

горении ВВ также имеет место предварительное облучение k -фазы светом. Авторами указанных выше работ установлено, что после облучения химическая активность твердой фазы, как правило, возрастает, причем это возрастание более велико при малых количествах поглощенной веществом энергии, чем при больших.

Авторы признательны А. А. Ковальскому за внимание к работе и замечания.

Поступила 7 I 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Похил П. Ф., Белов М. М. Поджигаемость порохов лучистой энергией. АН СССР, Физика взрыва. 1956, Сб. № 5.
2. Avery, W. H. Radiation effects in propellant burning. J. Phys. a Coll. Chem. 1950, vol. 54, No 6. (Русск. пер.: Радиационные эффекты, сопровождающие горение метателных взрывчатых веществ. ИЛ., «Вопросы ракетной техники», 1951, № 5.
3. Penner S. S. Effect of Radiation on the Rate of Burning of Solid Fuel Rocket Propellants. Mass Emissivity of Powder Gases in Solid Fuel Rockets, J. Appl. Phys., 1948, vol. 19, No 3.
4. Плюхин Б. И. On the Stationary Theory for Heat Balance of Powder and Explosive Condensed Phases. Fighth Symposium (International) on combustion, Baltimore, 1960, p. 734—745.
5. Коротков А. И. и Лейпунский О. И. Зависимость температурного коэффициента скорости горения пороха при атмосферном давлении от температуры пороха. «Физика взрыва», Изд. АН СССР, 1953, сборник № 2.
6. W. E. Garner, J. Maggs. The action of ultra-violet radiation on barium and strontium azides. Proc. Roy. Soc., 1939, A 172.
7. Thomas J. N. and Tompkins F. C. The photodecomposition of barium azide. Proc. Roy. Soc., 1951, A 209.
8. Грасси Н. Химия процессов деструкции полимеров. М., ИЛ, 1959.

О СТРУКТУРЕ ФРОНТА ПЛАМЕНИ

А. С. Плешанов

(Москва)

Найдены в первых двух приближениях (по квадрату числа Маха M^2) решения уравнений гидродинамики с учетом химических реакций. Обнаружено, что в стационарном случае давление перед фронтом пламени, изменяясь пропорционально M^2 , возрастает при $P > 1$ или убывает при $P < 1$ (P — число Прандтля). Для нестационарного случая приводятся качественные распределения температуры, давления, плотности и скорости по потоку.

При наличии диффузионных процессов и химических реакций к известным гидродинамическим уравнениям

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma'_{ik}}{\partial x_k} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \varepsilon + \frac{\rho v^2}{2} \right) = - \operatorname{div} \left[\rho \mathbf{v} \left(w + \frac{v^2}{2} \right) - (\sigma' \mathbf{v}) + \mathbf{q} \right] \quad (3)$$

(обозначения согласно [1]) следует добавить K уравнений непрерывности для каждой химической компоненты K_i ($i = 1, \dots, K$), принимающей участие в R реакциях R_s ($s = 1, \dots, R$). Ниже используется следующая форма этих уравнений:

$$\rho \frac{dc_i}{dt} = - \operatorname{div} \mathbf{i}_i - \sum_s m_i v_{is} \varphi_s \quad (4)$$

где c_i — доля массы, \mathbf{i}_i — диффузионный поток, m_i — молекулярный вес [г/моль] компоненты K_i , затем φ_s — скорость R_s [моль/см³сек] и v_{is} — стехиометрический коэффициент K_i в R_s .

Для одномерных стационарных течений однократное интегрирование выписанных уравнений дает (в обозначениях [1])

$$\rho v = j = C_1, \quad j c_i + i_i + \sum_s m_i v_{is} \int_{-\infty}^x \varphi_s dx = C_{2i}, \quad (p + \rho v^2) - \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta\right) \frac{dv}{dx} = C_3 \quad (5)$$

$$j \left(w + \frac{v^2}{2}\right) - \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta\right) v \frac{dv}{dx} + q = C_4 \quad (6)$$

