

ВОЛНЫ В ПУЗЫРЬКОВОЙ СИСТЕМЕ ПРИ НАЛИЧИИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ В ГАЗОВОЙ ФАЗЕ

В. Ш. Шагапов, Н. К. Вахитова

(Уфа)

Движение пузырьковых сред при наличии химических реакций окисления рассмотрено в [1—3]. Характер процесса иницирования реакций горения и их интенсивность зависят от температурного режима в пузырьках. Последний, в свою очередь, определяется инерционным сжатием пузырьков, условиями межфазного теплообмена, а также тепловыми эффектами химических реакций. Для качественного анализа волновых процессов рассмотрим движение пузырьковых сред при следующих допущениях. Отсутствуют массообмен между пузырьками и жидкостью, а также дробление и слияние пузырьков. Отметим, что эти явления всегда имеют место в реальных процессах, но их влияние может быть выявлено в рамках принятых предположений варьированием параметров двухфазной смеси и значений эмпирических постоянных, входящих в теоретическую модель.

Основные уравнения. Запишем уравнения сохранения масс, числа пузырьков в единице объема и импульсов в односкоростном приближении:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_i v)}{\partial x} = 0 \quad (i = 1, 2), \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (nv)}{\partial x} = \bar{0}, \quad \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\rho = \rho_1 + \rho_2, \quad \rho_i = \alpha_i \rho_i^0, \quad \alpha_2 = 4/3 \cdot \pi n a^3, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad p = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 (p_2 - 2\sigma/a).$$

Здесь ρ_i и ρ_i^0 , α_i , v , p , n , a — соответственно средние по смеси и по фазе плотности, объемное содержание фазы, скорость, давление смеси, число пузырьков в единице объема смеси, радиус пузырьков; индексы $i = 1, 2$ относятся к параметрам, соответствующим жидкости и газу. В уравнении импульсов для пузырьковых сред можно полагать, что $\rho \approx \rho_1$, $p \approx p_1$.

Для пульсационного движения пузырьков используем уравнение Рейля — Ламба, записанное без учета вязкости и капиллярных явлений:

$$a \frac{dw}{dt} + \frac{3}{2} w^2 = \frac{p_2 - p_1}{\rho_1^0}, \quad w = \frac{da}{dt} \quad (2)$$

(w — радиальная скорость движения стенки пузырька). Кроме того, запишем выражение для давления внутри пузырьков с учетом теплового эффекта химических реакций

$$\frac{dp_2}{dt} = - \frac{3\gamma p_2}{a} w - (\gamma - 1) \rho_2^0 h \frac{dg}{dt} + \frac{3(\gamma - 1)}{a} q, \quad (3)$$

где g — концентрация реагирующей смеси; h — удельная теплота реакций; q — тепловой поток от жидкости к газу, отнесенный к единице площади межфазной поверхности. Скорость химических реакций в наиболее общем виде можно задавать следующим образом:

$$\frac{dg}{dt} = - k p_2^m \rho_2^n g^l e^{-E/RT_2}. \quad (4)$$

Здесь l и E — порядок реакции и энергия активации; k , m , n — некоторые постоянные.

Жидкость считаем несжимаемой, а уравнение состояния газовой фазы примем в виде

$$p_2 = \rho_2^0 B T_2. \quad (5)$$

Межфазный тепловой поток зададим пропорциональным разности средних температур газа в пузырьках и жидкости (последнюю будем полагать постоянной):

$$q = \lambda_2 \text{Nu} \frac{T_1 - T_2}{2a} \quad (T_1 = T_0 = \text{const}). \quad (6)$$

Здесь T_i — температура i -й фазы; λ_2 и Nu — коэффициент теплопроводности газа и число Нуссельта. В дальнейшем при численном анализе будем полагать $m = n = 0$, $l = 1$, а изменением параметров B и γ вследствие химических превращений будем пренебрегать.

