УДК 533.601.11

ЗАДАЧА О ПОРШНЕ В ДЕТОНИРУЮЩЕМ ГАЗЕ

Н. С. Захаров, В. П. Коробейников

(Москва)

В работах [1—5] рассмотрены некоторые задачи о течениях газовых смесей с экзотермическими реакциями за ударными волнами. В частности, рассматривается задача о точечном взрыве в горючей смеси газов с учетом кинетики химических реакций. Ниже используются движения идеального, нетеплопроводного, совершенного газа в случае задачи о симметричном поршне, движущимся в горючей смеси. Для течения газа принимается модель, которая учитывает время задержки воспламенения и последующее одновременное протекание прямой и обратной реакций [3].

1. Пусть в покоящуюся в начальный момент времени газовую среду стал вдвигаться поршень по закону $r_p = \lambda_p t^\delta$, где λ_p, $\delta = \text{const}$. Перед поршнем образуется ударная волна [6], которая возбуждает химические реакции, идущие с выделением тепла.

Рассмотрим некоторые особенности решения для модели, в которой химическая реакция за фронтом ударной волны включается после окончания периода индукции. Реакция, определяющая период индукции t_{ind}, описывается уравнением [3]

$$dc/dt = -1/t_{\text{ind}} = -k_1 p^{n_1} \rho^{l_1} \exp(-E_1 \rho/p), \tag{1.1}$$

где c — фиктивная концентрация; E_1 — энергия активации индукционного периода; p — давление; ρ — плотность; k_1, n_1, l_1 — некоторые постоянные. При $n_1 > 0$, $l_1 > 0$ из формулы (1.1) следует, что при больших p время индукции мало. С затуханием ударной волны и убыванием p величина t_{ind} растет, а следовательно, будет расти и расстояние между фронтом ударной волны и зоной реакции горения, т. е. с некоторого момента времени ударную волну и зону химических реакций нельзя принимать за одну поверхность разрыва — детонационную волну. Проведенный вывод о возможности расщепления детонационной волны в явлении точечного взрыва в детонирующем газе был сделан в работе [1]. Экспериментальным подтверждением описанной выше картины течения служили опытные данные по инициированию горючих смесей газов с помощью луча лазера [7].

Уравнение, описывающее протекание химической реакции, берется в виде

$$\frac{d\beta}{dt} = -k_2 \beta^{m_1} p^{n_2} \rho^{l_2} \exp\left(-\frac{E_2 \rho}{p}\right) + k_3 (1-\beta)^{m_2} p^{n_3} \rho^{l_3} \exp\left(-\frac{E_3 \rho}{p}\right), \tag{1.2}$$

где β — массовая доля несгоревшего газа; E_2 — энергия активации прямой реакции ($E_2 \geqslant 0$); E_3 — энергия активации обратной реакции; k, m, n, l — некоторые постоянные.

Реакция (1.1) идет без выделения тепла. Величина $c = 1$ на фронте ударной волны.

Обращение c в нуль означает окончание периода индукции и начало реакции (1.2), идущей с выделением тепла. До начала реакции (1.2) концентрация $\beta = 1$.

Движение газа будет описываться уравнениями (1.1), (1.2) совместно с уравнениями сохранения массы, количества движения и энергии, которые можно взять в виде

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho u}{\partial r}+j\frac{\rho u}{r}=0,\quad \frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}=0.\tag{1.3}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}+u\frac{\partial h}{\partial r}-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial t}+u\frac{\partial p}{\partial r}\right)=0,\quad h=\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho}+\beta Q,$$

где u — скорость среды; γ — показатель адиабаты; Q — теплотворная способность единицы массы горючей смеси; $j=0, 1, 2$ для плоского, цилиндрического и сферического случаев. Если величины E_i, Q постоянны, задача может быть автомодельной в случае переменной начальной плотности газа $\rho_1=Ar^{-\omega}$ ($\omega<3$, $A=\mathrm{const}$) при условии, что начальным давлением p_1 можно пренебречь по сравнению с давлением за ударной волной. Класс автомодельных решений системы (1.1)—(1.3) изучен в работе [2]. Будем считать, что $\omega=0$. В данной постановке задача не является автомодельной, поэтому полное исследование можно провести лишь методами численного интегрирования уравнений в частных производных.