где C с индексами — постоянные интегрирования. Введем в рассмотрение выражение для теплового потока [1]

$$q = -\kappa \frac{dT}{dx} + \sum_i w_i i_i$$

и безразмерные переменные

$$\chi = j \int \frac{c_p}{\kappa} dx, \quad \theta = \frac{T}{T_{1,2}}, \quad \pi = \frac{p}{p_{1,2}}, \quad \lambda = \frac{V}{V_{1,2}} = \frac{\rho_{1,2}}{\rho}$$

Считая теплоемкости постоянными, представим (5) и (6) в безразмерном виде

$$(\pi - 1) + \gamma \varepsilon \left[(\lambda - 1) - P \frac{d(\lambda - 1)}{d\chi} \right] = 0 \quad (7)$$

$$\left[(\theta - 1) - \frac{d(\theta - 1)}{d\chi} \right] + \frac{\gamma - 1}{2} \varepsilon \left[(\lambda^2 - 1) - P \frac{d(\lambda^2 - 1)}{d\chi} \right] - \frac{1}{\gamma c_p T_{1,2}} \sum_s Q_{p_s} \int_{-\infty}^x \varphi_s dx = 0$$

$$\left(\gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad Q_{p_s} = \sum_i v_{is} m_i v_i, \quad V \bar{\varepsilon} = M_{1,2} = \frac{v}{c_{1,2}}, \quad P = \frac{(\frac{4}{3} \eta + \zeta) c_p}{\kappa} \right) \quad (8)$$

(индексы 1,2 относятся к состояниям соответственно при $\chi = \mp \infty$). Здесь Q_{p_s} — молярный тепловой эффект R_s при $p = \text{const}$, $M_{1,2}$ — число Маха, P — число Прандтля¹⁾.

Уравнение состояния принимаем в виде

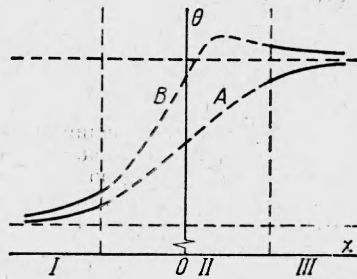
$$\pi \lambda \mu = \theta \quad \left(\mu = \frac{m}{m_{1,2}} \right)$$

Для медленного горения параметр ε мал, поэтому будем искать решения выписанной системы в виде

$$f = 1 + \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k f^{(k)}$$

Для простоты будем считать $P = \text{const}$.

Нетрудно убедиться, что состоянию за фронтом пламени ($\chi > 0$) отвечают только тождественные решения $\theta = \pi = \lambda = 1$.



Фиг. 1

Для состояния перед фронтом пламени ($\chi < 0$) в нулевом приближении имеем

$$\pi^{(0)} = 0, \quad \theta^{(0)} = \lambda^{(0)} = C_1 e^{\chi} > 0. \quad (9)$$

где C_1 — константа, определяемая из условия сшивки решений. Выражение для $\theta^{(0)}$ есть известное решение Михельсона [1]. В следующем приближении

$$\pi^{(1)} = \gamma (P - 1) \theta^{(0)}, \quad \lambda^{(1)} = \theta^{(1)} - \pi^{(1)} (1 + \theta^{(0)})$$

$$\theta^{(1)} = C_2 e^{\chi} - \frac{\gamma - 1}{2} \left[(2P - 1) \theta^{(0)} + 2(P - 1) \chi \right] \theta^{(0)} \quad (10)$$

где C_2 — константа, аналогичная C_1 , и, наконец, во втором приближении

$$\pi^{(2)} = -\frac{\gamma(\gamma - 1)}{2} \left[(2P - 1) \theta^{(0)} + 2(P - 1) \right] \theta^{(0)} \quad (11)$$

¹⁾ Число Прандтля, применяемое здесь, если отвлечься от второй вязкости, в $4/3$ раза больше обычного выражения $P = \eta c_p / \kappa$.

Для изменения давления перед фронтом пламени получаем

$$\frac{p - p_1}{p_1} = \gamma M_1^2 (P - 1) \frac{T - T_1}{T_1} + O(M_1^4) \quad (12)$$

Существенно, что при $P > 1$ давление перед фронтом пламени возрастает по мере приближения к фронту и наоборот при $P < 1$ — убывает. Отметим, что повышение давления перед фронтом пламени при $P > 1$ может быть источником возмущений.