Численное моделирование распространения волн в пузырьковой жидкости удобно проводить в переменных Лагранжа [4], при этом лагранжева координата x' связана с эйлеровой соотношением

$$\frac{\partial x}{\partial t} = v(x', t). \quad (7)$$

Для удобства численного анализа введем безразмерные переменные:

$$V = v/C_*, \quad W = w/C_*, \quad P_i = p_i/p_0, \quad D = a/a_0, \quad \Theta_i = T_i/T_0,$$

$$X = x/a_0, \quad X' = x'/a_0, \quad \tau = C_* t/a_0, \quad C_* = \sqrt{p_0/\rho_1^0}.$$

Здесь и далее нижний индекс нуль показывает, что параметр отнесен к начальному равновесному состоянию. Тогда систему (1)–(7) после некоторых преобразований можно привести к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \tau} &= 3\alpha_2(1 - \alpha_2) \frac{W}{D}, \quad \frac{\partial D}{\partial \tau} = W, \quad D \frac{\partial W}{\partial \tau} = P_2 - P_1 - \frac{3}{2} W^2, \\ \frac{\partial^2 P_1}{\partial X'^2} &= -3 \frac{(1 - \alpha_{20})^2}{1 - \alpha_2} \frac{\alpha_2}{D^2} \left(P_2 - P_1 + \frac{1}{2} W^2 \right), \\ \frac{\partial P_2}{\partial \tau} &= -\frac{3\gamma P_2 W}{D} - \frac{(\gamma - 1)H}{D^3} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{1 - \Theta_2}{D^2 \tau}, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = -K g e^{\beta(\Theta_2 - 1)/\Theta_2}, \\ \frac{\partial V}{\partial \tau} &= -\frac{1}{1 - \alpha_{20}} \frac{\partial P_1}{\partial X'}, \quad \frac{\partial X}{\partial \tau} = V(X', \tau), \quad \Theta_2 = P_2 D^3, \\ \tau_\tau &= \frac{2}{3} \frac{\text{Pe}}{\gamma \text{Nu}}, \quad \text{Fe} = \frac{a_0 C_*}{\rho_2^0 \lambda_2}, \quad K = k a_0 e^{-\beta}/C_*, \\ \beta &= E/RT_0, \quad H = \rho_{20}^0 h/p_0, \quad \kappa_2 = \lambda_2/\rho_{20}^0 c_{p2}, \quad c_{p2} = \gamma B/(\gamma - 1). \end{aligned} \quad (8)$$

Схема мгновенного воспламенения. Полагаем, что при достижении температуры T_* температура в пузырьках мгновенно изменяется на некоторую величину $\Delta T = h/c_{v2}$ ($c_{v2} = B/(\gamma - 1)$). Физически это соответствует тому, что период индукции химических реакций значительно меньше характерного времени пульсации пузырьков. Тогда зона, где происходят химические реакции, заменяется скачком, и поэтому слагаемые из-за тепловых эффектов химических реакций в уравнении для давления (3), а также в пятом уравнении (8) опустятся. Решение системы (8) в общем случае зависит от следующих безразмерных постоянных: γ , α_{20} , τ_τ , $\Theta_* = T_*/T_0$, $\Delta\Theta = \Delta T/T_0$ ($\Delta\Theta = (\gamma - 1)H$). На основе системы (8) проведены расчеты по выявлению особенностей эволюции волны типа «ступенька» и уединенная волна.

Если амплитуда исходной волны мала настолько, что температура пузырьков в волне меньше T_* (или $\Theta_2 < \Theta_*$), то горячая смесь в пузырьках не воспламеняется. В этом случае имеем обычную волновую картину, характерную для газожидкостных пузырьковых сред. На рис. 1 представлена эволюция волны, когда на переднем фронте достигается критическая температура T_* . Для безразмерных постоянных принимались следующие значения: $\Theta_* = 1,06$, $\Delta\Theta = 0,3$, $\gamma = 1,4$, $\alpha_{20} = 10^{-2}$, $\tau_\tau = 1$. Числа на линиях соответствуют значениям безразмерного времени τ . Видно, что ударный импульс расслаивается на детонационную волну

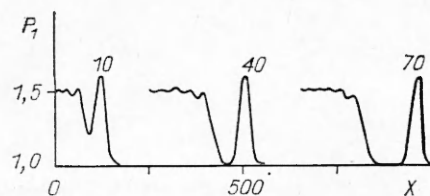


Рис. 1. Эволюция волны давления в среде при наличии воспламенения в пузырьках по схеме мгновенного воспламенения.

(ДВ), представляющую собой уединенную волну, и на ударную волну (УВ), типичную для газожидкостных пузырьковых систем. Причем как передняя ДВ по мере отделения от УВ, так и УВ выходят на стационарный режим. При этом скорость предельной ДВ зависит только от параметров смеси и не зависит от амплитуды волны инициирования. Следовательно, скорость, а также амплитуда ДВ являются собственными параметрами пузырьковой смеси.

