ПМТФ, № 2, 1975

УДК 537.530

ВОЗМУЩЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ИСТОЧНИКОМ ГАММА-КВАНТОВ

Г. Г. Виленская, Ю. А. Медведев, Г. В. Федорович, Б. М. Степанов

(*Москва*)

На основе результатов численного интегрирования системы уравнений Максвелла, описывающей пространственно-временные изменения полей, исследовались возмущения магнитного поля вблизи нестационарного источника гамма-квантов, а также радиоизлучение, связанное с этими возмущениями.

1. Физическая картина явлений, приводящих к возмущению магнитного поля нестационарным источником гамма-квантов, и качественные закономерности, характеризующие эти возмущения, и их зависимость от исходных параметров в настоящее время, по-видимому, могут считаться выясненными в работах [1, 2]. С количественной стороны этот вопрос менее изучен. Так, в работе [1] при оценке амплитуд полей в зоне токов и в излученном сигнале решались приближенные уравнения, получающиеся из уравнений Максвелла при пренебрежении в них пространственными производными. В рамках этого приближения учитываются лишь «локальные» возмущения внешнего поля в зоне токов и не учитываются эффекты распространения поля вместе с импульсом гамма-квантов из внутренних областей. От этого недостатка свободен подход, использованный в работе [2], где оценены амплитуда и временная зависимость возникающих полей, однако лишь на основе анализа решения некоторой модельной задачи. Не останавливаясь подробнее на преимуществах и недостатках, развитых в упомянутых работах приближенных методов оценки полей, отметим, что к настоящему времени не опубликовано решение задачи о возмущении магнитного поля источником гамма-излучения в достаточно общей постановке, без каких-либо существенных упрощений.

Ниже описывается постановка задачи для численного интегрирования уравнений, описывающих возмущения, кратко излагается схема счета, приводятся и обсуждаются полученные количественные результаты.

2. Как и в работах [1, 2], возмущения магнитного поля под действием импульса гамма-квантов, испускаемого нестационарным изотропным источником в воздухе нормальной плотности, будем описывать системой уравнений

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}(\sigma\mathbf{E} + \mathbf{j});$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — электрическое и магнитное поля; σ — проводимость воздуха, развивающаяся под действием гамма-излучения; γ — составляющая плотности тока, возникающая вследствие закручивания комптоновских электронов в электромагнитном поле; c — скорость света. Плотность воздуха и невозмущенное магнитное поле $\mathbf{H}_0$ считаем однородными в пределах объема, наиболее существенного для возбуждения излучаемого сигнала.

Совершенно естественно, что нестационарный источник гамма-квантов нужно считать расположенным достаточно высоко над поверхностью земли, которая играет роль проводящей подстилающей поверхности.

В дальнейшем используем безразмерную координату $x=\mu r$ и время $y=\mu ct$ и, следуя [1], учитываем электронную проводимость воздуха

$$\sigma = e\omega\mu^3\nu N \frac{e^{-x}}{4\pi x^2} r(y-x), \tag{2.1}$$

где безразмерная функция $r(y)$ находится из уравнения

$$\frac{dr}{dy} + \frac{\gamma}{\mu c} r = f(y); \quad r(0)=0. \tag{2.2}$$

При подсчете плотности тока учтем, что на комптоновский электрон, движущийся в среднем радиально, действует сила Лоренца $\mathbf{E}+{}^1/_c[\mathbf{vH}]$. В результате отклонения комптоновского электрона в магнитном и электрическом полях возникает поперечная компонента тока