Для состояния в зоне горения имеем в нулевом приближении

$$\tau^{(0)} = 0, \quad \lambda^{(0)} = \theta^{(0)} = \frac{d\theta^{(0)}}{d\chi} + \frac{1}{j c_p T_{1,2}} \sum_s Q_{Fs} \int_{-\infty}^x \varphi_s dx \quad (13)$$

и в первом

$$\tau^{(1)} = - \frac{\gamma}{j c_p T_{1,2}} \sum_s Q_p \int_{-\infty}^x \varphi_s dx \quad (14)$$

Эти результаты получены при условиях $P = 1$ и $\mu = 1$. Для экзотермических реакций очевидно $\tau^{(1)} < 0$.

Таким образом, если перед фронтом пламени $\delta p_1 / p_1 > 0$ или $\delta p_1 / p_1 < 0$ соответственно при $P > 1$ и $P < 1$ и пропорционально M_1^{-2} , то в области фронта $\delta p_1 / p_1 < 0$ и пропорционально $M_1^2 (q / c_1^2)$ (q — тепловой эффект реакции [кал/г]); при этом $M_1^2 \ll 1$ и $q / c_1^2 \sim 10$, если, например, $Q_p \sim 10^4$ кал / моль, $\mu \sim 50$ г / моль, $c_1 \sim 300$ м / сек.

Обратимся к рассмотрению нестационарной системы уравнений вне фронта пламени. Удобнее вместо уравнения 3 использовать эквивалентную форму

$$\rho \frac{dw}{dt} - \frac{dp}{dt} = \sigma'_{ik} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \text{div} q$$

Считая по-прежнему теплоемкости среды постоянными, рассмотрим последнее уравнение в нулевом приближении (по M^2)

$$\rho c_p \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \right) T = \text{div} (\kappa \nabla T)$$

Комбинируя это уравнение с уравнением непрерывности (1) и используя уравнение состояния, где $p = \text{const}$, получим

$$\delta \mathbf{v} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_{1,2} = (\kappa / c_p) \nabla V \quad (15)$$

(в цилиндрическом и сферическом случаях $\mathbf{v}_{1,2} = 0$).

В том же приближении уравнение для определения ρ для центральносимметричных течений имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + r^{-n} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^n \rho \left(v_{1,2} + \frac{\kappa}{c_p} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{\rho} \right) \right] = 0 \quad (16)$$

где $n = 0, 1, 2$ соответственно в плоском, цилиндрическом и сферическом случаях. Таким образом, расчет таких течений в нулевом приближении сводится к решению одного нелинейного параболического уравнения, для которого следует еще сформулировать конкретные начальные и граничные условия.

Обратимся к расчету изменения давления, ограничиваясь одномерным случаем. Комбинация уравнений (1) и (2) дает выражение

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[p + \rho v^2 - \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta \right) \frac{\partial v}{\partial x} \right]$$

Отсюда

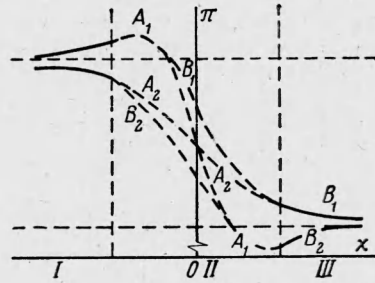
$$p = \left(\frac{4}{3} \eta + \zeta \right) \frac{\partial v}{\partial x} - \rho v^2 + \int \int \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} dx dx + \text{const}$$

В уже использованных безразмерных переменных, а также новых

$$\tau = v_{1,2} t \int \frac{c_p}{\kappa} dt, \quad v = \frac{p}{\rho_{1,2}}, \quad \sigma = \frac{v}{v_{1,2}}$$

последнее уравнение имеет вид

$$\frac{\pi - 1}{\gamma \varepsilon} = \Gamma \frac{\partial \sigma}{\partial \chi} - v \sigma^2 + 1 + \int \int \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} d\chi d\chi \quad (17)$$