По мере увеличения амплитуды падающей волны типа «ступенька» скорость УВ будет приближаться к скорости волны детонации и при некотором значении интенсивности падающей волны p_e^* произойдет их слияние. Для волн $p_e > p_e^*$ реализуется одноволновая конфигурация. Этот случай по аналогии с детонационными волнами в газах называется [2] пересжатой детонацией.

В силу отмеченного выше следует остановиться на анализе стационарных решений представленной выше системы уравнений. Выражения (1) в переменных Эйлера для стационарного движения допускают первые интегралы, которые запишем в виде

$$\rho_1^e (1 - \alpha_2) v = \rho_1^0 (1 - \alpha_{20}) v_0, \quad \rho_2^0 \alpha_2 v = \rho_{20}^0 \alpha_{20} v_0, \quad (9)$$

$$nv = n_0 v_0, \quad p_1 = p_0 + \rho_1^0 (1 - \alpha_{20}) v_0 (v_0 - v).$$

Допустим, существует равновесное состояние за волной. Значения параметров для этого состояния будут снабжены индексом e , причем

$$p_{2e} = p_{1e} = p_e, \quad w_e = 0, \quad T_{2e} = T_0. \quad (10)$$

Тогда, записывая левые части интегралов (9) для состояния e , а также используя уравнение состояния (5) и учитывая (10), получим

$$(\gamma M^2 - P_e) (P_e - 1) = 0, \quad (11)$$

$$M = v_0 / C, \quad P_e = p_e / p_0, \quad C = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_1^0 \alpha_{10} \alpha_{20}}.$$

Выражение (11), в свою очередь, расщепляется на следующие:

$$P_e = 1, \quad \gamma M^2 = P_e. \quad (12)$$

Первое уравнение в (12) соответствует состоянию покоя смеси или распространению уединенной волны. Второе связывает скорость УВ с ее интенсивностью в газожидкостной смеси как в случае отсутствия химической реакции с выделением тепла, так и при ее наличии и, в частности, для ударных волн, соответствующих пересжатой детонации.

На основе интегралов (9) с учетом кинематических зависимостей (1) можно получить

$$p_1 = p_0 + \rho_1^0 \alpha_{20} (1 - \alpha_{20}) v_0^3 (1 - D^3), \quad v - v_0 = v_0 \alpha_{20} (D^3 - 1). \quad (13)$$

При адиабатическом движении пузырьков ($q = 0$) для зависимости давления в пузырьках от их текущего радиуса до и после воспламенения имеем

$$\frac{p_2}{p_0} = \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3\gamma}, \quad \frac{p_2}{p_f^+} = \left(\frac{a_f}{a}\right)^{3\gamma}, \quad \frac{p_f^-}{p_0} = \left(\frac{a_0}{a_f}\right)^{3\gamma}. \quad (14)$$

Здесь a_f , p_f^- и p_f^+ — значения радиуса пузырьков, при котором произошло воспламенение, давления в пузырьках до и после воспламенения. Ис-

пользуя выражения (13) и (14), на основе уравнения пульсационного движения можно получить интеграл

$$\frac{3}{2} \rho_1^0 u^2 = \frac{p_2}{1-\gamma} - p_1 - \frac{1}{2} \rho_1^0 \alpha_{20} (1 - \alpha_{20}) v_0^2 D^3 + c D^{-5}, \quad (15)$$

где p_1 и p_2 определяются выражениями (13) и (14). Для значений постоянной c до и после воспламенения при условии $w(a_0) = 0$, а также при условии непрерывности радиальной скорости в момент воспламенения имеем

$$c = c_f^- = \frac{v_0}{\gamma-1} + \frac{1}{2} \rho_1^0 \alpha_{20} (1 - \alpha_{20}) v_0^2, \\ c = c_f^+ = c_f^- + D_f^3 \frac{F_f^+ - F_f^-}{\gamma-1}, \quad D_f = a_f/a_0. \quad (16)$$

На основе второго соотношения (2), используя (13)–(16), можно получить связь радиуса с координатой

$$\int_{a_s}^a \frac{v da}{w} = x \quad (17)$$

(a_s — значение радиуса пузырьков в начале координат). Выражения (13)–(17) обобщают известное решение, полученное в [5] и представляющее собой уединенную волну.

