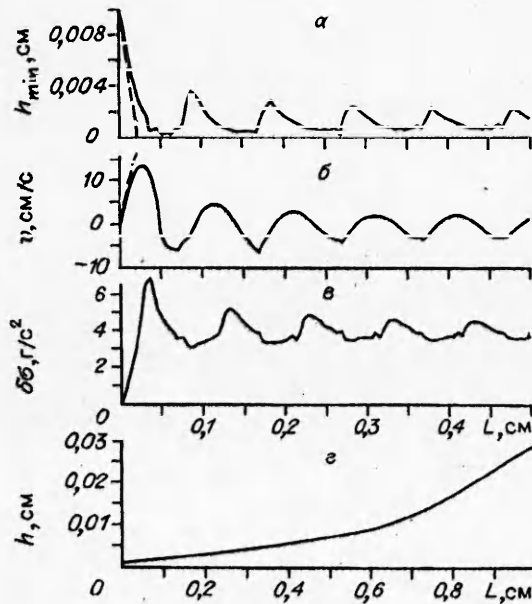


Рис. 1

$$(3.4) \quad \frac{\partial h}{\partial x}(0,t) = \frac{\partial h}{\partial x}(1,t) = 0, \\ v(0,t) = v(1,t) = 0, \\ \frac{\partial \gamma}{\partial x}(0,t) = \frac{\partial \gamma}{\partial x}(1,t) = 0;$$

$$(3.5) \quad h(x, 0) = 1, \\ v(x, 0) = 0, \\ \gamma(x, 0) = 1.$$

Здесь введены безразмерные комплексы

$$A = \frac{\sigma H}{2\rho g L^3}; \quad B = \frac{2\alpha\Gamma}{\rho g H L};$$

$$C = \frac{4\nu}{g^{1/2} L^{3/2}}; \quad D = \frac{\delta}{g^{1/2} L^{3/2}}.$$

Используя специфику граничных условий (3.4), аппроксимируем решение конечными тригонометрическими рядами:

$$h(x, t) = 1 + \sum_{k=1}^K h_k(t) \cos(\pi k x), \quad h_k(0) = 0,$$

$$v(x, t) = \sum_{k=1}^K v_k(t) \sin(\pi k x), \quad v_k(0) = 0,$$

$$\gamma(x, t) = 1 + \sum_{k=1}^K \gamma_k(t) \cos(\pi k x), \quad \gamma_k(0) = 0.$$

Подставляя эти функции в (3.1)–(3.3), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

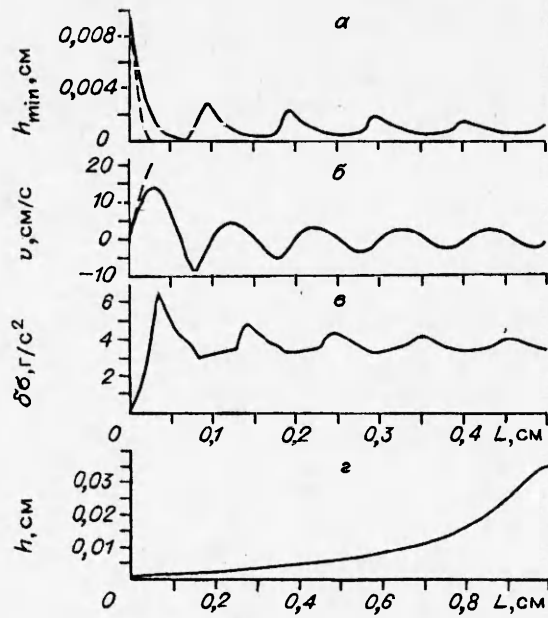
$$\frac{dh_k(t)}{dt} = -\pi k v_k(t) + H_k(t),$$

$$\frac{dv_k(t)}{dt} = 2 \frac{1 - (-1)^k}{\pi k} + A(\pi k)^3 h_k(t) + B\pi k \gamma_k(t) - C(\pi k)^2 v_k(t) + V_k(t),$$

$$\frac{d\gamma_k(t)}{dt} = -\pi k v_k(t) - D(\pi k)^2 \gamma_k(t) + \Gamma_k(t),$$

где $H_k(t)$, $V_k(t)$, $\Gamma_k(t)$ — интегральные члены, нелинейным образом зависящие от $\{h_1, v_1, \gamma_1; \dots; h_K, v_K, \gamma_K\}$.