Фиг. 2

Вместо (15) и (16) соответственно будем иметь

$$\sigma^{(0)} = \frac{\partial \theta^{(0)}}{\partial \chi}, \quad \frac{\partial v^{(0)}}{\partial \tau} + \frac{\partial v^{(0)}}{\partial \chi} = \frac{\partial^2}{\partial \chi^2} \ln(1 + v^{(0)}).$$

После соответствующих подстановок в (17) получим

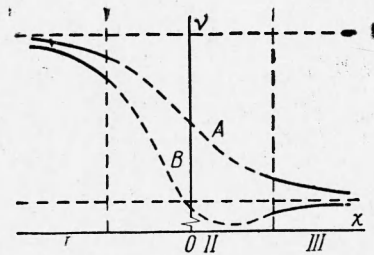
$$\pi^{(1)} = \gamma(P-1) \frac{\partial^2 \theta^{(0)}}{\partial \chi^2} = \gamma(P-1) \frac{\partial \sigma^{(0)}}{\partial \chi} \quad (18)$$

Можно показать, что для центральносимметричных течений соответствующее уравнение для p в функции r и v имеет вид

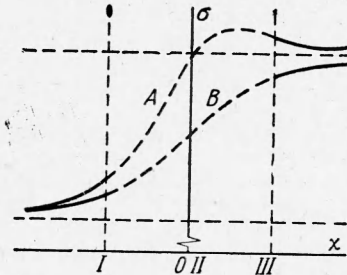
$$\frac{\partial p}{\partial r} = \left(\frac{4\eta}{3} + \xi - \frac{\kappa}{c_p} \right) \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} (r^n v) \right] - n \frac{rv^2}{r}$$

Сопоставление (18) и (10) при учете уравнений, определяющих $\theta^{(0)}$ в обоих случаях, приводит к выводу, что при совпадении начального температурного распределения со стационарным решением в случае последующего повышения температуры нестационарность увеличивает по модулю изменение давления перед фронтом пламени (за счет $\partial \theta^{(0)} / \partial \tau > 0$). Знак изменения давления по-прежнему определяется знаком неравенства $P \gtrless 1$. В отличие от стационарного случая состояния за фронтом пламени здесь могут описываться и не только тождественными решениями.

Если температурное распределение является монотонно возрастающей функцией координаты, то его кривизна за фронтом пламени отрицательна, и знак изменения давления за фронтом обратен таковому перед фронтом. Из соображений непрерывности распределение давления при $P > 1$ должно в таком случае иметь максимум у переднего края фронта пламени и минимум — у заднего края; при $P < 1$ распределение давления будет монотонно убывающей функцией координаты (во всяком случае вне фронта пламени). Распределение плотности, как это видно из уравнения состояния при $p = \text{const}$, будет монотонно убывающей функцией координаты (во всяком случае вне фронта пламени). Из (18) видно, что в данном случае скорость в нулевом приближении должна во фронте пламени проходить через максимум.



Фиг. 3



Фиг. 4

Если же температурное распределение имеет максимум во фронте пламени, то его кривизны вне фронта на достаточном удалении от него положительны, и знаки изменения давления до и за фронтом одинаковы. При $P > 1$ распределение давления должно иметь максимум у переднего края фронта пламени. При $P < 1$ оно должно иметь минимум у заднего края. Распределение плотности должно иметь минимум во фронте пламени, а распределение скорости будет монотонно возрастающей функцией координаты (во всяком случае вне фронта пламени).

Для иллюстрации полученных результатов на фиг. 1—4 приведены качественные графики безразмерных характеристик потока (температуры θ , давления p , плотности ν , скорости σ) в функции от безразмерной координаты χ . Цифрами I, II, III на графиках обозначены области соответственно до фронта пламени, фронт пламени, после фронта пламени. Буквы A, B относятся к двум возможным распределениям температуры: монотонно возрастающее распределение (A) и распределение с максимумом во фронте пламени (B). Цифры 1, 2 относятся к случаям $P > 1$ и $P < 1$.

За дискуссии благодарю Л. Н. Пятницкого, который также обратил внимание автора на возможность повышения давления на переднем крае фронта пламени.

Поступила 9 XI 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Гостехиздат, 1953.