Анализ показывает, что при $p_f^- = p_f^+$ решение (13)–(17) ни при каком v_0 (соответствующей скорости волны) не является решением вида уединенной волны. Следовательно, при выделении энергии в пузырьках ($p_f^+ > p_f^-$) и отсутствии теплообмена между пузырьками и жидкостью не существует стационарного решения типа уединенной волны. Это обстоятельство связано с тем, что с выделением тепла в пузырьках возрастает энергия уединенной волны, представляющей собой сумму кинетических энергий поступательного движения смеси и радиального движения пузырьков, а также внутренней энергии газа в пузырьках, что в конечном счете приведет к неограниченному росту амплитуды волны. Отметим, что в газо- и парожидкостных пузырьковых системах при отсутствии химических реакций всегда происходит угасание уединенных волн главным образом из-за межфазного теплообмена и фазовых переходов.

В рассматриваемых здесь процессах, при которых в пузырьках возрастает энергия, наличие тепло- и массообменных процессов между фазами, а также вязкостной диссипации и акустического излучения пузырьков делает возможным существование стационарных уединенных волн, для которых процессы энерговыделения и рассеяния будут компенсировать друг друга. Отметим также, что приведенное аналитическое решение хорошо согласуется с численным решением исходной смеси для переднего участка детонационной волны. Поэтому нестационарное решение системы (8) в плане определения распределения давления в жидкости, например, описывается последовательной сменой стационарных решений. На основе этих аналитических решений можно получить оценки для максимальной температуры и давления внутри пузырьков в зависимости от амплитуды падающей волны. На основании (15) при отсутствии воспламенения, полагая $w = 0$, можно получить уравнения, связывающие давление в жидкости p_{1s} с давлением p_{2s} и температурой T_{2s} в пузырьках в момент их максимального сжатия:

$$\frac{p_{1s}}{p_0} = 1 + 2 \frac{[\gamma - (p_{2s}/p_0)^{1-\gamma^{-1}}]/(\gamma-1) - (p_{2s}/p_0)^{-\gamma^{-1}}}{(p_{2s}/p_0)^{-\gamma^{-1}} - 1}, \quad \frac{T_{2s}}{T_0} = \left(\frac{p_{2s}}{p_0} \right)^{1-\gamma^{-1}}. \quad (18)$$

Аналогичное выражение для максимального значения давления в пузырьках для одиночного пузырька в жидкости при воздействии на

жидкость давлением p_{1s} имеет вид

$$\frac{p_{1s}}{p_0} = \frac{(p_{2s}/p_0)^{1-\gamma^{-1}} - 1}{[1 - (p_{2s}/p_0)^{-\gamma^{-1}}](\gamma - 1)}. \quad (19)$$

Если p_{1s} отождествить со значением минимальной интенсивности волны давления [4], необходимым для воспламенения горючей смеси в пузырьках, то T_{2s} и p_{2s} , входящие в (18) и (19), можно рассматривать как некоторые оценки для температуры и давления в пузырьках, при которых происходит воспламенение. В частности, при $\gamma = 1,3$, $p_{1s}/p_0 = 20$ по формулам (18) и (19) соответственно имеем $p_{2s}/p_0 \approx 500$, $T_{2s}/T_0 \approx 4,2$ и $p_{2s}/p_0 \approx 5000$, $T_{2s}/T_0 \approx 7,1$. Из этих оценок видно, что из-за инерционного сжатия может происходить значительное повышение температуры в пузырьках.

Отметим, что в (18) и (19) не входят объемное содержание и радиус пузырьков. В то же время эксперименты [2] показывают, что критическая амплитуда волны, при которой образуется ДВ, зависит от объемного содержания пузырьков. Это, по-видимому, связано с тем, что соотношения (18) и (19) получены в пренебрежении тепловыми потерями пузырьков при их сжатии. Поэтому реальный теплообмен, зависящий от размера пузырька (и тем самым от его дробления), может привести к существенной поправке этих формул. Как известно, дробление пузырьков происходит уже при интенсивностях волн, значительно меньших наблюдаемых в экспериментах [2]. Используя критерии дробления пузырьков, полученные в [6], можно показать, что склонность к дроблению пузырьков при фиксированной амплитуде волн с увеличением объемного содержания пузырьков растёт.