2. Рассмотрим движение газа в моменты времени, близкие к начальному. В начальный период движения величина полной энергии, выделившейся при горении в объеме, ограниченном ударной волной, меньше работы поршня

$$W>U=\sigma_j\int\limits_{r_p}^{r_2}Q(1-\beta)\rho r^j dr,\tag{2.1}$$

где $\sigma_j=2\pi j+(j-1)(j-2)$; r_2 — радиус ударной волны. Поэтому влияние химических реакций на течение мало. Работа поршня

$$W=\sigma_j\int\limits_0^t pur^j dr.$$

Для начальной стадии, когда справедливо неравенство (2.1), можно искать решение, используя метод линеаризации по малому параметру $\varepsilon=U/W<1$:

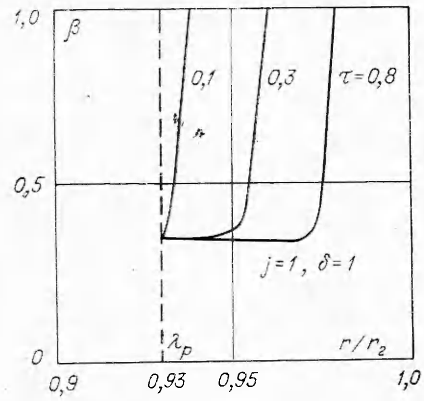
$$p=p_0+\varepsilon p_{01}+o(\varepsilon),\quad \rho=\rho_0+\varepsilon\rho_{01}+o(\varepsilon),\tag{2.2}$$

$$u=u_0+\varepsilon u_{01}+o(\varepsilon),\quad \beta=\beta_0+\varepsilon\beta_{01}+o(\varepsilon),$$

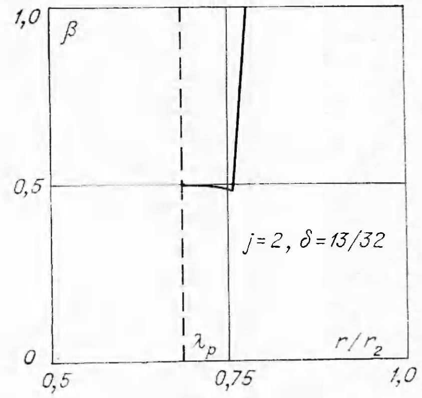
$$c=c_0+\varepsilon c_{01}+o(\varepsilon),\quad \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{o(\varepsilon)}{\varepsilon}\to 0.$$

После подстановки функций (2.2) в исходные уравнения получим для u_0, p_0, ρ_0, c_0, β_0 и u_{01}, p_{01}, ρ_{01}, c_{01}, β_{01} системы дифференциальных уравнений в частных производных. Система для главных членов разложения распадается на две. Решением газодинамических уравнений будут автомодельные функции, описывающие течение от поршня. Последняя задача хорошо изучена [6, 8]. Химические реакции при этом протекают на заданном поле течения и описываются уравнениями (1.1), (1.2), в которых каждой функции следует приписывать нижний индекс нуль.

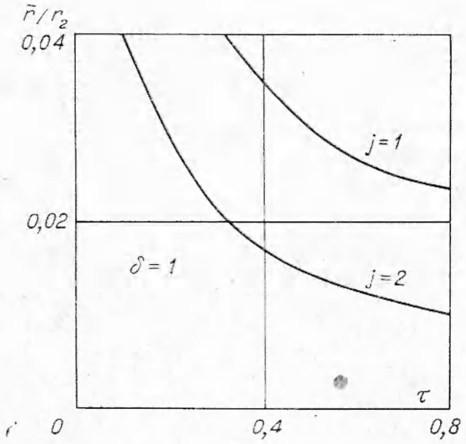
Граничные условия для u_0, p_0, ρ_0 совпадают с условиями газодинамической задачи [6, 8], $c_0=1$ на фронте ударной волны, $\beta_0=1$ на фронте воспламенения. Граничные условия для функций с индексом 01 вытекают из разложения (2.2), условий на поршне, фронте пламени и фронте ударной волны. Они могут быть получены стандартными приемами [6, 9].



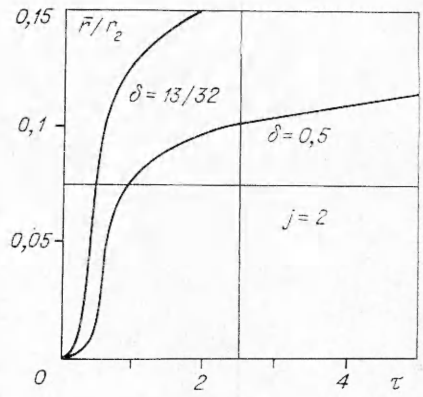
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

3. Проведены расчеты * для значений параметров $l_1 = 1$, $l_2 = l_3 = 0$, $n_1 = 0$, $n_2 = n_3 = 2$, $k_3 = k_2$, $t_* k_1\rho_1 = 15$, $E_1/Q = 1{,}74$, $E_2/Q = 0{,}347$, $E_3/Q = 1{,}347$, $t_* = 10^{-7}$ с, $t_* k_2 \rho_1^2 Q^2 = 4{,}16$, $Q = 4\cdot 10^{10}$ эрг/г, $\rho_1 = 0{,}5\cdot 10^{-3}$ г/см^3, $\gamma = 4/3$.