$$j_\varphi = \frac{el}{\varepsilon}(E_\varphi + H\vartheta) j_r, \tag{2.3}$$

где

$$j_r = e\mu^4 lNc \frac{e^{-x}}{4\pi x^2} f(y-x) \tag{2.4}$$

— радиальная составляющая плотности тока комптоновских электронов. В соотношениях (2.1) — (2.4) $l \simeq 3$ м и $\mu^{-1} \simeq 250$ м — средний пробег комптоновского электрона и гамма-кванта; e, ω, γ, ϑ — соответственно заряд, подвижность, коэффициент прилипания вторичного электрона и число вторичных электронов, рождаемых одним комптоновским; N — полное число гамма-квантов, испущенных источником; ε — энергия комптоновского электрона; $f(y)$ — интенсивность источника в зависимости от времени $\left(\int\limits_0^\infty f(y)\,dy = 1\right)$. Поведение источника во времени аппроксимируется зависимостью

$$f(y) = \frac{1}{I} \frac{ye^{\Omega y}}{A + e^{(\Omega+\Delta)y}}; \quad I = \int\limits_0^\infty \frac{ye^{\Omega y}}{A + e^{(\Omega+\Delta)y}} dy; \ \Omega, \ \ \Delta, \ \ A \text{ — const.}$$

В стадии возрастания эта зависимость приближенно описывает поведение источника, принятое в [3] ($e^{+\alpha t}$, где $\alpha = 10^8$ с$^{-1}$), а в стадии затухания — принятое в [4, 5] ($e^{-\beta t}$, где $\beta = 10^6$ с$^{-1}$). Таким образом, выбранная зависимость дает возможность единым образом описать все стадии процесса.

Введем новые функции H, h, $\mathscr{E}$

$$H_r(r, \vartheta, t) = H_0 \cdot H(x, y) \cos\vartheta;$$

$$H_{\vartheta}(r, \vartheta, t) = H_0 \frac{h(x, y)}{x} \sin \vartheta;$$

$$E_{\varphi}(r, \vartheta, t) = H_0 \frac{\mathscr{E}(x, y)}{x} \sin \vartheta$$

(использована сферическая система координат с осью z вдоль начального поля), удовлетворяющие уравнениям

$$\frac{\partial h}{\partial x} + H = \frac{\partial \mathscr{E}}{\partial y} + [K + M]\mathscr{E} + Mh; \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial \mathscr{E}}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial y}; \quad \frac{2\mathscr{E}}{x^2} = -\frac{\partial H}{\partial y};$$

$$K(x, y) = k\frac{e^{-x}}{x^2} r(y - x), \quad k = \frac{e\omega\mu^2\nu N}{c};$$

$$M(x, y) = m\frac{e^{-x}}{x^2} f(y - x), \quad m = \frac{e^2 l^2 \mu^3 N}{\varepsilon}.$$

В начальный момент $H(x, 0)=1$, $h(x, 0)=-x$, $\mathscr{E}(x, 0)=0$. Решение системы (2.5) будем искать в области $a \leqslant x \leqslant y$ ($a \ll 1$). Для обеспечения единственности решения потребуем выполнения граничных условий: при $x=a$, $\mathscr{E}(a, y)=0$, а при $x=y$, $\mathscr{E}+h=-x$ и $H=1$. Условие при $x \to 0$ соответствует задаче, в которой источник окружен идеально проводящей сферой малого радиуса a. Условия при $x=y$ состоят в непрерывности величин $E_{\varphi}+H_{\vartheta}$ и H_r на фронте возмущения, распространяющегося со скоростью света.

3. При численном решении* системы (2.5) использовалась прямоугольная сетка в полосе $a \leqslant x \leqslant 60$; $0 \leqslant \tau < \infty$ в плоскости (x, τ), где $\tau \equiv y-x$. Уравнения решались методом прогонки по переменной x при каждом значении τ. При решении использовалась устойчивая схема (это обстоятельство исследовалось особо), имеющая второй порядок аппроксимации по Δx и первый — по $\Delta \tau$.