Как уже отмечено, детонационная волна типа «солитон» выходит на стационарный режим, при котором выделяемая теплота химических реакций компенсируется процессом теплоотдачи пузырьков в окружающую их жидкость. Поэтому нахождение скорости ДВ и определение ее структуры сводится к нахождению постоянной v_0 (или M) и соответствующей интегральной кривой, при которой существует стационарное решение типа уединенной волны. В переменных Эйлера уравнения (1) — (4) в рамках схемы мгновенного воспламенения могут быть сведены к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом скорость v и давление в жидкости p_1 выражаются через текущее значение радиуса пузырьков соотношениями (13). Для дальнейшего первое выражение из (13) запишем в виде

$$p_1 = p_0[I + \gamma M^2(1 - D^3)]. \quad (20)$$

Из второго выражения (13) следует, что относительное изменение скорости при $D \ll 1$ удовлетворяет соотношению

$$(v_0 - v)/v_0 \leq \alpha_{20}.$$

В связи с тем, что для пузырьковой системы обычно $\alpha_{20} \ll 1$, в отмеченных дифференциальных уравнениях с относительной погрешностью порядка α_{20} можно полагать $v \approx v_0$. Затем если в систему дифференциальных уравнений ввести приведенную координату $Z = x/v_0$, то вид системы вместе с выражением (20) не будет зависеть от объемного содержания пузырьков α_{20} . Следовательно, при фиксированных значениях прочих параметров двухфазной смеси (радиуса пузырьков, в частности) безразмерная скорость детонационной волны M должна слабо зависеть от α_{20} . Этот факт имеет место в экспериментах [2] для воды с пузырьками смеси $C_2H_2 + 2,5O_2$. Из приведенных в [2] данных в диапазоне $\alpha_{20} \sim 10^{-2} \div 6 \cdot 10^{-2}$ с относительной погрешностью не более 10—15 % следует, что $M \approx 7$.

Отметим, что значение самой скорости ДВ v_0 при этом изменялось почти в 3 раза. Для максимального значения давления на основе (20)

при $D^3 \ll 1$ имеем

$$P_{1\max} \approx p_0(1 + \gamma M^2). \quad (21)$$

Для отмеченных экспериментальных данных ($\gamma \approx 1,35$) имеем $P_{1\max} = 64,7p_0$, что меньше значения высокочастотных всплесков давления, которые наблюдались в этих экспериментах. Появление таких высокочастотных всплесков давления может быть объяснено проявлением сжимаемости жидкости при радиальных движениях пузырьков, вызванных сильным повышением давления в них, а также эффектами дробления пузырьков.

Принимая вместо скорости УВ значение скорости волны детонации, на основе второго соотношения в (12) получим оценку для критической интенсивности УВ P_e^* , при которой будет реализовываться пересжатая детонация:

$$P_e^* = \gamma M^2. \quad (22)$$

В связи с тем, что безразмерная скорость детонационной волны M слабо зависит от объемного содержания пузырьков, критическая интенсивность P_e^* , согласно (22), также должна слабо зависеть от объемного газосодержания. Применительно к экспериментальным данным [2] на основе формулы (22) имеем $P_e^* = 63,7$.

Экспериментальные данные о зависимости числа Маха от объемного содержания пузырьков приведены в [7] для жидкостей различной вязкости, а также состава горючей смеси в пузырьках. Для значительной части пузырьковых систем здесь наблюдается изменение M от α_{20} в более широких пределах, чем это должно следовать из приведенного выше теоретического анализа. Этот факт можно объяснить тем, что в настоящей модели не рассматриваются фазовые переходы и полидисперсность смеси, и, главным образом, процессы дробления пузырьков.

Приведем линейный анализ системы (1)–(6) в рамках схемы мгновенного воспламенения вблизи равновесного состояния перед и за ДВ. Линеаризуя систему относительно значений параметров, соответствующих равновесному состоянию ($D = 1$, $P_2 = 1$, $W = 0$), решение ищем в виде затухающей при $X \rightarrow +\infty$ экспоненты

$$D = 1 + A_D e^{kx}, \quad W = A_W e^{kx}, \quad P_2 = 1 + A_{P_2} e^{kx}.$$

Из условия существования решения такого вида получаем следующее характеристическое уравнение:

$$H^2 = 3 \left(\gamma M^2 - \frac{\gamma H \tau_T + 1}{H \tau_T + 1} \right), \quad H = K v_0 / C_*. \quad (23)$$