Эти постоянные выбраны так, чтобы уравнения кинетики соответствовали временам индукции и результирующей реакции для стехиометрической смеси водорода с кислородом. Расчеты проводились для ударных волн, движущихся с постоянной скоростью — $\delta = 1$, и для затухающих ударных волн — $\delta < 1$.

На фиг. 1, 2 дано распределение концентрации β по пространству. Вычисления показали, что для концентрации велика роль обратной реакции. На фиг. 3, 4 представлено расстояние $\bar{r}$ между фронтом ударной волны r_2 и фронтом воспламенения $r_{\text{в}}$. Из приведенных расчетов следует, что при $\delta = 1$ с ростом времени $\tau = t/t_*$ время задержки воспламенения не увеличивается, реакция протекает фактически непосредственно за фрон-

* Эти расчеты были проведены Н. С. Захаровым в его дипломной работе, выполненной в Московском физико-техническом институте в 1973 г.

том ударной волны и не происходит расщепления детонационной волны на обычный скачок уплотнения и фронт пламени. При $\delta < 1$ уже в моменты времени, близкие к начальному, зона воспламенения отделяется от ударного фронта, время индукции возрастает, что приводит к распаду детонационной волны на простой скачок уплотнения и фронт пламени. Расчеты показали также сильную зависимость фронта воспламенения от энергии активации E_1.

Заметим, что случай движения поршня при $\delta < 1$ может моделировать влияние продуктов взрыва инициирующего заряда на развитие детонации. Специально рассчитан вариант $\delta = \delta_1 = 13/32$ для сравнения с развитием поршня при точечном взрыве, $\delta = \delta_0 = 2/5$ без поршня ($\delta_1 - \delta_0 < 0{,}01$). Оказалось, что в окрестности ударной волны течения близки друг к другу (для сравнения со случаем взрыва см. работы [3, 4, 10]).

О точности расчета газодинамических функций можно судить по следующим данным. В интегральном законе сохранения массы при вычислениях сохранялось семь значащих цифр. Далее, при $Q = 0$ система (1.3) допускает интеграл адиабатичности [6], который выполнялся при расчетах с точностью до тысячных долей процента. Во всех расчетах отношение энергии, выделившейся при сгорании, к работе поршня не превышало 10%, $\varepsilon \leqslant 0{,}1$.

Таким образом, движение химически активного газа, вытесняемого поршнем, движущимся по закону $r_p = \lambda_p t^\delta$, можно разбить на две стадии. Начальная, когда количество энергии, выделившейся при горении, мало по сравнению с работой поршня. На этой стадии течение описывается формулами, дающими решение задачи о поршне. На фоне этого течения происходят химические реакции. Вторая стадия отличается тем, что в ней необходим учет энергии, выделившейся при химической реакции. Решения, полученные в начальной стадии, могут служить начальными данными для расчета более поздних стадий с использованием конечно-разностных методов. Рассмотренная выше методика может быть применена также к задачам о возбуждении неравновесных состояний в газе и расчете населенностей энергетических уровней молекул и атомов за ударными волнами (или в течениях расширения). Уравнения (1.1), (1.2) здесь заменятся на уравнения кинетики неравновесных процессов.

Поступила 18 VII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Коробейников В. П.** Задача о точечном взрыве в детонирующем газе.— «Astronautica Acta», 1969, vol. 14, N 5, p. 411—419.
2. **Бишимов Е., Коробейников В. П., Левин В. А., Черный Г. Г.** Одномерные нестационарные течения горючей смеси газов с учетом конечной скорости химических реакций.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1968, № 6, с. 7—19.
3. **Течение** газа с экзотермическими реакциями за ударными волнами. Отчет Ин-та механики МГУ, 1969, № 1000.
4. **Течения** газа с экзотермическими реакциями за ударными волнами. Отчет Ин-та механики МГУ, 1970, № 1103.
5. **Коробейников В. П., Левин В. А., Марков В. В.** Взрыв в горючей смеси газов.— «Науч. труды Ин-та механики МГУ», 1971, № 11.
6. **Седов Л. И.** Методы подобия и размерности в механике. М., Гостехиздат, 1967.
7. **Lee J. H., Knystautas R.** Laser spark ignition of chemically reactive gases.— «AIAA J.», 1969, vol. 7, N 2, p. 312.
8. **Григорян С. С.** Задача Коши и задача о поршне для одномерных неустановившихся движений газа (автомодельные движения).— ПММ, 1958, т. 22, вып. 2.
9. **Овсянников Л. В.** Лекции по газовой динамике. Новосибирск, 1971.
10. **Левин В. А., Марков В. В.** Исследование возникновения детонации при концентрированном подводе энергии.— ФГВ, 1975, № 5.