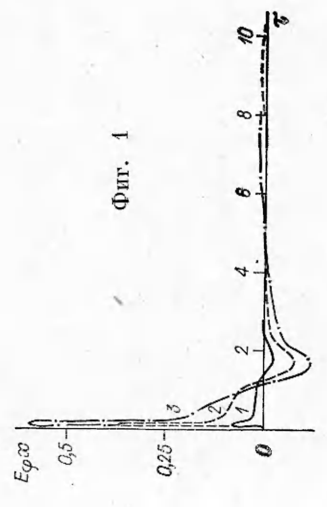
Приведем результаты численного решения задачи. Конкретные расчеты выполнены для следующих значений безразмерных констант: $\Omega=250$, $\Delta=8{,}3$, $A=2{,}93 \cdot 10^9$, $a=0{,}01$ и при значениях констант $k=1{,}54 \cdot 10^5$, $m=80$.

На фиг. 1—3 представлены временные зависимости компонент электромагнитного поля E_{φ}, ΔH_{ϑ}, H_r соответственно. Различные кривые соответствуют различным расстояниям от источника *1* — $x=0{,}4$, *2* — $x=2$, *3* — $x=6$. Дальнейшее увеличение x не приводит к изменению временной зависимости полей, и это свидетельствует о том, что волновой сигнал здесь уже сформировался. Помимо значений констант $k=1{,}54 \cdot 10^5$ и $m=80$ при расчетах полей использовались значения $k=1{,}54 \cdot 10^7$ и $m=8 \cdot 10^3$, соответствующие стократному увеличению активности источника. Результаты представлены на фиг. 4—6.

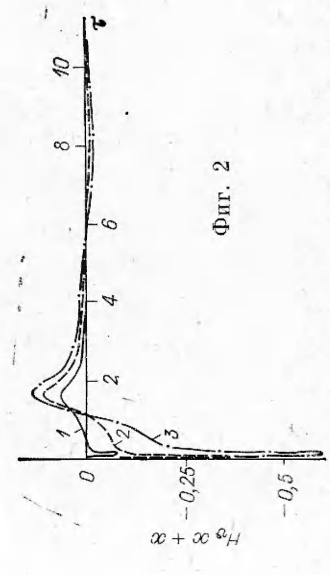
4. Обсудим полученные результаты. Основные физические особенности поведения полей были выяснены при анализе решения модельных задач в работе [2]. Интересно сопоставление качественных результатов, полученных в этой работе, с точными зависимостями, приведенными в п. 3. Как видно из фиг. 1, 2, 4, 5, на больших расстояниях от источника (фактически вне зоны токов) величина $E_{\varphi}(\tau)$ совпадает с величиной $-\Delta H_{\vartheta}(\tau)$ на протяжении длительности всего сигнала. Это свойство присуще любым

---

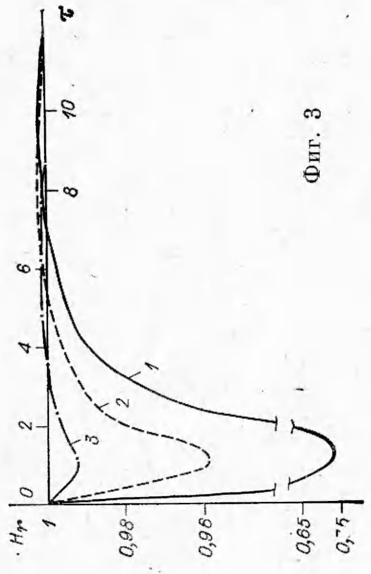
* Основные идеи схемы численного интегрирования принадлежат А. А. Милютину и Е. И. Динабургу.



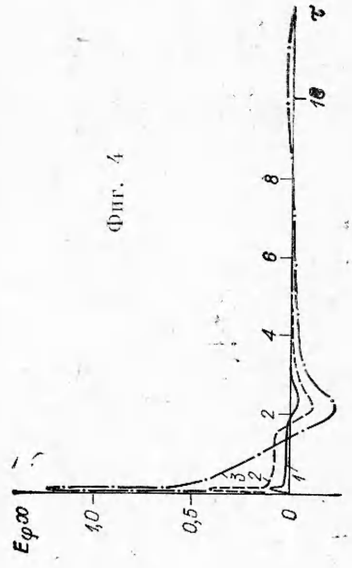
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