Амплитуды возмущений связаны соотношениями

$$A_{P_2} = -3 \frac{\gamma H \tau_T + 1}{H \tau_T + 1} A_D. \quad (24)$$

$$A_W = H A_D, \quad (25)$$

При $X = 0$ фиксируем значение безразмерного радиуса $D < 1$ (или $A_D = D - 1$), причем D нужно взять достаточно близким к единице, чтобы в области $X \leq 0$ выполнялось линейное решение. На основании соотношений (24) можно определить остальные параметры (W и P_2) при $X = 0$. Эти значения определяют граничные условия для численного интегрирования задачи Коши в области $X > 0$.

Уравнение (23) при $M^2 > \gamma^{-1}$ имеет один положительный корень и два чисто отрицательных или комплексно-сопряженных с отрицательной действительной частью корня (при $M^2 \leq \gamma^{-1}$ положительный корень отсутствует). Это обстоятельство обеспечивает единственность интеграль-

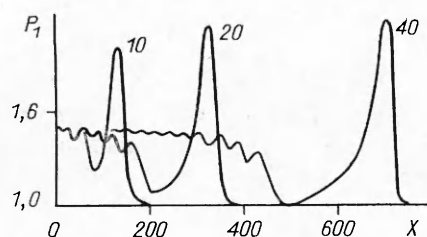


Рис. 2. Эволюция волны давления в пузырьковой среде при учете кинетики химических реакций.

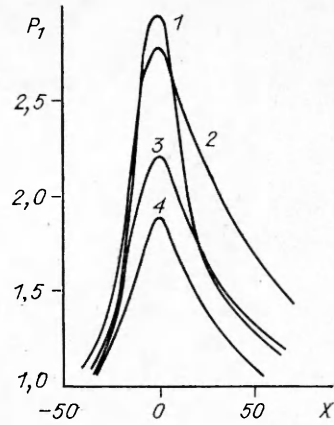
ной кривой, сходящейся при $\bar{X} \rightarrow -\infty$ к особой точке, соответствующей начальному равновесному состоянию. Наличие двух отрицательных корней (или комплексно-сопряженных корней с отрицательной действительной частью) не исключает возможности существования интегральной линии, сходящейся при $X \rightarrow +\infty$ к той же особой точке, соответствующей начальному равновесному состоянию. Определение скорости волны детонации v_0 (или M), если она существует при заданных значениях α_{20} , γ , Θ_* , $\Delta\Theta$, τ_r , и соответствующей интегральной кривой, описывающей структуру детонационной волны, проводилось методом «пристрелки». Иначе говоря, значение v_0 (или M) определялось из условия, чтобы соответствующая интегральная линия имела вид уединенной волны. При расчетах для выхода из начального равновесного состояния использовались выражения (23) и (24).

Результаты расчетов с учетом кинетики реакций. На рис. 2 приведены результаты расчетов эволюции волны при следующих значениях безразмерных параметров: $\alpha_{20} = 10^{-2}$, $\gamma = 1,4$, $H = 1$, $\tau_r = 5$, $\beta = 150$, $K = 10^{-5}$. Числа на кривых соответствуют значениям безразмерного времени τ . Вследствие сжатия пузырьков и наличия химической реакции происходит повышение температуры в пузырьках, приводящее к росту коэффициента $\bar{X} e^{R(\Theta_2 - 1)/\Theta_2}$ в уравнении для концентрации горючей смеси, что вызывает необходимость сильного дробления шагов интегрирования. Это обстоятельство в расчетах обходилось введением температуры Θ_* (аналогичной температуре воспламенения), при достижении которой давление в пузырьках изменялось на величину $\Delta p = (\gamma - 1)g_*\rho_{2*}^0 h$, где g_* и ρ_{2*}^0 — значения концентрации горючей смеси и плотности газа в пузырьках в момент достижения температуры T_* ($T_* = \Theta_* T_0$). При этом концентрация скачком полагалась равной нулю. Для приведенных на рис. 2 кривых в качестве критической температуры использовано значение $\Theta_* = 1,1$. Расчеты показывают, что все качественные особенности эволюции волн, отмеченные выше в рамках схемы мгновенного воспламенения, остаются.