Система уравнений с $K = 40$ численно интегрировалась методом Рунге — Кутты. Расчеты проводились для пленок воды (рис. 1) и силиконового масла (рис. 2, $\rho = 0,9$ г/см³, $\nu = 0,05$ см²/с, $\sigma = 20$ г/с²), имеющих длину $L = 1$ см и начальную толщину $H = 0,01$ см. На рисунках в метрической системе СГС приведены зависимости минимальной толщины пленки (а), средней скорости жидкости (б), вариации поверхностного натяжения от времени (в) и профиль толщины (г) при $t = 0,5$ с для $\alpha\Gamma/\sigma = 0,02$ (рис. 1) и $0,06$ (рис. 2). Штриховая линия соответствует утоньшению чистой пленки ($\Gamma = 0$). Всюду число Шмидта выбиралось одинаковым: $\nu/\delta = 10$. Как отмечалось выше, величина коэффициента поверхностной диффузии δ не оказывает заметного влияния на начальный этап утоньшения пленки, если $\delta \gg \nu$. По-видимому, небольшие осцилляции решения (рис. 1) связаны с



Р и с. 2

увеличением ошибки его аппроксимации конечным тригонометрическим рядом в случае, когда $\min(h)/H \rightarrow 0$.

В заключение автор выражает признательность В.В. Пухначеву за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ivanov I.B. (Ed.) The Liquid Films: Fundamentals and Applications — N.Y.; Basel: Dekker, 1988. — (Surfactant Sci. Ser.; V. 29).
2. Tambe D.E., Sharma M.M. Hydrodynamics of thin liquid films bounded by viscoelastic interfaces // J. Colloid Interface Sci. — 1991. — V. 147, N 1. — P. 137—151.
3. Lee J.C., Hodgson T.D. Film flow and coalescence — I. Basic relations, film shape and criteria for interface mobility // Chem. Eng. Sci. — 1968. — V. 23. — P. 1375—1397.
4. Entov V.M. On the dynamics of films of viscous and elastoviscous liquid // Arch. Mech. Stos. — 1982. — V. 34, N 4. — P. 395—407.
5. Антановский Л.К. Динамика свободных пленок жидкости // ПМТФ. — 1989. — № 2. — С. 81—86.
6. Antanovskii L.K. Stretching of a free liquid film fixed at a frame // Microgravity Quart. — 1992. — V. 2, N 3. — P. 189—195.

г. Новосибирск

Поступила 23/IV 1993 г.

УДК 532.5+532.6

Л.Г. Бадрадинова, С.Г. Славчев

ЗАКРИТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЙ КОНВЕКЦИИ В СЛОЕ ЖИДКОСТИ «НА ПОТОЛКЕ»

В [1—3] отмечалось, что равновесное состояние подогреваемого со стороны свободной поверхности слоя жидкости «на потолке» может быть устойчивым, если силовое поле достаточно слабое. Изотермическая в состоянии равновесия свободная поверхность при возмущениях становится неизотермической. Возникающие на ней термокапиллярные силы стабилизируют длинноволновые возмущения, являющиеся наиболее опасными. Для состояния равновесия существует порог устойчивости, определяющийся критическим соотношением между дестабилизирующей силой тяжести и стабилизирующим термокапиллярным эффектом.

В данной работе находятся условия, при которых возникающее в закритической области стационарное термокапиллярное течение представляет собой плоскую одновихревую структуру в слое, толщина которого не постоянна, а монотонно изменяется вдоль слоя. Показано также существование закритических режимов с двухвихревой структурой течения и формой свободной поверхности, имеющей выпуклость или вогнутость в сторону расположенной снизу газовой фазы.

1. Уравнения длинных волн. Пусть жидкий слой заключен между горизонтальными твердыми пластинами $z = 0$, $z = d$ и занимает область $0 < z < h(x, t)$. На пластинах $z = 0$, d заданы постоянные температуры T_0 , T_{10} . В области $h(x, t) < z < d$ находится теплопроводящий газ, плотность и вязкость которого пренебрежимо малы. Коэффициенты теплопроводности λ , λ_1 и температуропроводности χ , χ_1 жидкости и газа, коэффициент кинематической вязкости ν , плотность ρ жидкости, а также ускорение силы тяжести g предполагаются постоянными. Система жидкость — газ находится в условиях пониженной гравитации.

Коэффициент поверхностного натяжения σ считается линейной функцией температуры T :

© Л.Г. Бадрадинова, С.Г. Славчев, 1994