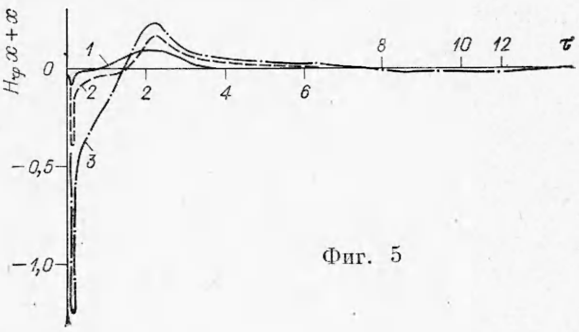


Фиг. 4

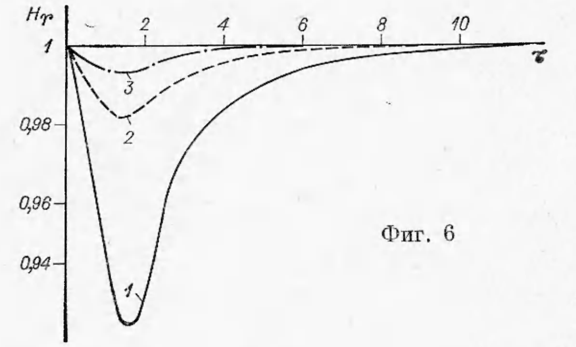
электромагнитным сигналам в волновой зоне, однако в рассматриваемом случае оно имеет место для полей на фронте сигналов и в зоне токов, что нетривиально. Причиной, приводящей к равенству

(4.1) $E_\varphi + \Delta H_\vartheta = 0$

для волновых полей, является «поперечность» электромагнитных волн, т. е. малость величины продольных компонент полей по сравнению с поперечными. Можно заметить, что свойство «поперечности» присуще полям на фронте импульса и в зоне токов, что следует непосредственно из результатов численного интегрирования. Действительно, в начальные моменты времени ($\tau \lesssim 0{,}1 \div 0{,}2$) величины компонент E_φ и ΔH_ϑ достигают, например, на расстоянии $x=0{,}4$ значения $\approx 0{,}2 H_0$, в то время как в той же точке $\Delta H_r \approx 0{,}03\ H_0$. В более поздние моменты времени ($\tau \simeq 0{,}5 \div 1{,}0$ в зоне токов ($x \lesssim 1$) сравниваются величины компонент поля E_φ, ΔH_ϑ и H_r, при этом соотношение (4.1) не имеет места. Используя (4.1) и малость величины ΔH_r, можно существенно упростить систему (2.5) и получить ряд довольно общих соотношений, например, для электрического поля. Можно показать, что в момент достижения максимума потока гамма-квантов электрическое поле также максимально, причем его зависимость от координаты $r=\mu^{-1}x$ имеет вид



Фиг. 5



Фиг. 6

(4.2) $$E = \frac{H_0\Lambda}{x}\varkappa\int\limits_0^x \exp\left(-\varkappa\int\limits_{x'}^{x}\frac{e^{-x''}}{(x'')^2}\,dx''\right)\frac{e^{-x'}}{x'}\,dx',$$

где $\Lambda = K/M$, а $\varkappa \equiv \frac{k\mu c}{2\gamma} f_{\max}$ — безразмерный коэффициент, величина которого в вариантах с приведенными результатами вычисления составляет $\approx 10^4 \div 10^6$. Поэтому в зоне токов экспонента в подынтегральном выражении отлична от нуля лишь при x', достаточно близких к x. Заменим

$$\varkappa\int\limits_{x'}^{x}\frac{e^{-x''}}{(x'')^2}\,dx'' \approx \varkappa\,(x-x')\,\frac{e^{-x}}{x},$$

тогда из (4.2) следует

(4.3) $E \approx H_0\Lambda.$

Эта оценка весьма приближенная, однако позволяет сделать вывод о том, что амплитуда электрического поля в ближней зоне слабо меняется с изменением расстояния и активности источника.