На рис. 3 приведены результаты расчетов, иллюстрирующие влияние безразмерных параметров H , τ_r , β на структуру детонационной волны. Видно, что с ростом τ_r , приводящим к уменьшению интенсивности межфазного теплообмена, а также с ростом удельной теплоты реакции амплитуда (и скорость v_0) ДВ растет. Уменьшение кинетического параметра β , приводящее к более позднему воспламенению (к росту Θ_*), также способствует возрастанию амплитуды волн.

Определение скорости волны детонации M (если она существует при заданных значениях α_{20} , γ , H , β , K , τ_r) и соответствующей интегральной линии, описывающей структуру ДВ, проводилось методом «пристрелки». При расчетах для выхода из начального состояния использовались выражения (23) и (24). Отметим, что исходное состояние смеси ($D = 1$, $P_2 = 1$, $W = 0$, $g = 1$) формально не является точкой равновесия (особой точкой) системы дифференциальных уравнений, описывающих структуру ДВ с учетом кинетики химических реакций. Но поскольку вблизи исходного состояния смеси интенсивность реакции мала (что в расчетах обеспечивалось подбором K и β), то слагаемым из-за реакции с тепловыделением в уравнении для давления p_2 при линейном анализе можно пренебречь. На рис. 4 представлены характер-

Рис. 3. Структура стационарной детонационной волны при различных значениях параметров. 1 — $H = 1$, $\tau_T = 5$, $\beta = 120$ ($\Theta = 1,18$); 2 — $H = 2$, $\tau_T = 5$, $\beta = 150$; 3 — $H = 1$, $\tau_T = 5$, $\beta = 150$, $\alpha_{20} = 10^{-2}$, $\gamma = 1,4$, $K = 10^{-5}$; 4 — $H = 1$, $\tau_T = 2,5$, $\beta = 150$.



ные фазовые траектории для стационарных волн в пузырьковой жидкости.

Условие Чепмена — Жуге. Рассмотрим детонацию в пузырьковой жидкости в рамках равновесной смеси [8] и схемы адиабатического движения газовой фазы в пузырьках по аналогии с теорией детонации в газах. На основе интегралов (9) запишем уравнение линии Релля — Михельсона

$$p = p_0 + \rho_0^2 v_0^2 (1/\rho_0 - 1/\rho), \quad \rho = \rho_1^0 (1 - \alpha_2). \quad (26)$$

Уравнение состояния пузырьковой среды для исходной смеси без учета сжимаемости жидкости и при адиабатическом поведении пузырьков может быть записано в виде

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{1 - \rho_1^0/\rho_0}{1 - \rho_1^0/\rho} \right)^\gamma, \quad (27)$$

Аналогично можно записать уравнение состояния для «продуктов» детонации

$$\frac{p}{p_f} = \left(\frac{1 - \rho_1^0/\rho_0}{1 - \rho_1^0/\rho} \right)^\gamma. \quad (28)$$

В рамках принятых выше допущений выражение (27), по сути дела, является уравнением адиабаты Гюгонио, а выражение (28) — детонационной адиабатой. Если допустить, что из-за межфазного теплообмена с учетом условия термостатичности жидкости равновесная температура за волной T_e равна начальной равновесной температуре T_0 , то выражение (27) при $\gamma = 1$ есть адиабата Гюгонио и детонационная адиабата одновременно (рис. 5).

Используя (27) и (28), запишем уравнения, связывающие значения параметров в точке Чепмена — Жуге с параметрами исходной смеси и со скоростью волны:

$$\begin{aligned} \rho_0^2 v_0^2 &= \frac{P_e - P_0}{1/\rho_0 - 1/\rho_e} = \rho_e^2 C_e^2, \\ C_e^2 &= \frac{\gamma P_e}{(1 - \rho_e^0/\rho_1^0) \rho_e} = \frac{\gamma P_e}{\rho_1^0 \alpha_{1e} \alpha_{2e}}. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь C_e — скорость звука в точке Чепмена — Жуге. На основе соотношений (29) с учетом (28) можно получить уравнения для определения давления P_e в точке Чепмена — Жуге и скорости детонационной волны

$$\frac{P_e - 1}{(P_e/P_f)^{1/\gamma} - 1} - \gamma P_e = 0, \quad \gamma M^2 = \frac{P_e - 1}{1 - (P_f/P_e)^{1/\gamma}}, \quad (30)$$

$$M = v_0/C, \quad P_f = p_f/p_0, \quad C = \sqrt{\gamma p_0/\rho_1^0 \alpha_{20} (1 - \alpha_{20})}.$$

Приведем оценки для P_e и M по формулам (30) применительно к экспериментам [2]. Положим $p_f = p_0 + (\gamma - 1) \rho_{20}^0 h$. Тогда, используя для параметров γ , ρ_{20}^0 , h приведенные в [7] для смеси $C_2H_2 + 2,5O_2$ величины, получаем $P_f \approx 55$, $P_e \approx 115$, $M \approx 14$. Если принять для h значение этой величины в точке Чепмена — Жуге [9], то $P_f \approx 20$, $P_e \approx 40$, $M \approx 8,5$.

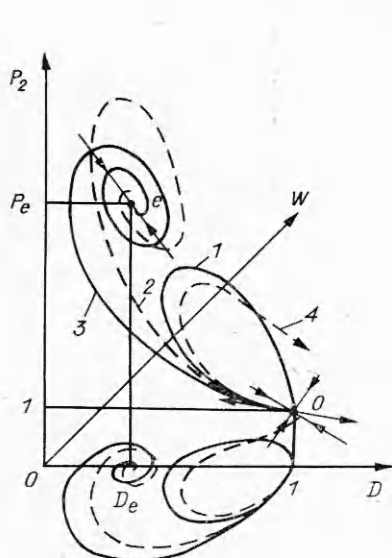


Рис. 4. Фазовые траектории для стационарных волн в пузырьковой жидкости.

1 — уединенная волна детонации; 2 — УВ типа «ступеньки» при наличии химической реакции и пересжатой детонации; 3 — УВ при отсутствии химической реакции; 4 — волна в случае преобладания энерговыделения над отводом тепла ($D \rightarrow +\infty$ при $X \rightarrow +\infty$); o , e — равновесные состояния смеси перед и за волной (уединенной) и за УВ).

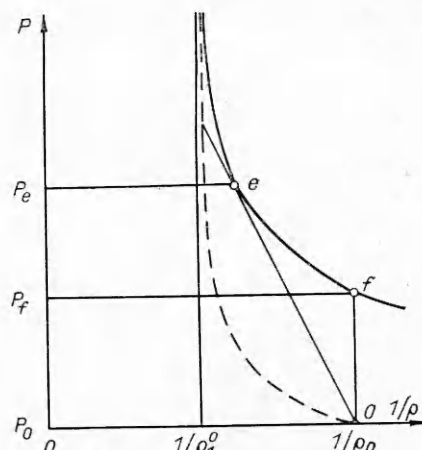


Рис. 5. Адиабата Гюгонно (---) и детонационная адиабата (—) для пузырьковой смеси.

e — точка Чепмена — Жуге.

Таким образом, предложенная система уравнений позволяет описать наблюдаемые в экспериментах особенности эволюции ударных волн в пузырьковой газожидкостной среде при наличии химических реакций горения в газовой фазе. В работе получены выражения для давления и скорости волны детонации из условий Чепмена — Жуге в рамках равновесной смеси и адиабатического поведения газа в пузырьках. Из анализа структуры стационарной волны детонации показано, что безразмерная скорость слабо зависит от объемного газосодержания при условии сохранения постоянных значений остальных параметров, характеризующих интенсивность теплообмена, кинетику химических реакций и состав смеси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сычев А. И. ФГВ, 1985, 21, 2, 130—134.
2. Сычев А. И., Пинаев А. В. ПМТФ, 1986, 1, 133—138.
3. Шагапов В. Ш., Вахитова Н. К. // Тр. XI Междунар. симп. по нелинейной акустике.— Новосибирск, 1987.— Т. 2.
4. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. ПМТФ, 1978, 2, 78—86.
5. Когарко Б. С. // Неустановившиеся течения воды с большими скоростями.— М.: Наука, 1973.
6. Гельфанд Б. Е., Губин С. А., Нигматулин Р. И. и др. Докл. АН СССР, 1977, 235, 2, 292—294.
7. Сычев А. И., Пинаев А. В. ФГВ, 1987, 23, 6, 76—87.
8. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
9. Николаев Ю. А., Топчий М. Е. ФГВ, 1977, 13, 3, 393—404.

Поступила в редакцию 14/III 1988,
после доработки — 12/X 1988