Если обратиться к результатам численного интегрирования системы, то можно заметить, что при увеличении активности источника на два порядка амплитуда электрического поля на фронте импульса, например при $x=0{,}4$, меняется от $\approx 0{,}19 H_0$ до $\approx 0{,}22\ H_0$. При постоянной активности источника при изменении x в пределах $0{,}4 \div 2{,}0$ электрическое поле меняется от $0{,}19\ H_0$ до $0{,}18\ H_0$ (см. фиг. 1) При дальнейшем увеличении x, когда электромагнитный импульс выходит из зоны токов, изменения поля становятся гораздо существеннее. Применительно к полю выражение (5.2) при $x \ll 1$, когда $\varkappa e^{-x} < 1$, можно записать в виде

$$E \approx \frac{H_0 \Lambda}{x} \varkappa \int\limits_0^\infty \exp\left[-\varkappa \int\limits_{x'}^\infty \frac{e^{x''}}{(x'')^2}\, dx''\right] \frac{e^{-x'}}{x'}\, dx'. \tag{4.4}$$

Из (4.4) следует, что амплитуда поля вне зоны токов должна убывать обратно пропорционально расстоянию. Численные расчеты подтверждают, что при изменении x от 6 до 10 величина $E_\varphi x$ практически остается неизмененной (см. фиг. 1, 4).

Что касается абсолютной величины поля в зоне токов, то, как следует из (4.3), она определяется величиной $\Lambda \equiv M/K \approx 5 \cdot 10^{-2}$, что согласуется с результатами численного расчета.

Перейдем к волновому полю. Прежде всего отметим совпадение общего характера изменения поля излучения, предсказанного в [2] и полученного в результате численных расчетов. Действительно, излученный сигнал имеет три полупериода: амплитудное значение поля в первом полупериоде больше, чем во втором, а во втором — больше, чем в третьем. Длительность фронтового импульса поля (на уровне 0,5 от максимального значения) примерно соответствует характерной длительности действия $\tau \approx 0{,}06$ для источников любой интенсивности (изменявшейся при расчетах на два порядка), что согласуется с результатами работы [2]. Амплитуда поля при увеличении активности в 100 раз увеличивается примерно вдвое (см. фиг. 1, 4), что соответствует найденной в [2] логарифмической зависимости амплитуды от активности источника. Характерная длительность полупериодов сигнала составляет величину (в безразмерных единицах τ) порядка нескольких единиц, что непосредственно связано с характерным размером источника (который в данном случае также составляет несколько единиц). Заметим, что при численном интегрировании в одном из вариантов длина пробега гамма-квантов была увеличена вдвое, при этом вдвое увеличивались длительности второго и третьего полупериодов сигнала. Таким образом, можно констатировать удовлетворительность физической картины возмущения магнитного поля, приведенной в [2]. Совокупность результатов данной работы [2] можно, по-видимому, рассматривать как полное описание явления возмущения поля источником гамма-квантов в воздухе нормальной плотности.

Поступила 15 IV 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. **Karzas W. J., Latter R.** The Electromagnetic Signal due to the interaction of Nuclear Explosion with Earth's Magnetic Field. J. Geoph. Res., 1962, v. 67, N 12.
2. **Медведев Ю. А., Степанов Б. М., Федорович Г. В.** Радиоизлучение нестационарным источником гамма-квантов, сопровождающее возмущение геомагнитного поля. Геомагн. и аэроном. 1972, т. 12, № 2.
3. **Karzas W. J., Latter R.** Electromagnetic radiation from a nuclear explosion in Space. Phys. Rev., 1962, v. 126, N 6.
4. **Компанеец А. С.** Радиоизлучение атомного взрыва.— ЖЭТФ, 1958, т. 35, № 6.
5. **Gilinsky. V.** Kompaneets Model for Radio Emission from a Nuclear Explosion. Phys. Rev., 1965, v. 137, N 1A.